

## LAS MATEMÁTICAS Y LOS MAPAS CONCEPTUALES

Sandra Milena Zapata, Carlos Mario Jaramillo López, Edison Sucerquia Vega  
Universidad de Antioquia. Grupo de Investigación: Educación Colombia  
Matemática e Historia (UDEA-EAFIT)  
szapata@ayura.udea.edu.co, cama@matematicas.udea.edu.co, esucerquia@ayura.udea.edu.co  
Campo de investigación: Pensamiento matemático avanzado Nivel: Superior

**Resumen.** *Los mapas conceptuales se pueden emplear como una técnica de estudio y como una herramienta para el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, permitiendo al docente explorar los conocimientos previos que sus estudiantes tienen frente a un tema específico, favoreciendo la construcción de relaciones y organización de conceptos, fomentando la reflexión, el análisis y la creatividad.*

*La implementación de los mapas conceptuales en investigaciones relacionadas con el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas, han mostrado que éstos ponen de manifiesto los procesos de razonamiento seguidos por el estudiante, evidenciando las conexiones entre los conceptos matemáticos que pueden dar lugar a proposiciones válidas o no válidas y a diferentes niveles jerárquicos, que a su vez, proporcionan una visión sobre el nivel de comprensión que poseen, tanto profesores como estudiantes, en dichos conceptos.*

**Palabras claves:** Mapas conceptuales, redes de relaciones, van Hiele, series infinitas

### Los mapas conceptuales y el Modelo de van Hiele

El presente artículo retoma uno de los resultados presentados en la tesis de maestría titulada: “Módulo de aprendizaje para la comprensión del concepto de series de términos positivos”, (Zapata y Sucerquia, 2009), cuyo estudio logra consolidar el diseño de un módulo que contiene una serie de actividades enmarcadas en cada una de las fases de aprendizaje del modelo de van Hiele, su objetivo es estimular los procesos de razonamiento de los estudiantes frente al concepto de series de términos positivos, logrando que progresen del nivel II al nivel III, en el marco de este modelo.

De acuerdo con van Hiele, la estructura mental de un estudiante debe transformarse en otra nueva, la cual puede representarse como una red de relaciones, en la que los vértices de la red son conceptos o propiedades del objeto estudiado y las conexiones constituyen las relaciones existentes entre éstos. Lo anterior es importante dado que a la luz del modelo, el paso de un nivel de razonamiento a otro se produce mediante la creación o ampliación de la red de relaciones; el fortalecimiento de dicha red constituye un aspecto crucial en la comprensión de conceptos abstractos de la matemática.

Dado el papel determinante de la red de relaciones en los niveles de razonamiento y fases de aprendizaje, es importante definir un mecanismo que posibilite su materialización en

correspondencia con las características y estructura del modelo y, además permita evidenciar las modificaciones que un estudiante realiza a dicha red, es así como se propone la utilización de mapas conceptuales y el software *cmaptools*, como metodología que favorece la explicitación y la integración de los nuevos conocimientos a la estructura mental de los estudiantes.

Se pretende divulgar el papel de los mapas conceptuales en investigaciones recientes, como el proyecto titulado: *Las fases de van Hiele en la manifestación del concepto de convergencia de una serie infinita* (Universidad de Antioquia, 2004) y la tesis de maestría realizada por Vasco y Bedoya (2005), gracias a estos estudios se ha podido determinar que los mapas conceptuales constituyen una herramienta de enseñanza y aprendizaje cuyas características están en clara correspondencia con las definidas para la red de relaciones.

