

**ESTUDO SOBRE A DIFERENÇA DE “DOIS”:  
REPLICANDO A PROVA DE GRÉCO E COMPARANDO  
RESULTADOS**

Celia Finck Brandt  
Universidade Estadual de Ponta Grossa, Curitiba, Paraná  
Idemar Vizolli  
UNIVALI , Itajaí, Santa Catarina  
Josemaria Rodrigues  
UFPA, Pará, Belém.

O presente estudo apresenta uma replicação de uma pesquisa de Gréco (1960) que investiga como a criança conclui sobre a diferença cardinal entre um número  $n$  e o sucessor de seu sucessor, denominado “estudo sobre a diferença de dois”.

Esta replicação foi efetivada numa escola da rede particular de ensino, na cidade de Curitiba/PR com duas crianças de uma turma de educação infantil, escolhidas aleatoriamente, cujas identidades, serão indicadas por letras seguidas pela idade (anos;meses), colocados entre parênteses:G(5,11) e L(6,11).

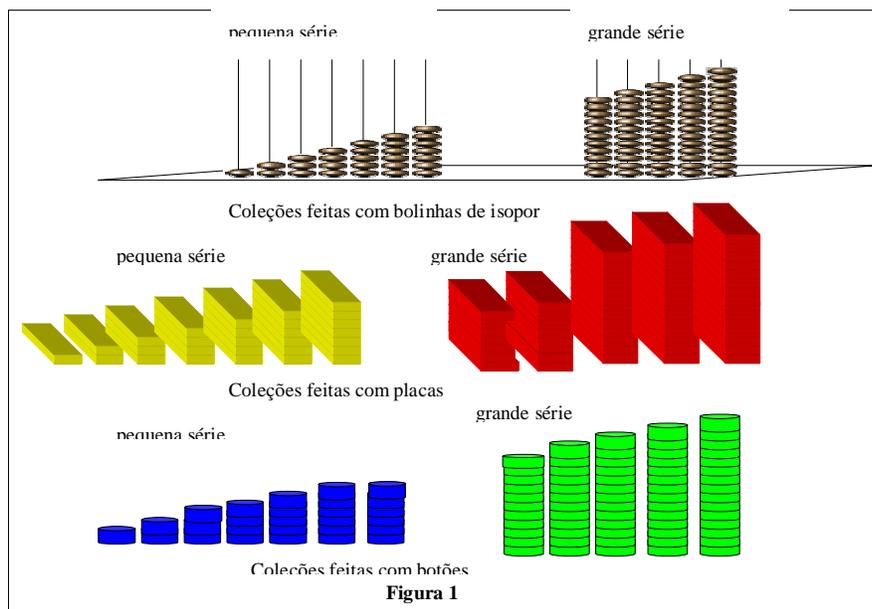
Os dados foram obtidos por meio da gravação e transcrição das sessões de trabalho.

As tarefas, em número de quatro, consistiam na construção de coleções numéricas, numa determinada seqüência, na identificação da diferença da quantidade de objetos de duas coleções que ocupavam lugares intercalados na seqüência, na argumentação sobre o porquê da diferença e na indicação do número de objetos necessários para igualar as coleções.

Na primeira tarefa, a criança recitou a seqüência numérica até duas ou três dezenas. Na segunda, a criança organizou uma série de coleções, obedecendo ao critério de cada coleção ter uma bolinha a mais que sua precedente, aqui identificadas pelas letras A, B, C, D, E, F, G e H seguindo a seqüência numérica (até 7 ou 8), denominada de “pequena série”.O experimentador organizou outra série de coleções, começando com uma quantidade maior (11 objetos), com o mesmo critério, denominada “grande série”, identificadas pelas letras L M, N, O e P. A terceira tarefa consistiu na separação de duas coleções não sucessivas intercaladas por somente uma coleção (por exemplo, A e C, M e O, entre outras) e na quantificação intensiva (que coleção tem mais) e intensiva ( quantos a mais), pela criança, devendo argumentar sobre sua resposta, não podendo fazer a verificação. Na quarta tarefa a criança foi convidada novamente a prever a diferença entre pares de duas coleções não consecutivas, nas duas séries e argumentar sobre a diferença estabelecida, podendo verificar a resposta dada.

As coleções numéricas sucessivas foram formadas por bolinhas de isopor, placas e botões. Foram utilizadas três cores: uma para a formação da grande série, outra para a pequena série e uma terceira para a equalização das coleções.

