

# **Programas de Doctorado e Investigación Académica: Educación Matemática en la Universidad Española**

*Prof. Dr. L. Rico  
Departamento de Didáctica de la Matemática  
Universidad de Granada*

## **Introducción**

Dentro de las Ciencias de la Educación, la Didáctica de la Matemática ha experimentado en los últimos 50 años un desarrollo sostenido tanto en extensión como en profundidad. Este desarrollo es efecto y causa, simultáneamente, de las importantes funciones que desempeña el conocimiento matemático en la sociedad y cultura contemporáneas. La importancia de las matemáticas en los currícula de la enseñanza obligatoria ha provocado, recientemente, una amplia reflexión teórica y un gran esfuerzo de implementación práctica, sostenidos por un cuerpo de investigación en Educación Matemática amplio y sistemático (Romberg, 1992; Popkewitz, 1994).

Los especialistas coinciden en que las características distintivas más apreciables del conocimiento matemático son su carácter formativo y su utilidad práctica, tanto al considerar la dimensión individual como la social (Romberg, 1991; Niss, 1996). La enseñanza de las matemáticas afecta a millones de jóvenes y adolescentes; como campo de actuación profesional son cientos de miles los profesores y educadores que trabajan sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas (OCDE, 1995).

El carácter eminentemente social y cultural de la enseñanza de las matemáticas, junto con la complejidad y dificultades detectadas en el aprendizaje de estas disciplinas, han contribuido a que la preocupación por el estudio de los procesos de comunicación, transmisión y comprensión de las matemáticas hayan interesado a una amplia comunidad científica, que viene realizando desde hace más de un siglo investigación cualificada en este campo (Kilpatrick, 1992).

La investigación, junto con la innovación curricular y la formación del profesorado, concentran la mayor parte de los esfuerzos de la comunidad de educadores matemáticos (Rico y Sierra, 1991).

El despegue de la investigación en Educación Matemática en los últimos años se ha sostenido sobre unas determinadas claves; entre ellas destacan su incorporación a la universidad (Long, Meltzer y Hilton, 1970), el control y la validación académica de sus resultados, el sostenimiento de revistas especializadas con alto nivel de rigor y exigencia científica, la celebración de encuentros y debates periódicos entre especialistas, la delimitación y puesta en práctica de agendas de investigación y el estímulo a los grupos y líneas de investigación en Educación Matemática llevado a cabo por organismos y agencias de promoción de la investigación (Kilpatrick, Rico y Sierra, 1994).

Dentro de este marco general la investigación española en Educación Matemática ha tenido su propio desarrollo en los últimos 25 años.

## **Antecedentes: Investigación española en los 70**

Durante la década de los 70 en España se implanta la Ley General de Ed-

ucación. Hay dos datos principales, de interés para la Investigación en Educación Matemática:

- \* una nueva organización del sistema educativo, que desarrolla un currículo basado en las Matemáticas Modernas para todos los niveles de la educación obligatoria (6-14 años) y post-obligatoria (15-18);

- \* la creación en cada una de las universidades de los Institutos de Ciencias de la Educación (I.C.E.), mediante los que se incorporan la investigación educativa y la formación del profesorado a las competencias universitarias.

Como consecuencia derivada de estas reformas se plantea la necesidad de dar respuesta fundada a los problemas de enseñanza detectados en el Sistema Educativo y justificar la adecuación de los nuevos programas a las necesidades formativas de los escolares. Son varias las iniciativas que surgen en estos años para abordar estos problemas entre las que, por su orientación investigadora, destacamos dos:

- \* el Equipo de Investigación Granada-Mats, que se constituye en 1971, y

- \* los grupos de innovación Grupo Cero y Grup Zero, cuyos trabajos se inician en 1975.

Una descripción detallada de la actividad investigadora de estos grupos puede verse en Rico y Sierra (1997).