Los mapas conceptuales surgieron como una forma de instrumentalizar la teoría del aprendizaje significativo de Ausubel. Dentro de los procesos de investigación en el área de las ciencias y otras, que se han venido desarrollando en los últimos años, se han presentado diferentes definiciones de mapas conceptuales, una de ellas es: “un recurso esquemático para representar un conjunto de significados conceptuales incluidos en una estructura de proposiciones”, (Novak y Gowin, 1999, p. 33). Además de ser una técnica de estudio, los mapas conceptuales también pueden ser empleados como una representación gráfica o esquemática del conocimiento acerca de un tema específico. El conocimiento se organiza y representa de acuerdo a los niveles de abstracción, situando los más generales e inclusivos en la parte superior del mapa y los menos inclusivos en la parte inferior. Esta representación gráfica de conceptos y sus relaciones, brinda una estrategia que permite interpretar y comunicar las diversas estructuras mentales de cada uno de los estudiantes sobre un tema determinado.

En consonancia con lo anterior, las redes de relaciones y los mapas conceptuales están estrechamente relacionados pero claramente diferenciados, a continuación se destacan algunas de sus características correspondientes:

Redes de Relaciones	Mapas Conceptuales
En el marco del modelo educativo de van Hiele, el paso a través de un nivel de razonamiento al siguiente por medio de las fases de aprendizaje se produce mediante la creación de una nueva red de relaciones y el proceso de aprendizaje se ve favorecido gracias a que, a la red anterior se incorporan nuevos conceptos y nuevas relaciones entre ellos.	Contribuyen al aprendizaje porque representan una técnica de estudio que permite, según Ontoria (1993): Resumir esquemáticamente lo que se ha aprendido y organizar los conceptos jerárquicamente facilitando el aprendizaje significativo, al englobar los nuevos conceptos bajo otros conceptos más amplios.
Puede ser ampliada, modificada y mejorada gracias a los procesos de razonamiento. El fortalecimiento de la red de relaciones se favorece debido al establecimiento de vínculos significativos entre los conceptos que aparecen durante el proceso de aprendizaje, permitiendo la comprensión de los mismos.	Permiten seleccionar, extraer y separar la información significativa o importante de la información superficial, facilitando la organización lógica y estructurada de los contenidos de aprendizaje y proporcionando un recurso esquemático de todo lo que se ha aprendido.
El lenguaje es un medio importante que le permite al estudiante manifestar sus estructuras mentales y el grado de apropiación de éste, poniendo de manifiesto el nivel de comprensión de un tema o tópico determinado.	El uso del lenguaje, tanto verbal como escrito, es un medio para exteriorizar las estructuras conceptuales, y el refinamiento del mismo muestra el dominio que un estudiante puede alcanzar del concepto objeto de estudio.

Tomado de la tesis de maestría: “*Módulo de aprendizaje para la comprensión del concepto de series de términos positivos*”.

### **El papel de los mapas conceptuales en la comprensión del concepto de convergencia de series infinitas de términos positivos.**

El estudio y comprensión de conceptos del análisis matemático relacionado con el infinito han presentado dificultades, dado que su razonamiento supone obstáculos de carácter abstracto y la construcción de su conceptualización es difícil, pues la concepción intuitiva de éstos difiere de su definición formal matemática. Además, la confrontación entre un aspecto finito y uno infinito es una construcción que debe ser cuidadosa dado el aspecto paradójico que éste conlleva. Las anteriores son algunas de las causas que impiden comprender el concepto de convergencia de una serie infinita de términos positivos.

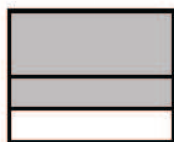
Debido a que el concepto estudiado exige un alto nivel de abstracción, es necesario recurrir a mecanismos adecuados que posibiliten su comprensión, es por esto que la investigación aborda el concepto de series de términos positivos, a través de las áreas para escaleras infinitas, donde el área de cada escalón se asocia a un término de la serie, y si ocurre que ésta existe, entonces la

serie asociada será convergente. Esta manera de familiarizar a los estudiantes con el concepto de infinito genera confianza en ellos al momento hacer sus razonamientos, dado que han tenido mayor contacto con representaciones visuales – geométricas, que con elementos formales y simbólicos asociados al concepto de infinito.

