

LA IMPORTANCIA DE LA PRIMERA REPRESENTACIÓN EN PROBLEMAS CONTEXTUALIZADOS

Alma Alicia Benítez Pérez
CECyT 11, "Wilfrido Massieu" - IPN
abenitez@ipn.mx

México

Campo de investigación: Resolución de Problemas

Nivel: Medio

Resumen. *El estudio de la Primera Representación adquiere un papel determinante en la actividad de la resolución de problemas, ya que se presenta entre la percepción del problema y el proceso de resolución. El presente trabajo, plantea la posibilidad de desarrollar la formulación de problemas para enriquecer el contenido de la primera representación, permitiendo de explorar nuevas representaciones para identificar la organización de sus relaciones y establecer su articulación en problemas contextualizados.*

Palabras clave: representaciones, formulación de problemas

Introducción

Los programas de estudio a nivel bachillerato y particularmente los programas de los Centro de Estudios Científicos y Tecnológicos, área Físico- Matemáticas, mencionan la importancia de promover las habilidades del pensamiento; análisis, interpretación y síntesis, así como la elaboración de conjeturas, argumentación, abstracción y generalización, en este sentido, las representaciones adquieren un papel importante, pues de ellas depende las estructura cognitiva en el estudiante.

La representación es un proceso que dinamiza la resolución de problemas en las ciencias y en particular en matemáticas, permitiendo al estudiante dar sentido a la información que le brinda el problema y operar con ella hasta dar respuesta a la exigencia del mismo. Particularmente, Benítez (2006) menciona el hecho de que la primera representación con la cual se inicia el proceso de solución es decisiva, ya que se presenta entre la percepción del problema y el proceso de resolución, durante el cual influyen varios aspectos como son: la formulación del problema, las ideas previas del estudiante, las condiciones dentro de las cuales el problema está inmerso, factores que son determinantes para que el estudiante pueda re-interpretar o modificar la primera representación, cuyo tratamiento conlleva a identificar información para hacer inferencias y seleccionar los elementos relevantes que posteriormente se traducirán en la abstracción del análisis de las partes y su integración, dando lugar a la síntesis y a la conclusión del problema.

La presente investigación tiene como propósito analizar las estrategias que el alumno desarrolla, cuando se impulsan actividades que enfatizan el planteamiento de preguntas y la reformulación de problemas contextualizados, para favorecer la re-interpretación o modificación de la primera representación, para lo cual se constituyó un ambiente de actitudes abiertas, reflexivas y críticas, originando reflexiones individuales de resolución, así como discusiones grupales.

Marco de Referencia

El papel que desempeñan las representaciones en el aprendizaje de la matemática es fundamental, pues beneficia la comunicación y comprensión del sujeto con su medio y con el mismo. Las representaciones son configuraciones (palabras, gráficas, ecuaciones, entre otros), que pertenecen a sistemas altamente estructurados, denominados; “Esquemas Simbólicos” (Kaput, 1987), “Sistemas Representacionales” (Goldin, 1987) o “Sistemas Semióticos” (Duval, 1992 no está en las referencias), los cuales están constituidos de caracteres o signos primitivos, para ser combinados a través de reglas particulares en cada sistema, dichas reglas estructuran el sistema de producción de la representación, el cual contribuye para enriquecer su contenido (Duval, 1998).

Callejo (1994), estudia el empleo de las representaciones gráficas por alumnos de nivel secundario cuando resuelven problemas, su investigación reporta los elementos que desde su perspectiva determinan la elección, interpretación y modificación de las representaciones, es decir, descripción de la situación, las preguntas y el contexto matemático en el cual está envuelto el enunciado. Estos factores influyen directamente para elegir el primer acercamiento con la representación, a lo cual Callejo denomina representación generatriz, por ser ésta la primera representación gráfica que inicia el proceso de resolución del problema, siguiendo un acompañamiento de representaciones diseñadas con la misma finalidad del proceso, por ejemplo, ilustrar el enunciado del problema, formalizar el problema dentro del dominio matemático, aplicar una estrategia de solución etc., de tal manera que el acompañamiento de las representaciones diseñadas en el curso de la resolución del problema esta determinado por la primera representación.

En esta misma dirección aunque con sus respectivos matices Keller y Hirsch (1998), enfocan su investigación para analizar la preferencia cognitiva de estudiantes universitarios que cursan el

primer semestre de cálculo. La tarea consistió en elegir la representación que emplean para resolver una situación dada, sin que ésta se resolviera. Las situaciones que presentan a los estudiantes están caracterizadas por situaciones en contexto y no contextualizadas. El estudio reportó que la elección de la representación inicial puede estar influenciada por diversos factores, uno de los cuales es la preferencia cognitiva de los estudiantes, es decir, la manera personal por la cual un individuo escoge inicialmente el proceso de información de una actividad intelectual, así como la experiencia del alumno con una representación, el nivel de la tarea, la descripción de la situación, las preguntas aplicadas, el contexto del enunciado, el lenguaje de las tareas y el contexto en el cual se representa la situación. Las actividades también están influenciadas por la percepción del estudiante, por el pragmatismo de las preguntas escolares, y por las herramientas de procedimiento que fueron dadas para manipular sucesivamente la elección de las representaciones.