En el marco de las reformas a que da lugar la Ley General de Educación aparece la disciplina *Didáctica de la Matemática* por primera vez en la Universidad española. Esto ocurre en los nuevos planes de estudio para la formación inicial de los Profesores de Educación General Básica (1971), en primer lugar, y, posteriormente, en la Licenciatura de Matemáticas de algunas universidades (1975). En este contexto hay grupos específicos de investigadores en algunas universidades que comienzan a desarrollar trabajos de investigación en Didáctica de la Matemática; también se logra la valoración académica de algunos de los estudios realizados en este campo. Esto sucede en la Universidad de Granada donde en el año 75, con carácter pionero, se presentan dos tesis de licenciatura en Didáctica de la Matemática.

Sin embargo, las oportunidades y condiciones institucionales en esta época son restringidas y limitadas, dificultando un desarrollo adecuado de la investigación en Educación Matemática.

### **La Ley de Reforma Universitaria**

En 1984 se promulga la Ley de Reforma Universitaria (L.R.U.). A partir de la nueva estructura universitaria derivada de esta Ley se diversificaron las disciplinas tradicionales en un nuevo catálogo de Areas de Conocimiento, adaptado a un desarrollo actualizado de las ciencias.

La Ley estableció las Areas de conocimiento “como aquellos campos del saber caracterizados por la homogeneidad de su objeto de conocimiento, una común tradición histórica y la existencia de comunidades investigadoras nacionales o internacionales”. En este marco surge el *Area de Conocimiento Didáctica de la Matemática* como uno de los campos del conocimiento mediante los que se estructura la Universidad, reconociendo el esfuerzo realizado por la comunidad de educadores matemáticos de nuestro país en años anteriores.

La constitución de Departamentos universitarios en los que está integrada el Área de Didáctica de la Matemática y, en especial, los Departamentos de Didáctica de la Matemática han supuesto un paso importante para la Educación Matemática en España, disponiéndose de nuevos medios personales y materiales y potenciándose la docencia e investigación en el Área.

Pero el punto de partida no resultó fácil; las necesidades y carencias desbordaban ampliamente los medios disponibles y el reto que se asumía parecía estar fuera de cualquier posibilidad de realización. Al comenzar su andadura institucional el área de Didáctica de la Matemática tiene ante sí grandes retos; uno de los más destacados es la investigación académica y la validación de sus resultados mediante tesis doctorales.

Las prioridades de la investigación en Educación Matemática se centran durante estos años, a nivel internacional, en la delimitación, explicitación y enunciado de los principales problemas sobre los que debe trabajar esta investigación (Shumway, 1980; Freudenthal, 1981; Wheeler, 1984) y en la conexión necesaria de los resultados de las investigaciones con la práctica escolar (Bell, Low & Kilpatrick 1985). Además, cada comunidad científica nacional tiene que adaptar este programa a las propias condiciones locales, definir sus prioridades, adaptar los medios a los fines e iniciar una propuesta rigurosa de investigación académica. En este contexto se dan los primeros pasos para poner en marcha los programa de Doctorado en Didáctica de la Matemática.

### **Programas de Doctorado**

La nueva ley universitaria establecía que “corresponde a los Departamentos la articulación y coordinación de las enseñanzas y de las actividades investigadoras de las Universidades.” Uno de los logros mas importantes derivados de la nueva regulación universitaria ha sido la organización y desarrollo de Programas de Doctorado específicos en Didáctica de la Matemática, como ha ocurrido en la Universidad Autónoma de Barcelona, Universidad de Valencia y Universidad de Granada; posteriormente se han incorporado las universidades de Sevilla y Extremadura.

La importancia de los Programas de Doctorado se resalta en el Real Decreto que regula el Tercer Ciclo de Estudios Universitarios, donde leemos:

“El Tercer Ciclo, como demuestra la experiencia comparada, constituye condición esencial para el progreso científico y, por ello, para el progreso social y económico de una comunidad por cuanto de la profundidad de sus contenidos y la seriedad en su planteamiento depende la formación de los investigadores.”

A estos efectos la Ley de Reforma Universitaria se plantea cuatro grandes objetivos en el campo de los estudios de postgrado:

- \* Disponer de un marco adecuado para la consecución y transmisión de los avances científicos.