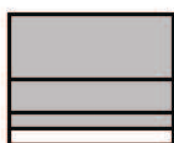
El trabajo de investigación: “Módulo de aprendizaje para la comprensión del concepto de series de términos positivos” propone actividades para cada una de las fases de aprendizaje del modelo de van Hiele, éstas son abordadas inicialmente desde una componente visual geométrica y posteriormente exigen procesos de razonamiento formal, apoyados en las construcciones elaboradas en las primeras fases. Los estudiantes participantes de la investigación llegan a explicitar sus conocimientos de diferentes formas, entre ellas, de manera verbal durante las socializaciones y de manera esquemática mediante mapas conceptuales. La realización de estos mapas es un proceso que evoluciona a lo largo del desarrollo de la investigación; los estudiantes realizan inicialmente esquemas en los que representan los conceptos estudiados, se capacitan en la utilización y manejo del software *cmaptools*, y a través de las socializaciones y actividades realizadas, ellos empiezan a diseñar representaciones que posteriormente se estructuran como mapas conceptuales, consolidando así su red de relaciones.

El módulo de aprendizaje propone, entre algunas de sus actividades, la realización de procesos de división y sombreado para determinar áreas de rectángulos; éstas permiten a los estudiantes calcular sumas de áreas, las cuales inicialmente son de carácter finito y posteriormente infinito. Así, por ejemplo, el módulo contiene actividades tales como la siguiente:

Para el siguiente rectángulo, la región sombreada es igual a la mitad del área del rectángulo original, más la mitad de la mitad que había quedado sin sombreadar (es decir, un cuarto) por lo tanto, el área de la región sombreada se puede representar así:  $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = 1 - \frac{1}{4}$  o también  $\frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} = 1 - \frac{1}{2^2}$ .



Continuamos el proceso de división y sombreado, con la superficie que ha quedado sin sombreadar, así:



Para la figura anterior el área sombreada se podrá representar como sigue:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}$$

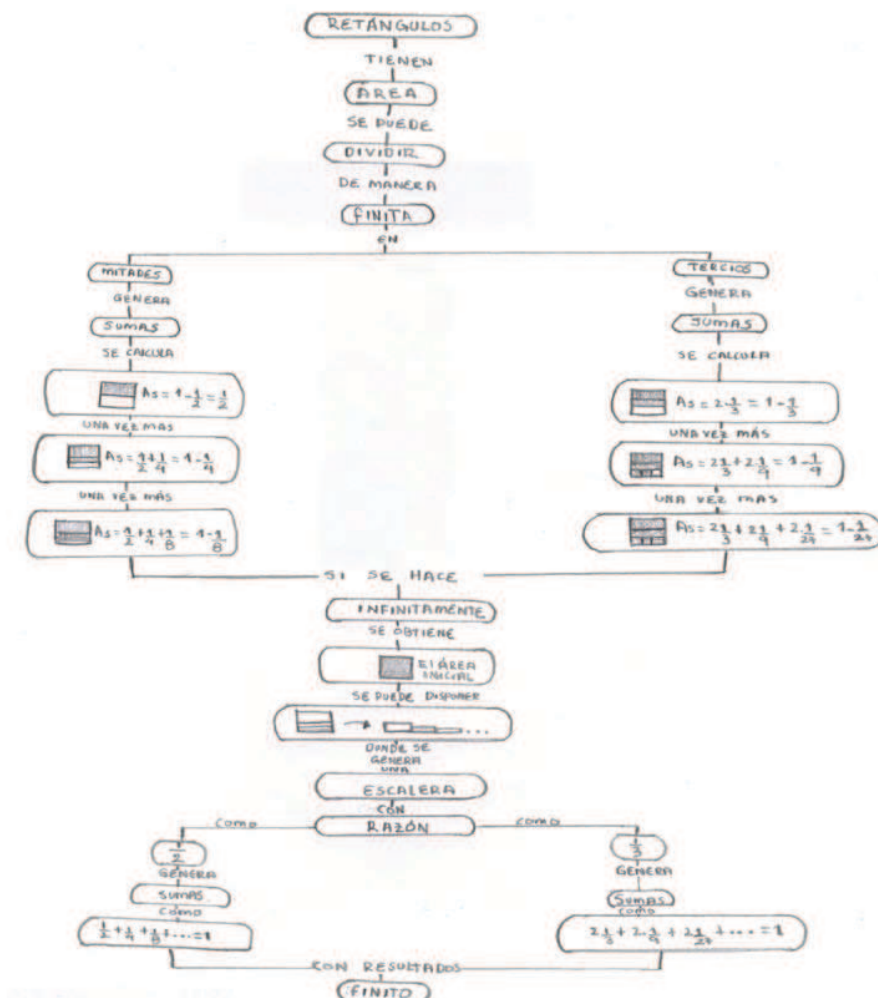
Tomado de la tesis de maestría: “Módulo de aprendizaje para la comprensión del concepto de series de términos positivos”