A figura 1 ilustra a forma de organização das coleções.



## ANÁLISE INTERPRETATIVA DOS DADOS COLETADOS: RESULTADOS

G(5;11) revelou a capacidade de considerar a seqüência como uma série simplesmente ordenada. O trecho do diálogo, transcrito a seguir, pode ser tomado como exemplo típico desta conduta.

*E – Então nós vamos fazer o seguinte: eu vou colocar aqui na primeira vareta.. G(5;11) - Uma bolinha. E – ahã. Na Segunda, olha o que vou fazer: G(5;11) - Duas bolinhas. E – Ah! Tu já sabe![...] E na terceira [...] Quantas? [apontando para a terceira vareta] [...] G(5;11) – Três.*

O sujeito quantificou intensivamente as duas coleções intercaladas (qual tinha mais) e não foi capaz de quantificar extensivamente (*quantas a mais*) para o problema aditivo com estrutura de comparação. A estrutura do problema aditivo foi transformada com a mudança da pergunta, tornando-se um problema de equalização possibilitando a obtenção da resposta por G(5;11) sobre as diferenças em todos os pares de coleções que lhes foram apresentados. O diálogo a seguir ilustra:

*E – [...] eu vou pegar um parzinho de varetas, sempre pulando uma, e vou colocar aqui [varetas A e C] [...] tem a mesma quantidade de bolinhas em cada uma das varetas?[...] G(5;11) - Essa tem mais. [apontando para a vareta C]. E –Quantas a mais ela tem da outra? G(5;11) – É ... [pausa] Eu não entendi. E – [...] Então deixa eu mudar a pergunta. Quantas bolinhas eu tenho que botar aqui pra ficar igual a essa daqui? G(5;11) – [...] duas. E –[...] Porque [...] duas? G(5;11) – [...], porque fica igual. E –[...] E como é que você descobriu que tem*

*que botar duas? G(5;11) - Contanto.. que.. aqui tem uma [apontando para uma das varetas] e aqui tem uma [apontando para a outra vareta, fazendo correspondência biunívoca]. Sobraram duas.*

G(5;11) igualou as coleções com utilização do procedimento da correspondência biunívoca valendo-se da estabilização do valor cardinal do número das coleções por leitura figural. Não lançou mão, nesta ocasião, da progressão cardinal, a partir do primeiro termo das coleções e nem da constatação do fato de que se estava intercalando uma coleção.

G(5;11) sofre as interferências dos efeitos seriais e suas avaliações sobre as diferenças são ainda pré-operatórias visto que sempre recorreu a uma avaliação global entre as coleções, olhando as duas coleções e equiparando-as por correspondência biunívoca ou por contagem dos elementos das coleções.

*E - Agora eu,[...] vou pegar... esta daqui [vareta D] ... Quantas bolinhas têm nessa daqui? G(5;11) - Quatro. [...] E [...] vou pegar esta daqui [vareta F]. E aqui? G(5;11) - Seis [conta às bolinhas para chegar ao total de seis] E - Quem tem mais? G(5;11) - se... Seis. E - Seis. Quantas a mais? G(5;11) - Pra ficar igual a este? E - Isto. G(5;11) - Duas também. E - Du.. , por que também? G(5;11) - Por causa.... que aqui tem seis. e aqui tem o cinco e tem o seis. [...] [o sujeito coloca as bolinhas de outra cor para igualar as quantidades de bolinhas nas varetas]*

Pôde-se também perceber este caráter pré-operatório da conduta do sujeito, quando o argumento da resposta dada foi baseado numa avaliação global, de caráter ainda intuitivo, que se tornou fragilizado e abalado frente a um contra-argumento caracterizado pela alteração da disposição das bolinhas nas hastes, de modo a torná-las de altura igual.

