

COMPREENSIÓN DEL NÚMERO NATURAL: EQUIVALENCIA, COMPOSICIÓN Y REPRESENTACIÓN

Juan José Giraldo Huertas

Universidad Cooperativa de Colombia, Sede Cali

juangiral@hotmail.com

Campo de investigación: Pensamiento numérico

Colombia

Nivel: Básico

Resumen. *Los modelos de procesamiento numérico y redes conceptuales para la construcción del número natural (Dehaene, 1997; Fuson, 1998) son insuficientes para varias preguntas sobre la comprensión del número natural (Skemp, 1980/1999; Vergnaud, 1991/2004). Por lo anterior, se identifican las relaciones que favorecerían la comprensión del número natural en 61 niños y niñas de dos grados escolares (Transición=30; 1º de primaria=31), a partir de los desempeños en diversas tareas. Los resultados indican que además de diferencias significativas entre ambos grados en todas las tareas, existe una fuerte interacción entre los desempeños parciales en las tareas (excluyendo a las tareas de orden) y el desempeño general. Al observar con mayor detalle los coeficientes, podemos indicar que el mayor efecto es para los desempeños en las tareas de Equivalencia ($\beta = .331, p < .000$) y el menor efecto para las tareas de Escritura ($\beta = .090, p < .007$).*

Palabras clave: comprensión, número natural, equivalencia, composición, lectura y escritura

Introducción

En el campo de la educación matemática, los enfoques que definen la comprensión (Skemp, 1980/1999), identifican con claridad los componentes y relaciones que se presentan bajo dos maneras de asumir *la comprensión*: como estado u objeto (la estructura de Wittrock, 1990) y como proceso u acción que permite operar y transformar (Simon, 1986). Otra manera de analizar la comprensión en el campo de la educación matemática, propone una dicotomía entre enfoques que la definen desde una aproximación atomizada y desde otra aproximación más integral (Gallardo, González y Quispe, 2008). Bajo esta última aproximación, una estructura propuesta por Fuson (1998) que recibe el título de *red de soporte conceptual* (conceptual-support net), presenta tres componentes que se relacionan en la construcción conceptual del número: referentes de cantidad (objetos concretos), expresiones numéricas (palabras) y notaciones numéricas (numerales arábigos). Estos tres componentes son comunes a diversos y variados modelos del número natural (Dalton, 2008), los cuales se usan con frecuencia en la enseñanza y el aprendizaje de las operaciones de adición y sustracción de numerales de dos dígitos. Dentro del modelo de Fuson (1998), sólo nos interesa atender al núcleo o centro significativo de las relaciones entre estos componentes, que hacen parte de modelos e investigaciones que analizan la construcción

del número natural desde una perspectiva constitutiva e integradora (Fuson, 1990; Piaget & Szeminska, 1967; Skemp, 1980/1999; Vergnaud, 1991/2004). Cada componente se presentará en la revisión bibliográfica con una breve justificación para su inclusión.

Revisión bibliográfica

Entre las relaciones que se pueden incluir en el estudio de la comprensión del número natural, las de equivalencia y de orden son privilegiadas para el estudio de la síntesis entre los procesos de orden y cardinalidad numérica (Piaget y Szeminska, 1967). En dicha obra se ofrece una perspectiva del número como síntesis de dos tipos de relaciones: el orden y la inclusión jerárquica. Con estas relaciones puede afirmarse que, en la medición de conjuntos de objetos aislables, se construyen y comprenden las relaciones binarias que definen y dan sentido al conjunto numérico de los naturales (Skemp, 1980/1999; Vergnaud, 1991/2004). Para Piaget y Szeminska (1967) las relaciones de equivalencia y orden serían esenciales para la construcción del número natural y pueden verificarse cuando las estructuras mentales de niños y niñas permiten una colaboración “solidaria” entre los procesos ordinales y cardinales (Piaget y Szeminska, 1967). Esto quiere decir que para comparar dos colecciones que representan un mismo número o uno mayor que otro, el niño deberá anular la relación física del material y realizar la equivalencia entre los valores correspondientes para cada colección.

