

COMPETENCIA DE LOS FUTUROS PROFESORES EN EL RENOCIMIENTO DE PROCESOS MATEMATICOS

Norma Rubio, Vicenç Font, Anton Aubanell, Antoni Benseny, Susana Ferreres.

Universidad Pontificia Universidad Católica del Perú, Universitat de Barcelona

Perú y España

nrubio@pucp.edu.pe, vfont@ub.edu, aaubanell@ub.edu, abenseny@ub.edu, sferreres@ub.edu

Resumen. Se presenta un aspecto parcial de la investigación realizada en el marco de dos proyectos cuyo objetivo es investigar cómo el desarrollo de la competencia en el análisis de procesos y objetos matemáticos, activados en las prácticas matemáticas, es un paso necesario para desarrollar la competencia profesional del profesorado que permita la evaluación de las competencias matemáticas de los alumnos. En concreto, nos hemos preguntado — en el marco de un experimento de enseñanza cuyo objetivo es desarrollar la competencia en el análisis de procesos y objetos matemáticos activados en las prácticas matemáticas — si la inferencia de procesos propuesta en el enfoque ontosemiótico (Font, Rubio y Contreras, 2008) es similar a la que realiza un grupo de futuros profesores de secundaria de matemáticas cuando se les proponen las mismas tareas.

Palabras clave: competencia, procesos matemáticos, formación inicial

Abstract. This paper describes part of the research carried out within the framework of two projects. The aim of these projects is to investigate how competence in the analysis of the mathematical processes and objects that are activated within mathematical practices is a necessary step that teachers must first develop if they are to evaluate the mathematical competences of their pupils. The focus here was on a teaching experiment that sought to develop teachers' competence in the analysis of these processes and objects, and the specific question addressed was whether the inference of processes proposed by the onto-semiotic approach (Font, Rubio & Contreras, 2008) is similar to that observed among a group of prospective secondary school mathematics teachers when asked to perform the same tasks.

Key words: mathematical processes, initial training, competence

Introducción

La tendencia actual en los currícula que organizan la educación secundaria es un enfoque competencial en el que se considera que saber matemáticas conlleva saber aplicarlas a situaciones no matemáticas de la vida real. Esta tendencia, en algunos países, como es el caso de España, se ha concretado en el diseño de currícula que entienden la competencia matemática de los alumnos de manera similar a como se entiende en el informe PISA 2003. En el estado español, cada comunidad autónoma elabora su propio currículum a partir de unas orientaciones generales válidas para todo el estado. En el caso de Catalunya, comunidad autónoma del estado español en la que se desarrolla la investigación que presentamos, el currículum de secundaria contempla, además del desarrollo de la competencia matemática, el aprendizaje de procesos matemáticos.

La tendencia a una convergencia internacional en el diseño de los planes de estudio universitarios, y en particular los que se refieren a la formación del profesorado de matemáticas de secundaria, han impulsado un conjunto de reformas que, en el caso de España,

han dado lugar a la implantación de un título de máster. Este máster habilita para el ejercicio de la profesión de Profesor de Educación Secundaria de Matemáticas y su currículum, siguiendo las tendencias internacionales, se organiza por competencias profesionales. Este tipo de currículum conlleva el problema de cómo conseguir que los profesores tengan la competencia profesional que les permita la evaluación de las competencias matemáticas señaladas en el currículum de secundaria.

Dada la estrecha relación existente entre “procesos matemáticos” y “competencias matemáticas” estamos desarrollando dos proyectos de investigación sobre esta relación en el contexto de la formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria. Ambos tienen, entre otros, el objetivo de investigar cómo el desarrollo de la competencia del profesorado en el análisis de procesos y objetos matemáticos, activados en las prácticas matemáticas, es un paso necesario para desarrollar la competencia profesional que permita la evaluación de las competencias matemáticas de los alumnos. Se trata de desarrollar aspectos parciales relevantes de la faceta epistémica del conocimiento didáctico-matemático de futuros profesores de secundaria de matemáticas. En términos del modelo de Ball y colaboradores (Ball, Lubienski y Mewborn, 2001; Hill, Ball y Schilling, 2008) se trata de desarrollar, sobre todo, aspectos del *conocimiento especializado* y también del *conocimiento ampliado*.

En este reporte presentaremos un aspecto parcial de la investigación realizada en el marco de los dos proyectos de investigación comentados anteriormente. En concreto nos hemos preguntado si la inferencia de procesos propuesta en Font, Rubio y Contreras (2008) es similar a la que realizan los alumnos del Máster de Formación Inicial de Profesores de Secundaria de Matemáticas (MFPSM) de la Universitat de Barcelona (UB) en el marco de un proceso formativo realizado en el marco de un experimento de enseñanza cuyo objetivo es desarrollar su competencia en el análisis de procesos y objetos matemáticos, activados en las prácticas matemáticas.