*E - Agora [...] eu vou pegar essas duas varetas aqui [vareta N] [...] [vareta P]. [...] Qual das duas tem mais? G(5;11) - Esta. E - Quantas a mais? G(5;11) - Quatorze. E - Tem quatorze a mais? G(5;11) - Tá. Doze [...] Pera aí, deixa ver uma coisa. Sobrou mais .....duas. E - [...] E - E como é que você descobriu? G(5;11) - É porque eu medi [comparou as medidas das alturas que as bolinhas ocupavam na vareta. E - [...] E se eu fizer isso daqui? [...] [aumentou o espaçamento entre as bolinhas na vareta que tem menos bolinhas, de modo a ficar no mesmo nível da outra vareta. G(5;11) - 'E.. tá igual. E - Tá igual? Igual quantos? Mesma quantidade daqui com aqui [...] G(5;11) - Mas você aumentou aqui. E -[...] Que é que eu aumentei aqui? G(5;11) - As bolinhas.*

Quando a avaliação global não forneceu os indícios necessários para uma conclusão, o sujeito se apoiou em outros indícios. Foi no caso em que as coleções nas hastes – ao serem equalizadas – não ficaram bem niveladas, pois as duas hastes não estavam exatamente na vertical fazendo-o prever a necessidade de mais uma bolinha. Após equiparação das alturas das duas hastes, concluiu sobre a necessidade do corte da bolinha ao meio para que as coleções ficassem com a mesma quantidade. Mesma quantidade – para o sujeito – significava mesma altura das bolinhas nas hastes, apesar do estabelecimento das quotidades das coleções. A contagem não foi utilizada para saber se as coleções apresentavam a mesma quantidade de bolinhas.

*E - [...] Vamos pegar essas aqui então. [...] [vareta N] e [vareta P]. Qual das duas tem mais bolinhas? G(5;11) - Essa. E - quantas a mais? G(5;11) - [...]Também duas. [...] E agora, quantas faltam? G(5;11) - Duas. E - Faltam duas, ainda? G(5;11) - Eu acho. E - Você quer conferir? G(5;11) - Hum hum. E - Então, confere.*

G(5;11) - [o sujeito conta silenciosamente] *treze e quinze. E – Quinze? G(5;11) - Pera aí [...] tem que cortar [...] uma no meio. E –Será que precisa? E se a gente contar a gente descobre? G(5;11) - Não sei. E –[...] Quantas você falou que tem aqui? G(5;11) - É... treze. E –Vamos contar na outra pra ver quanto tem? G(5;11) - quinze. E –[...] Elas têm a mesma quantidade? G(5;11) - [acena negativamente com a cabeça] E – Quem é que tem mais? G(5;11) - [o sujeito indica a vareta Q] E – Quantas a mais? G(5;11) - Quantas a mais? Aqui falta duas. E [...] Você quer colocar? G(5;11) - Me dê.. E –[...] colocando duas fica a mesma quantidade? G(5;11) - Não. [...] [novamente equipara com as mãos a altura das duas filas e encontra uma pequena diferença pois as hastes não estão bem retas o que dá a impressão de uma diferença] Não. Três E-Três? E se a gente contar? G(5;11) - Ah! Dá. E-Dá? G(5;11)- Porque aqui é 13, 14, 15.*

Estas condutas revelam o caráter ainda precário e pré-operatório da estrutura iterativa, isto é, uma iteração intuitiva e estática, porque G(5;11) não pode suportar composições inferenciais simples. A iteração cardinal que é admitida para a organização das coleções em seqüência não é utilizada, a partir de coordenações pela criança, no quadro das inferências. Basta que intuições representativas se apresentem para que ela não tenha mais certeza do que vai acontecer e duvide, até que a contagem lhe forneça a confirmação de sua previsão. O julgamento regressa então, às formas impressionistas, qualitativas ou intensivas.

O material utilizado na prova foi decisivo na identificação das condutas da criança, como por exemplo, as plaquetas que não permitiram uma avaliação global por correspondência biunívoca, levando o sujeito à contagem ou à utilização da progressão cardinal para avaliação da diferença, caracterizada pelo número de objetos a serem acrescentados à coleção menor para ficar igual à maior.

Com a utilização de outro tipo de material (botões) a diferença já não foi reconhecida nem mesmo para a pequena série. Os botões, escondidos sob a mão do experimentador são retirados pela criança para contar o número de elementos das coleções e prever uma diferença de três entre as duas coleções. Na hora da verificação ela acabou por concluir, sem espanto, que ainda precisaria de dois elementos para equalizar as coleções. Vejamos o trecho do diálogo:

*E –[...] agora, ....., eu vou deslocar... este aqui; vou pular um; e ... trazer esse aqui pra cá. Quem que tem mais? G(5;11) - [aponta a coleção com cinco] E – Quantos a mais? G(5;11) - Três. [...] E – Três? A mais? Quantos eu preciso colocar aqui pra que \*fique igual a aqui? G(5;11) - Ai, três. E – Três? Então, põe lá pra mim que eu quero ver uma coisa. G(5;11) - Um..., um, dois, três, quatro....., cinco., seis. Ops, Dois.*