Por otro lado, la importancia y especificidad que atribuimos a la composición y descomposición de colecciones con material concreto en la comprensión del número natural, se debe a las relaciones entre los diversos formatos (expresiones verbales y numerales arábigos) y las operaciones que se abstraen del manejo y manipulación de objetos o materiales concretos (Vergnaud, 1991/2004; Behr, Harel, Post & Lesh, 1994; Lakoff y Nuñez, 2000). En este sentido, la noción de “homomorfismo” (Pallares, 2006; Vergnaud, 1991/2004) cobra importancia para la definición de comprensión que proponemos; en especial, porque nos permite asumir que las operaciones (S) que se realicen en el conjunto de partida (E) serán las mismas operaciones (S') que se realicen en el conjunto de llegada (F), tal y como se espera en lo que algunos autores han llamado “matemática de la cantidad” (Behr et al., 1994). Esta posibilidad de observar la correspondencia entre operaciones y conjuntos diferentes de elementos y relaciones, hace parte de diseños y estudios previos que han buscado una relación entre habilidades matemáticas y tareas con

material concreto (Saxton & Cakir, 2006; Towse & Saxton, 1997). Nuestros resultados tratarán de hacer un aporte a dichas afirmaciones al medir los desempeños de los niños y niñas de Transición y 1° de primaria en la resolución de tareas de asignación de valor y composición de verbal y arábigo.

Por último, tendremos en cuenta las actividades de mayor inclusión y atención escolar en la construcción del número natural: la lectura y escritura de numerales. Ante la frecuencia e intensidad de esas actividades, desde diversos enfoques (Dehaene, 1997; Fuson, 1998; Spelke, 2000; Lipton & Spelke, 2005, Leslie, Gelman y Gallistel, 2008) no parecen existir mayores dudas sobre la relación entre la comprensión del número y las habilidades que permiten el dominio de los sistemas de representación del número (e.g., Sistema de notación en Base 10). Por tanto y aunque existe un amplio consenso sobre la relación entre los formatos y los sistemas de representación de los números naturales (Collet & Grégoire, 2003), se desconocen los mecanismos cognitivos que nos pueden ayudar a comprender por qué los niños y niñas cometen frecuentes errores en la lectura y escritura de numerales arábigos (Castaño-García, 2008). Este estudio nos permitirá una mayor claridad sobre la relación entre estas actividades escolares y la comprensión del número natural en los niños y niñas de transición y 1° de primaria.

Todo lo anterior implica que es posible explorar *la comprensión como una relación o cohesión entre componentes de una estructura conceptual*, al identificar el peso que tiene el desempeño de los niños y niñas de transición y 1° de primaria en tareas que exigen los componentes de la estructura teórico conceptual de los naturales, sobre la comprensión general, es decir, incluidas todas las tareas.

Metodología

Participantes: Se trabajó con 61 niños y niñas (27 niñas – 44% y 34 niños – 56%) de dos grados escolares (30 de Transición y 31 de 1° de primaria) y con edades promedio de 81 meses (6; 9 años, meses; SD: 6 meses; rango: 76-84 meses) para Transición y 93 meses (7; 9 años, meses; SD: 2 meses; rango: 86-97 meses) para 1° de primaria. La selección de los niños y niñas se hizo teniendo en cuenta la disponibilidad y acceso que proporcionaron las directoras de grupo en cada grado. Los niños y niñas pertenecen a una institución privada de la ciudad de Cali, con un nivel

- b) Composición de verbal: cada niño y niña debe construir una colección correspondiente con un número que el entrevistador pronuncia en voz alta (Numerales verbales hablados: “nueve”, “once”, “doce”, “diecinueve”, “veintiuno” y “noventa y uno”).
 - c) Composición de arábigo: cada niño y niña debe construir una colección correspondiente con un numeral arábigo impreso en una tarjeta de 12 cm x lado, en letra Arial de 98 puntos (Numerales arábigos: 9, 11, 12, 19, 21 y 91).
4. Seis numerales de la tarea de Lectura, en las que se utiliza el mismo numeral arábigo impreso para las tareas de Composición de arábigo (9, 11, 12, 19, 21 y 91) y se solicita a cada niño y niña que lo lea en voz alta.
 5. Seis numerales de la tarea de Escritura de numerales arábigos, para las cuales se entrega a cada niño y niña una hoja de papel tamaño carta con un lápiz mina H2 y se le pide que escriba el número que el entrevistador pronuncia en voz alta (“nueve”, “once”, “doce”, “diecinueve”, “veintiuno” y “noventa y uno”).