Respecto a las representaciones semióticas, Duval (2000) menciona la necesidad de manejar al menos dos registros de representación semiótica, para llevar a cabo las tres funciones cognitivas (formación, tratamiento y conversión) y poder lograr la aprehensión del objeto. Por lo cual, el modelo que presenta Duval enfatiza la necesidad de manejar al menos dos registros de representación semiótica, para llevar a cabo las tres funciones cognitivas (formación, tratamiento y conversión) y, poder lograr la aprehensión del objeto. Particularmente la actividad de conversión no es una tarea inmediata en un alumno que está en proceso de formación, sino al contrario, Duval enfatiza la necesidad de establecer la correspondencia entre dos representaciones que pertenecen a registros semióticamente diferentes, y además representan al menos parcialmente el mismo contenido. La actividad involucra establecer la congruencia entre ambos registros de representación, a través de la identificación de sus unidades significativas, para establecer su correspondencia.

Metodología

La matemática en contexto como estrategia didáctica es una aproximación teórica que vincula diversas áreas de conocimiento, esta aproximación nace de la extrapolación de la teoría educativa matemática en el contexto de las ciencias (Camarena, 2002), teniendo dos modalidades; la primera es presentar dentro de los cursos de matemáticas, contenidos matemáticos con otras

ciencias y, otra es la enseñanza de las ciencias, esta última corresponde a la etapa denominada fase didáctica (Camarena, 2000).

El propósito de la experiencia educativa fue proporcionar al estudiante diversas situaciones asociados a las representaciones, empleando tratamientos que permitan evidenciar su riqueza, impulsando la formulación de problemas. La actividad se realizó en el contexto del curso de Álgebra. Los estudiantes no habían participado anteriormente en esta forma de trabajo, modificando la práctica en el salón de clase, es decir, se impulsó la comunicación de ideas y la continua participación en clase.

La experiencia educativa se llevó a cabo con un grupo de 40 alumnos (grupo 1IM3) respectivamente, del nivel medio superior (C.E.C.yT. 11, "Wilfrido Massieu") que cursaban el primer semestre del ciclo escolar, y cuya duración fue de 18 semanas. Las edades de los alumnos fluctuaban entre 15-16 años. Los estudiantes no habían participado anteriormente en esta forma de trabajo, modificando la práctica en el salón de clase, es decir, se impulsó la comunicación de ideas y la continua participación en clase.

Desarrollo de la Experiencia Educativa

Fase de introducción. Los alumnos participantes no contaban con antecedentes para llevar a cabo la dinámica en el aula, considerando que los alumnos estaban habituados a una enseñanza magistral. Ante esta situación, la primera semana de trabajo, se introdujo a los estudiantes al trabajo en equipo y discusión en el grupo, teniendo el profesor el papel de coordinador del proceso.

Dinámica de trabajo en el aula. La clase se organizó en equipos de 4 a 5 integrantes, formando un total de 6 equipos por grupo. Se entregó al inicio de la sesión una actividad diseñada por el profesor, para trabajarla de manera colectiva, mencionando que un integrante del equipo sería el encargado de recolectar toda la información que se obtuviera durante el proceso de solución, mientras el profesor participaba con los equipos como espectador y para proporcionar información. Una vez terminada la tarea, los equipos presentaban un reporte escrito. El profesor, de acuerdo con las observaciones realizadas a los equipos, seleccionaba un equipo para exponer

su trabajo al grupo. El criterio de selección consideraba los diferentes puntos de vista, favoreciendo la discusión en el grupo, para aclarar dudas y superar posibles dificultades.

Tipo de Actividades

Desarrollo de la Experiencia Educativa, desde la Matemática en Contexto

Planteamiento del problema de las disciplinas del contexto.

Para el diseño de las actividades, previamente se realizó un análisis del contenido matemático. El propósito fue identificar las ideas principales para desarrollarse durante la experiencia, el resultado se enfocó en dos ideas centrales que articulan toda la organización conceptual: lenguaje algebraico, modelación ecuaciones y funciones, permitiendo el planteamiento de modelos lineales y cuadráticas en situaciones concretas. Estas ideas fueron el apoyo para elaborar el diseño de las actividades que se utilizaron durante la experiencia. Algunas de las actividades fueron piloteadas en un curso paralelo, anterior al de la experiencia, para examinar su potencial o bien las dificultades que presentan los alumnos. A continuación se expone una actividad;

Dos velas (V1 y V2) del mismo tamaño (120cm) están hechas de distintos materiales, tales que una de ellas se consume uniformemente hasta consumirse en tres horas en tanto que la otra se consume en cuatro horas. ¿A qué hora se deben encender ambas velas simultáneamente para que a las 5:00 PM un cabo de vela mida el triple que el otro?

