

COLONIA DE HORMIGAS APLICADA A LA TEORÍA DE GRAFOS

Roberto Millet Luaces, Mirna Indiana Beyris Bringuez, Maikelis Ananka Rosales Almaguer

Universidad de las Ciencias Informáticas

Cuba

milletp@uci.cu, mibeyris@uci.cu, maikelis@graduados.uci.cu

Resumen. La teoría de grafos desempeña un papel importante en la fundamentación matemática de las Ciencias de la Computación. Los grafos constituyen una herramienta básica para modelar fenómenos discretos, son fundamentales para la comprensión de las estructuras de datos y el análisis de algoritmos. En el trabajo se hace referencia al algoritmo basado en el comportamiento de las hormigas, para optimizar el costo de un proyecto en la UCI utilizando el algoritmo de Optimización con Colonia de Hormigas. El trabajo muestra un método de análisis inductivo tomando un caso de estudio determinado que es posible generalizar en otro tipo de trabajo.

Palabras clave: toma de decisiones, algoritmo colonia de hormigas

Abstract. Graph theory plays an important role in the mathematical foundations of computer science. The graphs are a basic tool for modeling discrete phenomena, they are fundamental to the understanding the data structures and algorithms analysis.

The paper refers at algorithm based on ant behavior to optimize the cost of a project in the ICU using the algorithm of Ant Colony Optimization. The work shows an inductive analysis method taking a case study determined that it is possible to generalize to other work.

Key words: decision making, ant colony algorithm

Introducción

Los grafos constituyen una herramienta básica para modelar fenómenos discretos, y son fundamentales para la comprensión de las estructuras de datos y el análisis de algoritmos. Un grafo en matemáticas e informática es una generalización del concepto simple de un conjunto de puntos, llamados vértices.

Con el desarrollo de las ciencias de la computación, han avanzado considerablemente los campos de investigación relacionados con la misma, como es el caso de la Inteligencia Artificial. Una de las técnicas que esta estudia son los algoritmos basados en el comportamiento de las hormigas, que son métodos empleados en la solución de problemas complejos de búsqueda y optimización. Para estas soluciones se tiene en cuenta elementos de la teoría de grafos, fundamentalmente los grafos ponderados vinculados a la toma de decisiones.

Tomar decisiones es la actividad que en el ser humano manifiesta la capacidad de elegir diferentes opciones y llevar a cabo una acción como resultado del conocimiento que posee y de un proceso intelectual que involucra la reflexión y la proyección en el futuro de las consecuencias de la opción elegida. (Ramírez y Zacarías, 2007, p. 36)

Este trabajo está sustentado en una investigación realizada en la Universidad de las Ciencias Informáticas (La Habana, Cuba) con el propósito de encontrar nuevas vías que optimicen el costo de producción necesario de un proyecto en esa Alta Casa de Estudios.

El objetivo del trabajo es mostrar la vinculación del algoritmo optimización con colonia de hormigas aplicando la teoría de grafos.

Desarrollo

Conceptos básicos de la teoría de grafos

La teoría de grafos es una teoría perteneciente al álgebra moderna según la cual se estudian conjuntos de segmentos de línea y de puntos de un plano.

Su diferencia con la geometría euclidiana radica en que la teoría de grafos carece de métrica, pues la conceptualización de "distancia" se obvia para hacer generalizaciones sobre las figuras o grafos. Es así como para la teoría de grafos la línea recta y la curva son equivalentes, una figura compuesta por segmentos rectilíneos es equivalente a la misma figura compuesta por segmentos de arco, todos los triángulos son equivalentes ya que la teoría de grafos, sólo se ocupa de una propiedad común de los mismos: la triangularidad.

La teoría de grafos considera que las figuras se han dibujado en un plano "elástico", es decir supone que las figuras geométricas están representadas en una hoja delgada, altamente flexible y elástica, de modo tal que puede ser sometida a distorsión (estiramiento, retorcimiento) interesándose solamente por las propiedades que mantienen las figuras después de las deformaciones a que han sido sometidas. Obviamente la distancia entre los puntos y las formas de los segmentos han cambiado, pero el número de puntos y sus relaciones no.

La teoría de grafos se aplica en diversos campos, dentro de estos está el análisis de la contabilidad.

Se ha demostrado que la teoría de grafos es una herramienta básica en muchos campos de la ciencia y la tecnología; sus teoremas y métodos han sido aplicados con éxito en temas tan diversos como teoría de la información, planificación de la producción, transportes, programación lineal, redes de conexión, mecánica estadística, genética y química, encontrándose ahora un nuevo campo de aplicación: la Contabilidad.