Procedimientos: Todas las tareas se aplican de manera individual, sobre una superficie repartida en tres zonas con cinta de enmascarar, formando una “T” hacia el entrevistador. En estas tres zonas se reparten 60 cubos pequeños en seis hileras de 10 cubos cada una y 35 cubos grandes en siete hileras de cinco cubos cada una. En la línea que divide la superficie entre el entrevistador y el niño o la niña, se ubica una pantalla móvil que impide al niño observar la manera como el entrevistador forma las colecciones con el material concreto, para las versiones de las tareas de equivalencia, orden y asignación de valor. Para la aplicación de las tareas, se programaron dos momentos, distanciados temporalmente con al menos un día entre cada sesión. Todas las sesiones se registraron con medios audiovisuales y se digitalizaron posteriormente. No se restringió el tiempo para la realización de las tareas y el promedio del tiempo de aplicación de las tareas, por sesión, fue de 10 minutos con 20 segundos para la primera sesión y 9 minutos con 25 segundos para la segunda sesión.

Resultados

Al observar la distribución de todos los niños y niñas, tanto de transición como de primero, podemos afirmar que ningún niño o niña de transición y 1° de primaria se encuentra en los dos

niveles más bajos de la escala y más del 70% de niños y niñas de ambos grados, supera el promedio de la escala. Además, el 50% o más de los niños y niñas de ambos grados, se encuentran por encima los promedios grupales (transición: $X=61,6$; $DE=22,2$; 1° primaria: $X=79,4$; $DE=18,6$), ubicándose en los niveles más altos de la escala de desempeño.

Comparación de desempeños entre Transición y 1° de primaria

Al comparar los puntajes de desempeños entre grados y entre tareas, podemos observar tal y como era de esperarse, que en todas las tareas sin excepción, el desempeño en transición es menor que en 1° de primaria.

Esta comparación nos indica que en general, para los niños y niñas de transición y de 1° de primaria, las tareas más difíciles son las de equivalencia (transición: $X=22,5$; $DE=35,3$; 1° primaria: $X=46,6$; $DE=41,8$) y después las tareas de asignación de valor (transición: $X=46,4$; $DE=31,3$; 1° primaria: $X=62,7$; $DE=31,2$); le siguen en dificultad las tareas de composición de verbal (transición: $X=53,1$; $DE=30,4$; 1° primaria: $X=73,7$; $DE=31,1$), composición de arábigo (transición: $X=56,5$; $DE=30,4$; 1° primaria: $X=78,4$; $DE=23,4$) y orden (transición: $X=56,7$; $DE=41,1$; 1° primaria: $X=80,5$; $DE=32,8$). Por el contrario, resultan más fáciles las tareas de escritura (transición: $X=86,4$; $DE=14,3$; 1° primaria: $X=97,8$; $DE=7,5$) y después las de lectura (transición: $X=86,3$; $DE=13,3$; 1° primaria: $X=96,2$; $DE=8,7$). Un análisis estadístico de estas comparaciones, nos indica que las diferencias entre los desempeños de los niños y niñas de transición y 1° de primaria, son significativas en todas las tareas: *Equivalencia* ($t(59) = -2.43$, $p < .05$, $r = .30$), *Orden* ($t(59) = -2.51$, $p < .05$, $r = .31$), *Asignación de Valor* ($t(59) = -2.03$, $p < .01$, $r = .26$), *Composición de verbal* ($t(59) = -3.15$, $p < .01$, $r = .38$), *Composición de Arábigo* ($t(59) = -2.61$, $p < .01$, $r = .26$), *Lectura* ($t(59) = -3.43$, $p < .01$, $r = .38$) y *Escritura de numerales* ($t(59) = -3.89$, $p < .01$, $r = .38$).