En Font et al (2008) se presenta un desarrollo del Enfoque Ontosemiótico de la Cognición e Instrucción Matemática (Godino, Batanero y Font, 2007) afrontando la problemática del encaje de los “procesos matemáticos” dentro de dicho marco teórico. Primero se ilustran, con ejemplos, los 16 procesos asociados a las configuraciones de objetos y a las facetas duales considerados en dicho enfoque teórico. A continuación se propone considerar a la resolución de problemas o a la modelización como mega procesos y se reflexiona sobre la relación entre estos últimos y el grupo de procesos considerado inicialmente. Font et al (2008) utilizan los lentes que les ofrece su marco teórico para reflexionar sobre los procesos matemáticos y para proponer una clasificación de procesos, que es consecuencia de dicha aproximación teórica.

Dicha propuesta se ilustra con ejemplos de tareas y episodios de aulas en los que, según los autores, se pueden inferir los procesos considerados en su aproximación teórica. Se trata de un artículo teórico que no se sustenta en datos empíricos.

La pregunta correspondiente a la parte de la investigación que presentamos en este reporte es si la interpretación que se hace en Font et al (2008) sobre la inferencia de procesos, a partir de en una lista de ítems (llamados ejemplos) en los que se da una tarea como entrada y una respuesta del alumno como salida, es la que también hacen los alumnos del Máster de FPSM de la UB. Nuestra hipótesis de partida era que, a pesar de la ambigüedad que presenta la inferencia de procesos, (1) la moda de las respuestas de los alumnos en cada ítem de la evaluación diagnóstica inicial coincidiría con la inferencia de procesos que se realiza en Font et al (2008) y que, después de haber dedicado 4 horas al estudio de procesos en el ciclo formativo, (2) la moda de las respuestas de los alumnos a los ítems del mismo cuestionario volvería a coincidir con la inferencia de procesos que se realiza en Font et al (2008) y, además, sería en general mayor.

Metodología y recogida de datos

Se observaron dos sesiones de clase, de 2 horas cada una, de la asignatura de Didáctica de Matemáticas impartida en el Máster de FPSM de la UB correspondientes al contenido "procesos matemáticos" del tema I de dicha asignatura.

Las modalidades de trabajo fueron, en orden temporal: 1) explicación del profesor a todo el grupo, 2) trabajo individual de los alumnos en el que tuvieron que contestar, a partir de una lista de 16 ítems (llamados ejemplos), un cuestionario en el que en cada ítem tenían que inferir un proceso seleccionándolo de una lista de procesos agrupados en familias, 3) explicación del profesor a todo el grupo, 4) trabajo individual de los alumnos en el que tuvieron que contestar por segunda vez el cuestionario inicial, 5) comentario y reflexión en gran grupo sobre las respuestas de los alumnos a los dos cuestionarios.

El objetivo del tema I de la asignatura, en el que estaba incluido el estudio de los procesos matemáticos, era conseguir primero una reflexión de los futuros profesores sobre procesos matemáticos en general para profundizar después en tres procesos: resolución de problema, modelización y argumentación.

En las dos sesiones de clases participaron los 22 alumnos matriculados la asignatura. La mayoría de estos alumnos tienen unos estudios de grado que no aseguran una competencia matemática de base, debido a que han cursado pocos créditos de matemáticas en los estudios que les han permitido acceder al Máster de FPSM de la UB.

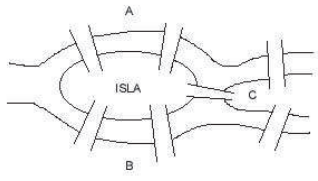
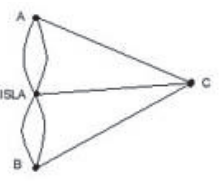
El registro de la información fue la grabación en video de las 4 horas de clase, los documentos repartidos por el profesor y las dos respuestas de los asistentes al cuestionario.

Se ha realizado una triangulación de datos y de expertos. La triangulación de datos ha consistido en el uso del mismo cuestionario dos veces seguidas. Mientras que la triangulación de expertos ha consistido en una opinión de un experto sobre la pertinencia del agrupamiento en familias de procesos realizado por los investigadores y sobre el uso de la moda en este caso.