La aplicación de la teoría de grafos a la contabilidad nos conduce a la contabilidad matricial, donde el viejo concepto de partida doble desaparece, sin derrumbar las estructuras de la contabilidad al cual nos habíamos acostumbrado y que han permanecido durante siglos. (Cuellar, 2011)

Optimización con Colonia de Hormigas

La hormigas poseen una característica muy peculiar que las diferencian de otros animales, son capaces de encontrar la vía más corta desde el hormiguero a una fuente de comida y viceversa, sin usar pistas visuales, también pueden adaptarse a cambios en el ambiente. Esto es posible por el rastreo de la feromona, sustancia que ellas depositan mientras caminan. (Cobo y Serrano, 2010).

Los algoritmos de OCH utilizan agentes computacionales simples, en este caso hormigas artificiales, que trabajan de manera cooperativa y tienen comunicación mediante rastros de feromona artificial, simulando el comportamiento de una colonia de hormigas naturales.

En este algoritmo se utiliza como ya se mencionaba anteriormente comunicación indirecta a través de la feromona, donde los caminos más cortos tienen una razón más elevada de crecimiento del valor de la feromona y las hormigas disponen de una preferencia probabilística por las rutas con valores altos de feromona (Bello, 2008).

También se deben de tener en cuenta otras características que hacen que las hormigas artificiales posean capacidades que no tienen las reales, pero que contribuyen a la resolución del problema, por ejemplo; cada hormiga es capaz de determinar qué tan lejos está de un estado, poseen información acerca de su ambiente y la utilizan al tomar decisiones y tienen memoria, la cual es necesaria para asegurar que se generen sólo soluciones factibles (Mendoza, 2001).

Aplicación del algoritmo

Para aplicar el algoritmo OCH es necesario establecer una secuencia de pasos, los cuales se indican a continuación.

- a. Representar el problema mediante nodos.
- b. Definir el significado de los rastros de feromona de una manera adecuada.
- c. Poner pesos a la información heurística en cada nodo o arco.
- d. Desarrollar algoritmos que permitan realizar optimizaciones locales.
- e. Escoger un algoritmo OCH específico.
- f. Refinar los parámetros del algoritmo de OCH.

Análisis de costo de un proyecto

El costo es el esfuerzo, o sacrificio económico que se debe realizar para lograr un objetivo, el cual influye directamente en el resultado de la empresa, mientras que el costo de producción es el valor del conjunto de bienes y esfuerzos que se han

utilizado o se van a utilizar para obtener un producto terminado, en condiciones de ser entregado al sector comercial.

La gestión de proyectos abarca varias áreas de conocimiento, dentro de las que se encuentra la Gestión de Costo, que es la que se encarga de que el proyecto pueda desarrollarse dentro del presupuesto aprobado.

En esta investigación se relaciona la teoría de grafos con aspectos teóricos del algoritmo OCH utilizando como objeto de estudio el costo de un proyecto productivo. Para la aplicación del algoritmo se confeccionó un grafo donde los nodos fueron tomados como cada una de las tareas a realizar en el proyecto y las aristas como la sumatoria de los costos de estas tareas.

Descripción de los pasos que realiza el algoritmo para optimizar

Las precondiciones para que se ejecute el algoritmo son la entrada de los datos de las tareas, asumiendo que las tareas entradas por el usuario sean: Tarea1 con un costo de \$ 10.00, Tarea2 con un costo de \$ 75.00, Tarea3 con un costo de \$ 68.00, Tarea4 con un costo de \$ 15.00, el costo inicial del proyecto será de \$ 168.00, esto es un ejemplo hipotético para explicar cómo se realiza la optimización que puede ser ajustable a la realidad de un problema.

En la Figura 1 se hace referencia a los datos de la problemática planteada.

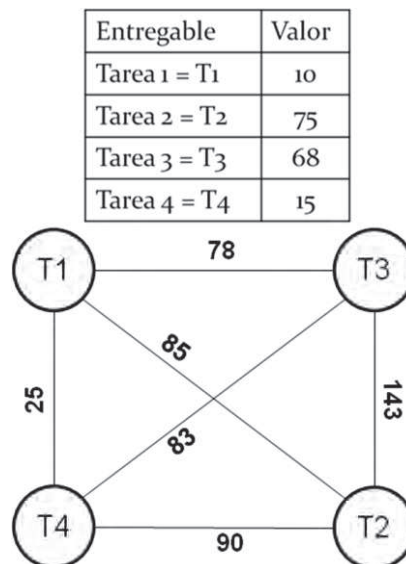


Figura 1: Grafo inicial de la problemática

Dadas las tareas el algoritmo procede de la siguiente manera:

- ❖ Se buscan las tareas a optimizar. Se asume que la tarea seleccionada es Tarea4 del ejemplo anterior.