Efecto del desempeño de los niños y niñas de Transición y 1° de primaria en cada tarea sobre el desempeño general

Para identificar con mayor claridad el efecto que puede tener cada tarea en el desempeño general de los niños y niñas de Transición, se realiza un análisis de regresión de los desempeños en los numerales 12 y 21 para las tareas de *Equivalencia*, *Asignación de valor*, *Composición de arábigo*, *Composición de verbal*, *Lectura* y *Escritura*, debido a que el diseño utilizado sólo permite hacer análisis para estos numerales en estas tareas: No se tiene en cuenta las Tareas de Orden, por que

las versiones en esta tarea no corresponden con las versiones de las tareas que se analizan en el modelo de regresión. Con este análisis, el modelo que emerge es altamente significativo, puesto que las variables utilizadas llegan a explicar el 95% de la varianza, $F_{6, 54} = 204.62$, $p < .000$, R^2 ajustado = .95. Al observar con mayor detalle los coeficientes (Ver Tabla 1), podemos indicar que en orden de mayor a menor efecto, el mayor efecto se encuentra para los desempeños en las tareas de *Equivalencia*, luego en la *Composición de arábigo*, *Asignación de valor*, *Composición de verbal*, *Lectura* y por último, *Escritura*.

Tabla 1. Resumen de análisis de regresión de efectos simples para las variables (tareas) que predicen el desempeño general de los niños y niñas de transición y 1° de primaria (N=61)

	<i>B</i>	<i>SE B</i>	<i>B</i>
Constante	0.03	0.03	
Equivalencia	0,32	0,03	,33**
Asignación Valor	0,26	0,04	,26**
Composición verbal	0,20	0,04	,21**
Composición arábigo	0,30	0,04	,31**
Lectura	0,11	0,03	,11*
Escritura	0,09	0,03	,09*

Nota: R^2 ajustado = .95; * $p < .01$, ** $p < .001$

Discusión

Los resultados indican que las tareas elegidas nos permiten una aproximación válida y confiable para el estudio de la comprensión del número natural. La relación entre el desempeño en las tareas de equivalencia, de orden y el desempeño general, nos permite inferir que algunas propiedades formales del sistema numérico de los naturales no son fácilmente adquiribles a través de los formatos de representación del número o del trabajo con materiales concretos. Sin embargo, una gran proporción de niños y niñas tanto de Transición como de 1° de primaria, pueden trabajar con el valor que se asigna al material concreto y construir propiedades y habilidades numéricas avanzadas. Más del 50% de los niños y niñas de Transición y de 1° de primaria se ubican por encima del promedio de cada grupo (Transición: 53,3%; 1° primaria: 67,7%). Si atribuimos el desempeño en las tareas elegidas a un dominio de componentes que hacen parte de modelos e investigaciones que analizan la construcción del número natural desde una perspectiva que es, simultáneamente, formal y cognitiva (Piaget & Szeminska, 1967;

Vergnaud, 1991/2004), podemos afirmar que la mayoría de niños en los primeros años de escolaridad ya comprenden los conceptos y soportes que permiten la construcción del número natural.

Es posible que, para mejorar el modelo propuesto, sea necesario indagar y discriminar las estrategias que usan los niños, con tiempos de reacción para la resolución de cada tarea. Esto permitirá una mayor validez de los procesos y operaciones que hemos intuido en la observación del comportamiento de los niños y niñas de Transición y 1º de primaria y que hace parte del modelo teórico propuesto. El análisis de los errores en las tareas de Lectura y de Escritura, podría conducirnos a incorporar los controles y las categorías de otras investigaciones más precisas y detalladas (Orozco, Guerrero y Otálora, 2007).

Por el momento, podemos señalar una dirección segura que acerca estudios futuros sobre la comprensión del número natural, en el desarrollo de habilidades, estrategias y errores que definen al número tanto de manera formal como cognitiva.