A outra criança L(6;11) realizou a prova nas mesmas condições que G(5;11). Na organização das coleções da pequena série, bastou o experimentador colocar uma bolinha de isopor na primeira vareta para que L(6;11) antecipasse que na próxima seriam colocadas duas. L(6;11) foi convidado a construir suas coleções. Enquanto organizava-as foi contando, atendendo à solicitação do experimentador para que contasse até onde. Os trechos dos diálogos travados com L(6;11) são exemplos típicos de sua conduta e da possibilidade da iteração aritmética para a construção das coleções.

*E – Eu vou colocar... as bolinhas de isopor. Nesta daqui, eu vou colocar uma. L(6;11) - E aí [apontando para a segunda vareta] você vai colocar duas. E – Duas. Tá bom. [...] E na outra a gente tem que colocar quantas? L(6;11) - Três E –Então você vai colocando, dando seqüência na.. até preencher aqui. E eu vou colocar nessas aqui. Só que eu vou começar no onze..... até o quinze, pra ir mais rápido. [...].*

Para a avaliação da diferença entre um número e o sucessor de seu sucessor, L(6;11) não encontrou dificuldades em resolver o problema aditivo com estrutura de comparação que lhe foi colocado, conhecidas as cardinalidades de  $n$  e  $S(Sn)$  –. Para a pergunta “*quantas tem a mais*”, respondeu de imediato, significando que este problema, com esta estrutura, já lhes possibilitou lançar mão de estratégias para encontrar a solução. A conduta revelada pela fala do sujeito não tornou possível identificar se ele resolveu o problema pelo procedimento da diferença ( $S(Sn) - n = 2$ ) pelo complemento (para ir de  $n$  até  $S(Sn)$  é preciso 2). O argumento da resposta dada se baseou na progressão cardinal, pois sempre se referiu à organização da série. Diferentemente da primeira criança, esta não avaliou o par de coleções lançando mão da correspondência biunívoca e nem avaliou o par equiparando por avaliação global as coleções. Alguns trechos dos diálogos travados revelam esta conduta.

*E –[...] eu vou deslocar pra frente esta primeira [vareta A] aqui e.. vou pular uma, e vou deslocar esta aqui pra frente [vareta C]. Agora, eu quero que me diga.....se elas têm a mesma quantidade de bolinhas[...] ? L(6;11) - Não. E – Não. Quem é que tem mais? L(6;11) - Essa [aponta para a vareta com três bolinhas]. E – Quantas ela tem a mais? L(6;11) - Três. E – três? L(6;11) - Duas. E –Duas? Hã. Porquê que você acha que ela tem duas a mais? L(6;11) - Porque aqui é uma e aqui é duas. Três, aliás. E – Ah! Três. Legal! Quantas eu preciso colocar lá na primeira varetinha pra ficar igual a segunda vare... L(6;11) - Duas. [...] agora eu vou pegar... L(6;11) - Essas duas [a criança sugere os pares D e F]. E –[...] elas têm a mesma quantidade de bolinhas essas duas? L(6;11) - Não. E –Não? Quem que tem mais? L(6;11) - Essa. [aponta para a vareta D]. E – Quantas ela tem a mais? L(6;11) - Um. Não, três. E – Conta. L(6;11) - Duas. E – Duas ou três? L(6;11) - Sempre ele vai ter duas a mais. E – Tu achas? Por que? L(6;11) - Porque ela indo pulando uma.*

Porém, ainda, não se trata de uma generalização, pois – para a grande série – L(6;11) começou a prever diferenças de 1 bolinha ou de três bolinhas e teve necessidade de recorrer à correspondência biunívoca para argumentar sobre a diferença entre as coleções do par. Mas assim que constatou, após a visualização, que a diferença se manteve (duas bolinhas), passou a antecipar esta diferença para os demais pares da grande série, porém não argumentando mais com base na progressão cardinal. Respondia que a diferença era de duas bolinhas, usando argumentos do tipo: “*por que é duas*” ou “*por que sim*”.