- \* Formar a los nuevos investigadores y preparar equipos de investigación que puedan afrontar con éxito el reto que suponen las nuevas ciencias, técnicas y metodologías.

- \* Impulsar la formación de nuevo profesorado.

- \* Perfeccionar el desarrollo profesional, científico y artístico de los titulados superiores.

Queda claro que el desarrollo de un Área de Conocimiento pasa por el mantenimiento continuado de un Programa de Tercer Ciclo mediante el que se realicen y logren los anteriores objetivos. En este contexto, las Universidades de Granada, Valencia y Autónoma de Barcelona iniciaron durante el curso 88-89, el Programa de Doctorado en Didáctica de la Matemática, que se ha continuado a lo largo de estos años.

### **Programa de Doctorado en la Universidad de Granada**

El Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada viene ofreciendo un Programa de Doctorado bianual para la formación de investigadores. Hasta el momento se han desarrollado 4 bienios y va a comenzar un nuevo programa en el próximo bienio 96-98. Según la normativa establecida los Programas de Doctorado deben comprender, con carácter general:

a) Cursos o Seminarios relacionados con la metodología y formación en técnicas de investigación.

b) Cursos o Seminarios sobre los contenidos fundamentales de los campos científico, técnico o artístico a los que esté dedicado el Programa de Doctorado correspondiente.

c) Cursos o Seminarios relacionados con campos afines al del Programa y que sean de interés para el proyecto de tesis doctoral del doctorando.

Siguiendo estas directrices generales, el Programa de Doctorado de Didáctica de la Matemática presenta la siguiente organización de materias para el bienio 96-98:

#### ***Curso 96-97***

Investigación en Educación Matemática: Avances Metodológicos.

Teoría de la Educación Matemática.

Diseño, Desarrollo y Evaluación del Currículo de Matemáticas.

Seminario de Didáctica de la Matemática I.

Epistemología de la Probabilidad y la Combinatoria.

Análisis de Datos I.

Pensamiento Numérico.

Modelos para Investigación en Etnomatemática, Formación de Profesores y Curricular I.

#### ***Curso 97-98:***

Seminario de Didáctica de la Matemática II.

Modelos para Investigación Etnomatemática, Formación de Profesores y Curricular II.

Introducción al Análisis de Datos Multivariantes.

Diseño de Investigaciones Educativas.

Investigación en Resolución de Problemas.

Pensamiento Numérico Avanzado.

Semiometría y Ecología de los Objetos Matemáticos.

Creencias y Concepciones de los Profesores, Investigación en Formación de Profesores.

Evaluación en el Aula de Matemáticas.

Epistemología y Didáctica de la Inferencia Estadística.

Estos 18 cursos totalizan una oferta de 52 créditos de formación, y están impartidos por 11 profesores.

### ***Regulación del Programa de Doctorado***

El alumno inscrito en los estudios de doctorado deberá cursar y aprobar en el plazo de dos años, prorrogables a tres, un total de 32 créditos (320 horas) mediante los cursos y seminarios incluidos en el programa, así como con créditos obtenidos por la realización de un trabajo de investigación obligatorio, hasta un máximo de 9 créditos. Se exige un mínimo de 16 créditos en materias del área de conocimiento o fundamentales; el resto puede cursarse con asignaturas afines.

El trabajo de investigación consiste en una primera aproximación a la Tesis. El Departamento entiende que la mejor forma de aprender a investigar consiste en realizar un trabajo de investigación, para cuyo fin se estimula a los alumnos a que presenten una Memoria de Tercer Ciclo con los resultados obtenidos en este trabajo. Los alumnos de doctorado han de presentar en el Departamento, antes de terminar el Programa, un proyecto de tesis doctoral avalado por el que vaya a ser su director o directores. La tesis deberá terminarse en el plazo de cinco años desde la fecha de inicio de los estudios, ampliables en otros dos años a juicio de la Comisión de Doctorado (Rico, Batanero y Diaz, 1994). Hasta el momento son 16 las tesis doctorales, 2 tesinas y 12 trabajos de investigación los leídos en el programa de Doctorado de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada.