Referencias bibliográficas

Behr, M., Harel, G., Post, T., & Lesh, R. (1994). Units of quantity: A conceptual basis common to additive and multiplicative structures. En: G. Harel and J. Confrey (Eds.). *The Development of Multiplicative Reasoning in the Learning of Mathematics*. (pp. 123-180). Albany, New York : SUNY Press.

Castaño-García, J. (2008). Una aproximación al proceso de comprensión de los numerales por parte de los niños: relaciones entre representaciones mentales y representaciones semióticas. *Universitas Psychologica*, 7 (3), 895-907

Collet, M. & Grégoire, J. (2003). The development of the relationships between representation of quantities, verbal oral and arabic representations for two-digit numbers. En: L. Mason, S. Andreuzza, B. Arfè and L. Del Favero (Eds.). *10th Biennial Meeting of the European Association for Research on Learning and Instruction*. Padova, Italia: CLEUP.

Dalton, P. (2008) An Investigation of Instruction in Two-Digit Addition and Subtraction Using a Classroom Teaching Experiment Methodology, Design Research, and Multilevel Modeling. Tesis doctoral no publicada. Escuela de Educación de Souther Cross University.

Dehaene, S. (1997). The number sense. New York: Oxford University Press.

Fuson, K. (1990). Conceptual Structures for Multiunit Numbers: Implications for Learning and Teaching Multidigit Addition, Subtraction, and Place Value. *Cognition and Instruction*, 7 (4), 343-403

Fuson, K. (1998). Pedagogical, Mathematical, and Real-World Conceptual-Support Nets: A Model for Building Children's Multidigit Domain Knowledge. *Mathematical Cognition*, 4 (2), 147-186

Gallardo, J., González, J. y Quispe, W. (2008). Interpretando la comprensión matemática en escenarios básicos de valoración. Un estudio sobre las interferencias en el uso de los significados de la fracción. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa* 11 (3), 355-382

Lakoff, G. & Núñez, R. (2000). Where mathematics come from. New York: Basic Books.

Leslie, A., Gelman, R. y Gallistel, C. (2008). The generative basis of natural number concepts. *Trends in Cognitive Sciences* 12 (6), 213-218

Lipton, J., & Spelke, E. (2005). Preschool children's mapping of number words to nonsymbolic numerosities. *Child Development* 76 (5), 978-988

Orozco, M., Guerrero, D. & Otálora, Y. (2007). Los errores sintácticos al escribir numerales en rango superior. *Infancia y aprendizaje* 30 (2), 147-162.

Pallares, I. (2006). Unificación conceptual en matemáticas. En: J. González (Ed.) *Perspectivas contemporáneas sobre la cognición*. (pp. 212-236). Morelos, México: Siglo XXI Editores.

Piaget, J. y Szeminzka, A. (1967). Génesis del Número en el Niño. Buenos Aires: Editorial Guadalupe.

Saxton, M. & Cakir, K. (2006). Counting-On, Trading and Partitioning: Effects of Training and Prior Knowledge on Performance on Base-10 Tasks. *Child Development* 77 (3), 767-785

Simon, H. (1986). An information processing explanation of Gestalt phenomena. *Computers in Human Behavior*, 2, 241-55. Reimpreso en: Simon, H. (1989) *Models of thought V. 2*, New Haven: Yale University Press

Skemp, R. (1980/1999). *Psicología del aprendizaje de las matemáticas*. Madrid: Ediciones Morata.

Spelke, E. S. (2000). Core knowledge. *American Psychologist* 55, 1233–1243.

Towse, J. N., & Saxton, M. (1997). Linguistic influences on children's number concepts: Methodological and theoretical considerations. *Journal of Experimental Child Psychology*, 66 362–375.

Vergnaud, G. (1991/2004) *El niño, la matemática y la realidad: problemas de la enseñanza de las matemáticas en la escuela*. México: Trillas Editorial

Wittrock, M. (1990) Generating processes of comprehension. *Educational Psychologist* 24 (4), 345-376.