Vejamos alguns trechos do diálogo travado:

*E – Eu vou pegar esta daqui [M]. Vou pular esta e vou pegar esta daqui [O]. L(6;11)- Tem três a mais. E – três a mais!?! Será? L(6;11) - Uma! A mais ... E – Vamos ver? L(6;11) – [se aproxima das varetas e compara as alturas e se corrige] Duas mesmo [aponta com o dedo uma,duas]. E – Qual das duas tem mais? G(6;11) – uma, duas ... uma, duas. [...] E –[...]Quantas eu preciso colocar ... L(6;11) - Duas. E – Nesta daqui?L(6;11) - Duas. E – Vamos colocar então pra ver se fica certo? L(6;11) – Vamos. [...] E –Eu..... vou ter que acreditar em ti, mas vamos conferir. Agora como é que a gente faz pra saber se tem a mesma quantidade? L(6;11) - Coloca um, dois, três, quatro, cinco, seis, sete, oito, nove, .....treze. Um, dois, três, quatro, ....., quatorze! E – Hum ... L(6;11) – Eu falei que tinha três a mais, ou eu contei errado? E –[...] vamos contar de novo[...]? L(6;11) – Um, dois, ....., quatorze. E – E aqui? L(6;11) um, dois, ..., quatorze. E –Agora, se eu pegar e deslocar [esta*

[P]... L(6;11) [...] *O que tu me diz disso? [...] L(6;11) - Aqui tem duas a mais* [responde antes do experimentador perguntar]. *E - Duas a mais? Por que você acha que tem duas a mais? L(6;11) - Porque sim. E - Porque sim. Como você sabe disso? ...que tem duas a mais?L(6;11)- Três a mais. E - Três a mais? Conta com a gente, pra ver então .. L(6;11) - Ó, porque aqui... ah! Duas também. E- Duas também? Será? Como é que você sabe disso? L(6;1) - Duas. E -Como você sabe disso? L(6;11) - [...] Aqui tem quinze, aqui tem quinze.*

Para as plaquetas, o sujeito já considerou “dois” a diferença entre um número e o sucessor de seu sucessor – tanto para a pequena como para a grande série – e sempre acrescentou duas plaquetas de outra cor para equalizar as coleções de cada par. O argumento utilizado “*por que tem uma a mais*” significou que lançou mão à progressão cardinal. Para os botões, a criança sempre apontou a coleção do par com mais elementos, sem retirar a mão do experimentador de cima dos botões e sempre lançando o olhar para a organização das outras coleções na série. Mas, ainda, por vezes a criança argumentou com “*por que sim*”. Não foram todas as vezes que ela argumentou, lançando mão da progressão cardinal. Nenhuma vez L(6;11) lançou mão da enumeração dos objetos da coleção para argumentar sobre a diferença.

### **CONSIDERAÇÕES FINAIS**

Percebemos que o conhecimento da seqüência comporta tipos de conhecimentos que vão sendo construídos pelos sujeitos, progressivamente, por meio de suas próprias coordenações e ações. Durante a prova existem momentos em que a avaliação da diferença entre as coleções é deduzida das propriedades da seqüência pois, a criança, ao observar que pulou uma coleção pode constatar a diferença de um elemento e, para chegar à outra, precisa de mais um, logo dois, mas esta previsão não é deduzida da mesma forma por todas as crianças. Algumas crianças têm que recorrer à contagem, ou à correspondência biunívoca, para dar solução ao problema de equalização. Algumas crianças recorrem à progressão cardinal para estabelecer, por sua própria coordenação, que a coleção maior tem sempre dois elementos a mais que a coleção menor (no caso de duas coleções intercaladas), mas esta previsão não acontece de imediato para todos os pares de coleções. A progressão cardinal compreende uma coordenação, pelo sujeito, das propriedades da iteração aritmética.

O estudo nos permitiu entender com mais clareza a afirmação de Gréco (1960), de que “a seqüência de números não passa em bloco para a criança de um nível de representação pré-operatória a um nível de representação operatória - ela se aritmetiza progressivamente; os pequenos números serão já conhecidos enquanto os grandes formarão apenas ainda uma seriação de elementos com algumas diferenças.” (p.164).

**Palavras chave:** iteração aritmética, diferença de dois, quantificação intensiva e extensiva

**REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

GRÉCO, Pierre. (1960) *Recherches sur quelques forems d'inférencess arthmétiques et sur la compréhension de l'itération chez l'enfant*. In: P. GRÉCO; J.-B. GRIZE; S. PAPERT & PIAGET, Problèmes da consturcion du nombre. Études d'Epistemologie Génétique, vol. XI (pp. 149-213). Paris, PUF.