### **Desarrollo de la Investigación**

A los cuatro objetivos generales señalados por la ley relativos a la investigación, antes mencionados, el Área de Didáctica de la Matemática ha añadido los siguientes:

- \* Establecer y mantener un espacio de crítica, debate y comunicación sobre el estado actual y desarrollo reciente de la investigación en el Área de Didáctica de la Matemática, así como de sus avances teóricos y metodológicos.

- \* Impulsar la delimitación de problemas relevantes en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas para su estudio sistemático, que permita obtener información significativa para su diagnóstico y tratamiento y dé lugar a materiales y recursos adecuados para el aula de matemáticas.

- \* Constituir grupos de investigación estables, que trabajen metódica y continuamente sobre líneas específicas de investigación en Didáctica de la Matemática, que sirvan de referencia para los especialistas y estén conectados con la comunidad investigadora internacional.

- \* Producir investigación propia cualificada, que suponga una aportación específica y original a las cuestiones de indagación prioritarias en el Área de Conocimiento, y presentar regularmente los resultados obtenidos en los foros y medios de comunicación de la comunidad de investigadores de Didáctica de la Matemática.

El logro principal de los Programas de Doctorado en Didáctica de la Matemática no se limita a las tesis doctorales sino que avanza hacia la constitución de grupos estables de investigación y la consolidación de una comunidad de investigadores en Educación Matemática en la Universidad

Española. Varios son los datos que avalan esta consideración.

Los profesores del Area de Didáctica de la Matemática se han presentado a las evaluaciones de la actividad investigadora realizadas por el Ministerio de Educación; hay un grupo significativo de estos profesores con tramos evaluados positivamente. En el Plan Nacional de Formación de Personal Investigador se han concedido becas para trabajar en Didáctica de la Matemática.

En las convocatorias anuales para la Promoción General del Conocimiento, convocados por la Dirección General de Investigación Científica y Técnica (DGICYT) se han presentado y aprobado proyectos de grupos de investigadores de Didáctica de la Matemática; igualmente en el Plan Nacional de Investigación Educativa de la Dirección General de Renovación Pedagógica, así como en las convocatorias del Plan Andaluz de Investigación de la Consejería de Educación y Ciencia de la Junta de Andalucía y de otras Comunidades Autónomas.

En los departamentos de Didáctica de la Matemática hay una organización mediante líneas de investigación. Así ocurre en la Universidad de Granada donde el Departamento está estructurado según cinco líneas, con el fin de organizar su actividad investigadora. Estas líneas son:

- Didáctica de la Matemática: Pensamiento Numérico
- Didáctica de la Probabilidad y de la Estadística
- Diseño, Desarrollo y Evaluación del Currículo de Matemáticas
- Formación del Profesorado de Matemáticas
- Teoría y Métodos de Investigación en Educación Matemática

Cada uno de estos grupos está teniendo un desarrollo considerable, que permite ubicar las investigaciones de los proyectos y tesis doctorales en un marco más general y coordinado, que da continuidad y profundidad a estos estudios especializados.

Las relaciones internacionales son también un rango distintivo de la situación actual. A las invitaciones individuales para impartir cursos y conferencias, hay que añadir que los Departamentos de Didáctica de la Matemática de las Universidades Autónoma de Barcelona, Valencia y Granada tienen firmados convenios entre sí y con Centros de Investigación en Educación Matemática y Departamentos Universitarios de otros países, principalmente de la Comunidad Europea y de Latinoamérica. Estos departamentos han participado en proyectos de la Unión Europea, tales como el Erasmus, Tempus, Sócrates y Alfa, coordinando y formando parte de redes de investigadores en Educación Matemática. La contribución a la formación inicial de investigadores latinoamericanos en Educación Matemática de estos tres centros es sistemática y productiva.

También merece mención la incorporación de investigadores españoles a grupos internacionales (PME, CIEAEM, ICOTS, ICMI-Studies, etc.) y la participación internacional destacada en comités de evaluación, comités científicos y editoriales, paneles de expertos, conferencias, ponencias invitadas, grupos de investigación, redacción de libros, informes de investigación y artículos.