Breve descripción de la implementación

En este apartado, por cuestiones de espacio, describiremos muy brevemente la parte del ciclo formativo implementado en el Máster de FPSM de la UB durante el curso 2010-2011 relacionada con la presentación y respuesta del cuestionario comentado anteriormente. .

En la primera sesión el profesor presentó una lista de 16 ítems (llamados ejemplos) en el que para cada ítem se presenta una entrada y una salida y se debe inferir una única familia de procesos. Estos 16 ítems se tomaron de Font et al (2008). Siete de los 16 ítems que se pasaron a los futuros profesores estaban resueltos — por cuestiones de espacio en la tabla I sólo se pone uno de estos 7 ítems, el número 6 — y 9 debían de ser resueltos por los futuros profesores — también por cuestiones de espacio en la tabla I sólo se ponen dos de estos 9 ítems, los números 1 y 14 —

Punto de Partida	Procesos	Punto de Llegada
<p>1) Dos islas en el río Pregel que cruza Königsberg se unen entre ellas y con la tierra firme mediante siete puentes. ¿Es posible dar un paseo empezando por una cualquiera de las cuatro partes de tierra firme, cruzando cada puente una sola vez y volviendo al punto de partida?</p> 	<p>?????</p>	<p>El problema anterior se puede trasladar a la siguiente pregunta: ¿se puede recorrer el dibujo terminando en el punto de partida sin repetir las líneas?</p> 
<p>6)</p> $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$	<p>Desencapsulación / Descomposición / Análisis</p>	<p>Interpretamos el límite como el valor al cual se aproximan las tasas medias de variación $\frac{f(x+h) - f(x)}{h}$ cuando $h \rightarrow 0$</p>

<p>14) La mediatriz de un segmento es la perpendicular que pasa por el punto medio de dicho segmento. ¿Halla una definición equivalente?</p>	<p>????????</p>	<p>Todos los puntos que están a igual distancia de los extremos del segmento</p>
---	-----------------	--

I. Selección Tabla de ítems

El profesor justifico brevemente la selección de la familia de procesos de los 7 ejemplos resueltos y les animó a que contestaran los 9 ítems no resueltos seleccionando una familia de la lista de familias de procesos que sigue a continuación:

- ❖ Algoritmitzación / Mecanización / Práctica (en el sentido de repetición) / Trabajo de técnica / . . .
- ❖ Generalización
- ❖ Idealización / Esquemmatización / Abstracción
- ❖ Materialización / Representación externa (gráfica, fórmula simbólica, etc., realizada en papel, pizarra, ordenador, etc.)
- ❖ Significación/ Comprensión/ Interpretación
- ❖ Síntesis/ Reificación/ Unificación/ Encapsulación
- ❖ Análisis/ Descomposición/ Desencapsulación
- ❖ Personalización / Construcción/ Representación interna
- ❖ Institucionalización
- ❖ Enunciación (expresar conjeturas, propiedades, dar definiciones, ...)
- ❖ Problematización
- ❖ Argumentación/ Justificación/ Demostración/ Explicación
- ❖ Procesos de conexión (Procesos de analogía, procesos metafóricos, procesos de comparación, procesos de relación, ...)
- ❖ Resolución de problemas
- ❖ Comunicación
- ❖ Modelización

El profesor comentó que se habían agrupado algunos procesos por parecido de familia (Wittgenstein, 1953). Es decir, todos los procesos agrupados en una familia tienen alguna característica en común (un aire de familia) si los comparamos dos a dos, pero no hay ninguna característica en común a todos ellos. Después comentó que los procesos que se habían agrupado por aire de familia se podían clasificar en procesos y mega procesos (por ejemplo, el

proceso de resolución de problemas o el de modelización serían mega procesos) y que todos los de la lista se habían seleccionado entre los procesos que aparecen en el currículum de secundaria obligatoria de Catalunya y/o en artículos de investigación en didáctica de las matemáticas. El objetivo del profesor era que las respuestas de los alumnos sirvieran como evaluación diagnóstica de los procesos que los estudiantes conocen y pueden inferir.

Ante esta actividad los alumnos tuvieron algunas inquietudes. Algunas de ellas fueron, si en cada ítem solo debería ir una sola familia de procesos o bien podían ir varias. El profesor insistió en que en cada ítem debía ir una sola familia de procesos. Se trataba de considerar el proceso (o familia) más representativo que se podía inferir. La primera sesión terminó con la recogida de las hojas de respuestas de los estudiantes.