En el proceso de desarrollo de actividades como la anterior, los estudiantes deben hacer razonamientos inductivos tanto de carácter finito como infinito, logrando sombreadar completamente la figura. Ellos razonan sobre otras sumas de rectángulos dispuestos mediante una escalera decreciente infinita que tiene razón geométrica. Vale la pena destacar que el módulo contiene otras actividades, en las que se explicitan procesos de razonamiento infinito que ponen en correspondencia el aspecto geométrico y aritmético, fortaleciendo la integración de los conceptos abordados a lo largo del estudio.

Esta integración se evidencia durante las últimas fases de aprendizaje, orientación libre e integración, en las cuales los estudiantes demuestran condiciones para ser clasificados en un nivel III de razonamiento porque han cumplido con los descriptores de cada una de éstas. Algunos realizan razonamientos de tipo formal al abordar una situación en la que deben interactuar con el concepto objeto de estudio. Estas condiciones se ratifican con las socializaciones realizadas por los

estudiantes, en las que se observa que emplean un manejo apropiado del lenguaje, además se evidencia que éste ha aumentado progresivamente permitiendo que no sólo hablen con propiedad del concepto, sino que también, estén en condiciones de aplicarlo en distintos contextos.

A continuación se presenta uno de los mapas realizados por un estudiante del grado once, participante del proceso de investigación, durante las primeras fases:

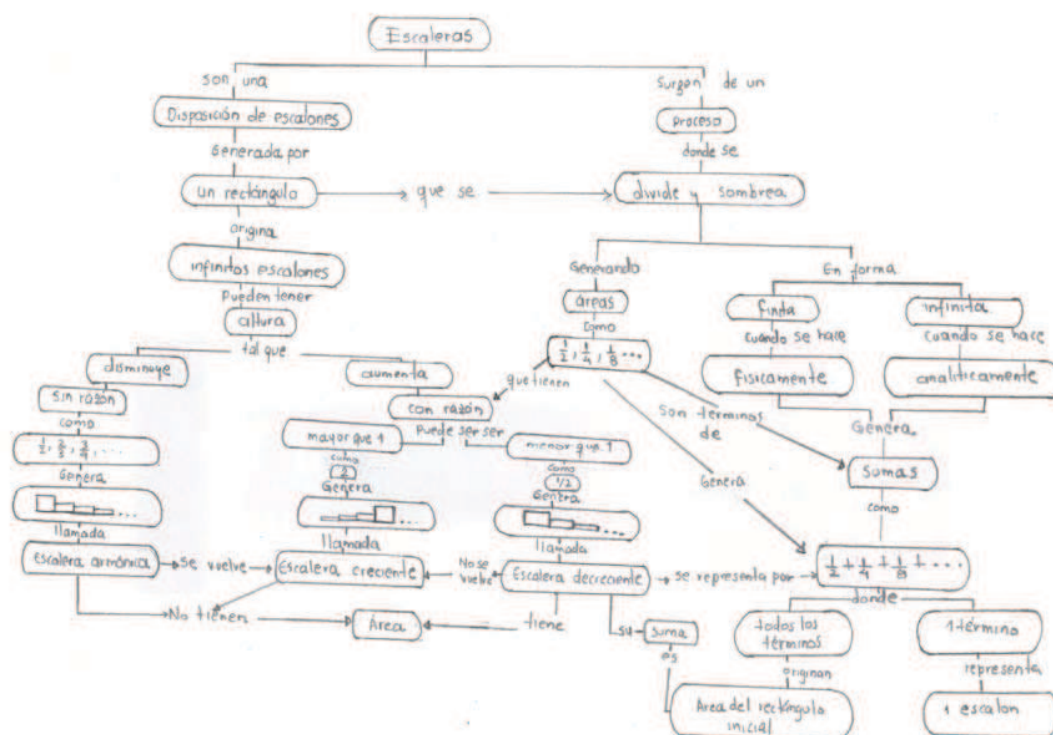


Mapa conceptual realizado durante el desarrollo del trabajo de investigación

Otro de los aspectos primordiales para afirmar con mayor certeza que un estudiante ha alcanzado un nivel avanzado de razonamiento, es la elaboración correcta de los mapas conceptuales propios de cada fase; específicamente, el mapa conceptual correspondiente a la última fase aborda el concepto de forma rigurosa y detallada; cabe anotar que con éstos se hace explícita la forma de comprensión de los estudiantes y la estructura mental de razonamiento, de acuerdo a su propia red de relaciones construida.

El presente estudio permite concretizar el carácter teórico de la red de relaciones propuesta por van Hiele a través de la estrategia de construcción de mapas conceptuales, y abre paso a futuras investigaciones que busquen un nivel de formalización, así como también profundizar en otros conceptos del análisis matemático dotados de una componente visual geométrica, en los cuales sea posible el empleo de esta estrategia.

Finalmente, se presenta un mapa realizado por un estudiante del grado once, que alcanza el nivel III de razonamiento, ya que él logra integrar los conceptos estudiados:



Mapa conceptual realizado durante el desarrollo del trabajo de investigación

### Referencias bibliográficas

Jaramillo, C. & Esteban, P. (2005). Enseñanza y aprendizaje de las estructuras matemáticas a partir del modelo de van Hiele, *Revista Educación y Pedagogía*, 18 (45), 111–118.

Jaramillo C., Sucerquia E. y Zapata S. (2009). Los módulos de instrucción como herramienta metodológica en el contexto del modelo de van hiele. En P. Lestón (Ed), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa 22*, 989-996. México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.

Jurado, F. & Londoño, R. (2005). *Diseño de una entrevista socrática para la construcción concepto de suma de una serie vía áreas de figuras planas*. Tesis de Maestría no publicada. Universidad de Antioquia. Medellín, Colombia.

Novak, J. & Gowin, B. (1999). *Aprendiendo a Aprender*. España: Martínez Roca.

van Hiele, P. (1986). *Structure and Insight: A Theory of Mathematics Education*. New York: Academic Press.

Ontoria, A. (1992). *Mapas conceptuales: una técnica para aprender*. Madrid: Narcea.

Vasco, E. & Bedoya, J. (2005). *Diseño de módulos de instrucción para el concepto de aproximación local en el marco de las fases de aprendizaje del modelo de van hiele*. Tesis de Maestría no publicada. Universidad de Antioquia. Medellín, Colombia.

Zapata, S. y Sucerquia, E. (2009). *Módulo de aprendizaje para la comprensión del concepto de series de términos positivos*. Tesis de Maestría no publicada, Universidad de Antioquia. Medellín, Colombia.