## **Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática**

En el marco descrito, las relaciones entre los investigadores españoles en Educación Matemática han ido creciendo y centrándose en los trabajos y tareas de investigación. Todos los debates y actividades realizados han impulsado el sentimiento y han desarrollado la percepción de formar parte de una misma comunidad de investigadores.

Se delimita así un grupo profesionalizado en investigación sobre Educación Matemática, reconocible por sus trabajos académicos, por la pertenencia a grupos internacionales, y por su producción sistemática de trabajos de investigación en este campo, sometidos a la crítica y control de la comunidad.

Este grupo, no muy extenso, necesita su propio espacio de encuentro, debate y reflexión. Surge de este modo la necesidad de una sociedad formalmente establecida, en la que se incardinan y organicen los investigadores profesionales en educación matemática.

La Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática se constituye en marzo de 1996. Entre sus principales objetivos están:

- \* Promover el impulso a la Educación Matemática en los organismos e instituciones relacionados con la investigación. Promover la participación en las convocatorias de ayudas a la investigación, institucionales y privadas.
- \* Contribuir y participar en el desarrollo, evaluación y aplicación de investigaciones en Didáctica de la Matemática.
- \* Contribuir a la presentación de resultados de investigación en los foros, encuentros y revistas de Educación Matemática.
- \* Mantener contactos y promover la colaboración con grupos de investigación en Educación Matemática.
- \* Favorecer activamente la cooperación e intercambio entre investigación y docencia en todos los niveles educativos.
- \* Transmitir y divulgar institucionalmente la actividad de la Sociedad.

La Sociedad ha iniciado el debate sobre los campos de investigación prioritarios en Educación Matemática para facilitar la constitución de grupos de trabajo estables en la comunidad.

Tras una revisión y análisis de los tópicos y campos de investigación en los que los investigadores españoles han venido desarrollando sus trabajos, se optó por constituir los siguientes grupos:

- 1 Didáctica del Análisis. Pensamiento Matemático Avanzado.
- 2 Aprendizaje de la Geometría y Nuevas Tecnologías
- 3 Didáctica de la Estadística, Probabilidad y Combinatoria.
- 4 Pensamiento Numérico y Algebraico.
- 5 Formación de Profesores de Matemáticas.
- 6 Metodología de Investigación en Didáctica de la Matemática.

### **Perspectivas de futuro**

Hemos hecho una descripción de los cambios e innovaciones ocurridos en España en el campo de la Investigación en Educación Matemática durante los últimos 25 años, destacando el desarrollo acelerado de los 10 últi-

mos años. Ninguno de estos cambios hubiera tenido lugar con el vigor y profundidad con que se han presentado si no se hubiese producido una evolución en la sociedad española y, en particular, en su sistema educativo que han dado lugar a unas condiciones idóneas para el desarrollo de la investigación.

Entre tales cambios hay que destacar, principalmente, el gran desarrollo cultural y social ocurrido en España y destacar la renovación económica, cultural, política y educativa realizada en estos últimos 25 años.

Para la estabilidad de la comunidad de investigadores en Educación Matemática ha sido determinante que, previamente, se haya consolidado una fuerte comunidad de investigadores en las diferentes disciplinas matemáticas. El hecho de que se investigue en Matemáticas en la Universidad española da sentido a los problemas de su enseñanza y aprendizaje, debido a las dificultades de comunicación y transmisión que se plantean. También es determinante la consolidación de diferentes comunidades de investigadores en las diversas disciplinas que denominamos Ciencias de la Educación, ya que proporcionan marcos de referencia teóricos y metodológicos adecuados y sirven de crítica y contraste a las investigaciones realizadas en Educación Matemática.

Igualmente tiene un efecto determinante para esta investigación la constitución de las Sociedades de Educadores o Profesores de Matemáticas. Estas sociedades han realizado una actividad vigorosa con aportaciones al diseño y desarrollo del currículo de las matemáticas escolares así como a la formación inicial y permanente del profesorado. La contribución de las Sociedades de Profesores al desarrollo de la Educación Matemática y, en especial, a la reflexión sobre las conexiones entre teoría y práctica ha sido destacable en España; gran parte del trabajo realizado en investigación se ha planteado y discutido en los encuentros y jornadas organizados por las Sociedades y se ha difundido mediante las actas, revistas y otras publicaciones editadas por estas Sociedades.