En las dos horas de la segunda sesión, el profesor consideró pertinente, tomar quince minutos de su clase para recordar las principales reflexiones sobre procesos realizadas en la sesión anterior y después pasó a comentar los resultados de la evaluación diagnóstica. En los siguientes veinte minutos el profesor realizó comentarios sobre la lista de familias de procesos, en especial sobre aquellos procesos que a los alumnos no les parecieran familiares como, por ejemplo, el proceso de reificación (síntesis, encapsulación), para cuya explicación, el profesor utilizó la metáfora del paquete turístico.

Después de explicar con más detalle algunos de los procesos que resultaban más desconocidos, el profesor entregó nuevamente el cuestionario con el objetivo de observar los cambios que se producían en las respuestas de los futuros profesores con respecto a la evaluación diagnóstica.

Análisis de los datos

Mostramos en la Tabla 2, los resultados de las coincidencias con respecto a la inferencia de procesos realizada en Font et al (2008), tanto de la primera evaluación (diagnóstica) como de la segunda (evaluación final). En ambas evaluaciones participaron los 22 matriculados en la asignatura antes mencionada.

Ejemplos Evaluaciones	Ejemplo 1	Ejemplo 3	Ejemplo 4	Ejemplo 5	Ejemplo 9	Ejemplo 10	Ejemplo 11	Ejemplo 13	Ejemplo 14
Evaluación diagnóstica	11	6	15	8	13	18	16	7	9
Evaluación final	10	12	18	12	19	20	18	13	10

Tabla 2. Resultados de coincidencias en la selección de procesos

En el caso de los Puentes de Königsberg (ítem 1), por ejemplo, cuyo punto de partida es el enunciado del problema y cuyo punto de salida es un grafo de esta situación, el proceso de idealización es el considerado en Font et al (2008). En la evaluación diagnóstica, 11 de los 22 alumnos indican que el proceso activado es el de idealización. Los restantes seleccionan como procesos activados: Particularización (2), generalización (1), materialización (1), representación interna (1), significación (3), desencapsulación (1), procesos de conexión (1) y resolución de problemas (1). En la evaluación final 10 de los 22 alumnos indican como proceso el de idealización. Los restantes señalan: Particularización (3), generalización (1), materialización (2), significación (2), desencapsulación (2), procesos de conexión (1) y modelización (1).

Conclusiones

La pregunta correspondiente a la parte de la investigación que presentamos en este reporte es si la interpretación que se hace en Font et al (2008) sobre la inferencia de procesos, a partir de una lista de ítems en los que se da una tarea como entrada y una respuesta del alumno como salida, es coherente, o al menos no contradictoria, con la que hacen los alumnos del Máster de FPSM de la UB. El resultado obtenido es que, a pesar de la ambigüedad que se produce al inferir procesos, (1) la moda de las respuestas de los alumnos en cada ítem de la evaluación diagnóstica coincide con la inferencia de procesos que se realiza en Font et al (2008) y (2) que en la evaluación final la moda de las respuestas de los alumnos al mismo cuestionario vuelve a coincidir con la inferencia de procesos que se realiza en Font et al (2008) y, además, dicha moda se incrementa en casi todos los ítems.

Agradecimiento

Trabajo realizado en el marco de los siguientes proyectos de investigación: 1) REDICE-10-1001-13 “Una perspectiva competencial sobre el Master de Formación de Profesor de Secundaria de Matemáticas”. 2) EDU2009-08120 “Evaluación y desarrollo de competencias profesionales en matemáticas y su didáctica en la formación inicial de profesores de secundaria/bachillerato”. Por otra parte, esta investigación también ha sido posible mediante la ayuda del ARCE (Agrupació de Recerca en Ciències de l'Educació) 2010.

Referencias bibliográficas

Ball, D. L., Lubienski, S. T., y Mewborn, D. S. (2001). Research on teaching mathematics: The unsolved problem of teachers' mathematical knowledge. En V. Richardson (Ed.), *Handbook of research on teaching* (4th ed., pp. 433-456). Washington, DC: American Educational Research Association.

- Hill, H. C., Ball, D. L., y Schilling, S. G. (2008). Unpacking pedagogical content knowledge of students. *Journal for Research in Mathematics Education* 39, 372-400.
- Font, V., Rubio, N y Contreras, A. (2008). Procesos en matemáticas. Una perspectiva ontosemiótica. En Lestón P. (Ed), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* 21, 706-715. México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.
- Godino, J. D., Batanero, C. y Font, V. (2007). The Onto-Semiotic Approach to Research in Mathematics Education. *ZDM-The International Journal on Mathematics Education* 39 (1-2), 127-135.
- Wittgenstein, L. (1953). *Philosophical investigations*. New York: The MacMillan Company.