- ❖ Se crean los subescenarios correspondientes. En cada uno de ellos se disminuye recursos, tiempo o ambos aspectos, estos representan nuevas tareas por los cuales las hormigas artificiales deben decidirse.
- ❖ Se buscan las tareas que le dieron origen a cada uno de los subescenarios creados. Luego de que se encuentren, estas tareas se eliminan de la lista de vértices del grafo correspondiente al nivel de optimización seleccionado.
- ❖ Se adicionan los nuevos subescenarios y se actualiza la matriz de costos. Como estos no se derivan de la misma tarea no van a estar conectados, en el momento de actualizar la matriz de costo debe tenerse en cuenta esta característica. A continuación se muestra un ejemplo visual de cómo quedaría el grafo para la ejecución del algoritmo (**Figura 2**)

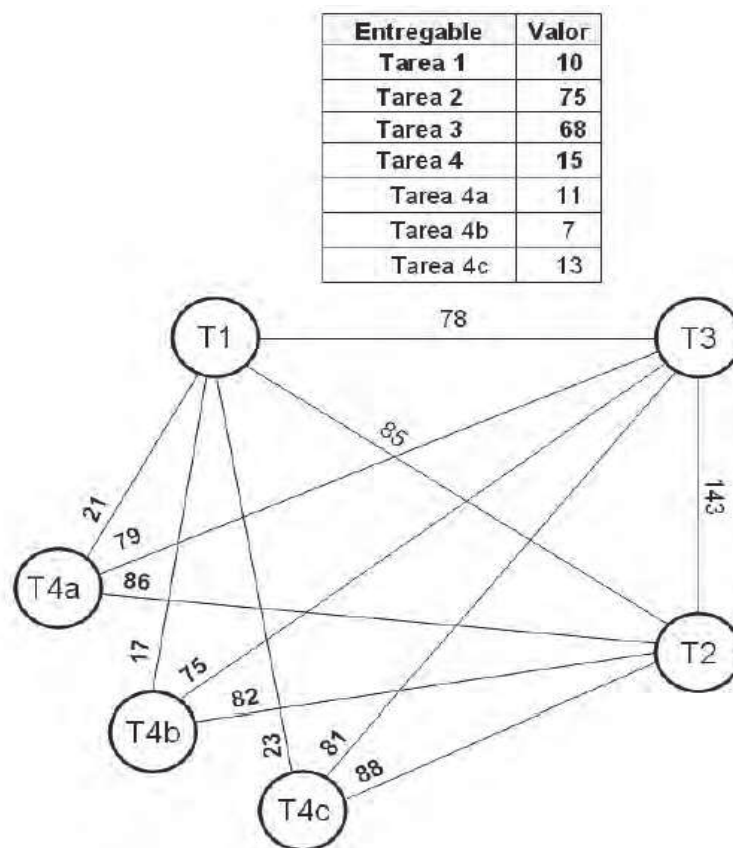


Figura 2: Grafo resultante de adicionar subescenarios

- ❖ Se crean las hormigas artificiales. La cantidad de hormigas va a ser igual a la cantidad de tareas que se tengan para la ejecución. Cuando se crean se le pone como identificador el nombre de la tarea desde la que comienzan su recorrido, por lo que en su lista de tareas visitadas esa tarea va a ser la primera.

- ❖ Creadas las hormigas y ubicadas en las tareas correspondientes, en cada paso de un ciclo, una vez que las hormigas estén en un estado, deciden cual es el siguiente estado a visitar (un ciclo se repetirá hasta que todas las tareas hayan sido visitadas por todas las hormigas exactamente una vez). Esta decisión es tomada a partir de una fórmula probabilística que determinará la probabilidad de que la tarea j sea visitada luego de la tarea i .

$$P_{ij} = \left\{ \begin{array}{ll} \frac{[T_{ij}]^\alpha [\eta_{ij}]^\beta}{\sum_{h \in \Omega} [T_{ih}]^\alpha [\eta_{ih}]^\beta} & \text{si } j \in \Omega \\ 0 & \text{en otro caso} \end{array} \right\} \quad (1)$$

Siendo:

$$\eta_{ij} = 1 / d_{ij} \quad (2)$$

Donde:

T_{ij} : Cantidad de feromona entre las tareas i y j .

α : Parámetro para regular la influencia de T_{ij} .

Tendrá valor 2.

η_{ij} : Visibilidad de la tarea j a la tarea i .

β : Parámetro para regular la influencia de η_{ij} .

Tendrá valor 1.

Ω : Conjunto de tareas que aún no han sido visitadas.

d_{ij} : Suma de los costos de las tareas i y j (distancia).