La especificidad de los problemas de la Investigación en Educación Matemática desde una perspectiva profesional y académica no deben hacernos olvidar el compromiso y la ineludible conexión con la práctica profesional del educador matemático. Los profesores de matemáticas tampoco pueden contemplar al investigador como ajeno a su trabajo; antes bien, deben exigirle rigor en sus planteamientos, claridad en sus realizaciones y practicidad en sus resultados.

Los investigadores en educación matemática forman parte, por derecho propio, de la comunidad de educadores matemáticos, pero tienen su campo profesional específico al que deben atender con prioridad. Esta situación obliga a reflexionar sobre los problemas comunes, que deben abordarse conjuntamente. La coordinación sistemática entre estos dos colectivos permitirá alcanzar unas señas de identidad bien fundadas y consolidar ambas comunidades.

Todos los educadores matemáticos españoles comparten la misma finalidad: mejorar la calidad de la enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas en España y, cada uno, debe asumir este objetivo en el ámbito de sus competencias profesionales. Los investigadores tienen un campo profesional



bien delimitado que no pueden eludir. Por razones éticas, cívicas y profesionales han de llevar a cabo el inaplazable desarrollo de la investigación española en Educación Matemática. Se trata de un deber prioritario cuya realización les compete y del que no pueden sustraerse; el éxito o fracaso en esta tarea dará en el futuro la dimensión auténtica de su contribución a la Educación Matemática en España.

## Referencias

- Bell, A.; Low, B. & Kilpatrick, J.** (1985) *Theory, Research and Practice in Mathematical Education*. Nottingham: University of Nottingham.
- Freudenthal H.** (1981) Major problems of Mathematics Education *Educational Studies in Mathematics*. Vol. 12, nº 2.
- Kilpatrick, J.** (1992) History of Research in Mathematics Education, En D. Grouws (edt.) *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. New York: Macmillan.
- Kilpatrick, J., Rico, L. y Sierra, M.** (1994) *Educación Matemática e Investigación*. Madrid: Síntesis.
- Lacasta, E. y Rico, L.** (1996) *Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática Boletín Informativo*, nº 0. Granada.
- Long, R; Meltzer, N. & Hilton, P.** (1970) Research in Mathematics Education. *Educational Studies in Mathematics* Vol. 2
- Niss, M.** (1996) ¿Por qué enseñamos matemáticas en la escuela? En L. Puig y J. Calderón (edts.) *Investigación y Didáctica de las Matemáticas*. Madrid: Ministerio de Educación y Ciencia.
- OCDE** (1995) *Análisis del panorama Educativo. Los indicadores de la OCDE*. Madrid: Ediciones Mundi- Prensa.
- Popkewitz, T.** (1994) *Sociología Política de las Reformas Educativas*, Madrid: Morata.
- Rico, L.; Batanero, C y Diaz, J.** (1994) El Programa de Doctorado de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada. *UNO Revista de Didáctica de las Matemáticas* nº 2, 133-144 .
- Rico, L. y Sierra, M.** (1991) La Comunidad de Educadores Matemáticos En A. Gutiérrez (edt.) *Area de Conocimiento: Didáctica de la Matemática*. Madrid: Síntesis
- Rico, L. y Sierra, M.** (1997) Antecedentes del Currículo de Matemáticas. En L. Rico (edt.) *Bases Teóricas del Currículo de Matemáticas en España*. Madrid: Síntesis.
- Romberg, T.** (1991) Características problemáticas del Currículo Escolar de Matemáticas. *Revista de Educación* nº 294.
- Romberg, T.** (1992) Perspectives on Scholarship and Research Methods, En D. Grouws *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. New York: Macmillan.
- Shumway R.** (1980) *Research in Mathematics Education*. Reston VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Wheeler D.** (Ed.) (1984) *Research Problems in Mathematics Education For the Learning of Mathematics*. Vol 4.