- ❖ Como la idea principal es que cada hormiga visite solo uno de los subescenarios derivados de cada tarea, al adicionar una tarea a la lista de visitadas de una hormiga, se pregunta si es un subescenario, si lo es, entonces se buscan en la lista de no visitados de esa hormiga, los subescenarios que tengan como identificador de la madre el mismo que la última tarea que visitó la hormiga son eliminados.
- ❖ Cuando las listas de no visitadas de todas las hormigas están vacías, se determina el mejor camino de todos que en este caso es el de menor costo.
- ❖ Luego se procede a actualizar las cantidades de feromona, se elimina la feromona en todos los arcos en 0.5, este valor representa la tasa de evaporación, y luego se procede a

premiar el mejor recorrido con una cantidad de feromona de 0.2. Los números indicados constituyen valores probabilísticos.

- ❖ Con las feromonas actualizadas termina un ciclo del algoritmo, un ciclo termina cuando todas las hormigas han visitado al menos una vez cada tarea.
- ❖ Se cuenta cuántas hormigas se decidieron por el mismo camino.
- ❖ A cada hormiga se le llena la lista de no visitados con los vértices pertenecientes al grafo del nivel, y se le elimina las tareas de la lista de visitados excepto la primera posición porque es donde comienza su recorrido.
- ❖ Se repiten los pasos desde que la hormiga decide qué tarea visitar, hasta que la mitad de hormigas más uno coincidan en el mismo recorrido, esa es la condición de parada.
- ❖ Al cumplirse la condición de parada se devuelve el costo optimizado y además una lista con las tareas y subtareas utilizadas en la ejecución del algoritmo, con cada una de sus características, para que el usuario conozca las tareas que se optimizaron así como la subtarea elegida. Aplicando esto al ejemplo propuesto anteriormente el costo sería \$160.00, y las tareas utilizadas: Tarea1 con un costo de \$ 10.00, Tarea2 con un costo de \$ 75.00, Tarea3 con un costo de \$ 68.00 y Subtarea4b con un costo de \$ 7.00.

Es válido destacar que debido al valor de las tareas ficticias utilizadas en el ejemplo no es mucha la diferencia entre el costo inicial y costo optimizado, pero se evidencia una disminución (Rosales y Beyris, 2010).

Conclusiones

La teoría de grafos constituye una herramienta fundamental en la modelación de problemas en las clases de matemática, particularmente en el álgebra lineal, se hace necesario presentar problemas que modelen situaciones reales, es un espacio donde el profesor puede hacer referencia a grafos reales, es decir a grafos ponderados donde se le dan valores o pesos a los vértices y las aristas para resolver determinados problemas.

En esta investigación se mostró la vinculación entre el Algoritmo Optimización con Colonia de Hormigas y la teoría de grafos, ejemplificando mediante un caso hipotético el funcionamiento de dicho algoritmo que a su vez constituye una novedad teórica, ya que este análisis inductivo es posible aplicarlo en problemas donde intervenga un mayor número de elementos. Este trabajo sirve como antesala a investigaciones de otro carácter científico relacionado con la Inteligencia Artificial, fundamentalmente donde esté presente la toma de decisiones.

Referencias bibliográficas

- Bello Pérez, R. (2 de julio de 2008). *Teoría de conjuntos aproximados y colonia de hormigas en el contexto de la inteligencia artificial*. (R. Millet Luaces, Entrevistador).
- Cobo, A. y Serrano, A. M. (2010). *Un algoritmo híbrido basado en colonia de hormigas para la resolución de problemas de distribución en planta orientados a procesos*. Recuperado el 23 de enero de 2010, de http://www.uv.es/asepuma/XIII/comunica/comunica_04.pdf
- Cuellar, G. (2011). *Ciencias Contables Económicas y Administrativas*. Recuperado el 2011 de septiembre de 29, de <http://artemisa.unicauca.edu.co/~gcuellar/teorgraf.htm>
- Mendoza, B. (2001). *Uso del Sistema de la Colonia de Hormigas para Optimizar Circuitos Lógicos Combinatorios*. Recuperado el 25 de enero de 2010, de http://www.uv.mx./dgbuv/bd/tesis_posgrado/_mia/2001/mendoza_garcia.pdf
- Ramírez, J. A., Zacarías, H. (2007). *Gestión del conocimiento e Innovación en la toma de decisiones en el abastecimiento de librerías*. Tesis de Doctorado no publicada. Centro de Estudios Avanzados del IPN. México.
- Rosales, M. A. y Beyris, M. I. (2010). *Costo de producción del proyecto SCADA mediante la aplicación del Algoritmo basado en Colonia de Hormigas*. Tesis de Licenciatura no publicada, Universidad de las Ciencias Informáticas, Ciudad de La Habana, Cuba.