Determinación de las variables y de las constantes del problema.

Variables identificadas: tiempo, altura.

Inclusión de los temas y conceptos matemáticos necesarios para el desarrollo del modelaje y su solución.

Temas: Ecuación de la recta, interpretación de la gráfica, interpretación numérica, sistema de ecuaciones lineales.

Determinación del modelo matemático.

Ecuación vela 1:

$$Y_1 = 120 - 40X_1$$

Ecuación vela 2:

$$Y_2 = 120 - 30X_2$$

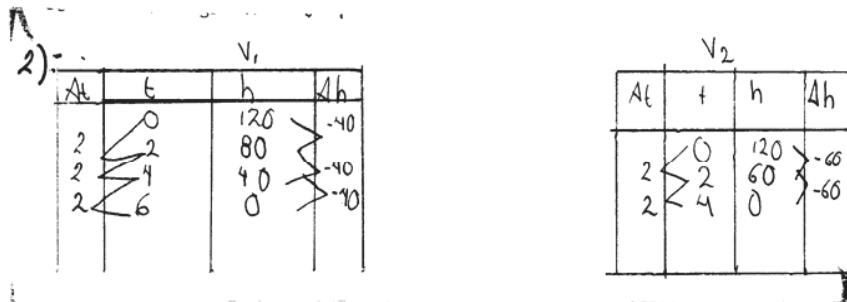
Solución matemática del problema

$$X = 2hrs \quad 40min$$

Discusión del trabajo

El proceso inició con la identificación de la información parcial en la situación que, por lo general, es la más notoria. Con base en ella se construyó un modelo inicial y se planteó un primer problema, aunque se debe hacer notar que durante el análisis del consumo de las velas se identificó información relativa a sus alturas respecto al tiempo transcurrido, no obstante, al establecer nuevas cuestiones los alumnos no identificaron ningún rasgo característico desde el punto de vista de la relación entre ambos eventos.

Con estas ideas previas, los alumnos analizaron la representación numérica, la cual representaba el comportamiento de las velas para ciertos tiempos, y plantearon un primer problema; ¿cómo se determina el comportamiento del consumo de las velas?



Exploración de la Representación Numérica

Este cuestionamiento, permitió a los estudiantes pasar a otro nivel, pero se debió a las preguntas emitidas por el profesor. En este nivel se identificó nueva información para la situación, lo que trae consigo la necesidad de que el problema original debe ser revisado. No obstante, los estudiantes no lo realizaron de manera espontánea y se continuó con el problema planteado originalmente. A pesar de haber identificado nueva información, no la usaron para reexaminar el problema inicial. La nueva información no se conectó con la información previamente identificada. El cambio de perspectiva en los estudiantes se produjo por el interrogatorio del docente y por la interacción con

las tareas. Ambos elementos propiciaron que los alumnos se dieran cuenta, que la nueva información facultó la modificación del problema original, considerando la interpretación del contenido de la representación gráfica para construir las expresiones algebraicas

3^o Primero observamos en qué momento de la gráfica una medía el doble que la otra y observamos que era a las 3 Hrs. ∴ se deben prender a las 3 Hrs.

Demostración.

$$Y = 30x + 120$$

$$Y = -30(3) + 120$$

$$Y = -90 + 120$$

$$Y = 30$$

$$Y = -20x + 120$$

$$Y = -20(3) + 120$$

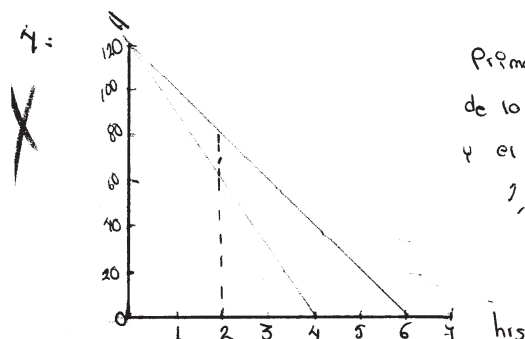
$$Y = -60 + 120$$

$$Y = 60$$

∴ 30 es el doble de 15.

∴ Se prenden a las 2 Hrs. para que a las 5 se consuma y una sea mayor que la otra.
2 + 3 = 5 Hrs.

3^o 1- Son a las 2 horas en lo cual una vela medía el doble de la otra.



Primero vamos el consumo de la vela durante 6 hrs y el punto en que 1 > 2
1, 1 1/2, 2, 2 1/2, 3, 3 1/2, 4, 4 1/2, 5

Exploración de las Representaciones: Gráfica y Algebraica

Durante el desarrollo de la actividad se identificaron etapas: La primera esta referida a una fase de apropiación en la cual el alumno atiende aspectos que son parciales, aunque relevante, ya que inicia construyendo preguntas parciales a la situación. En una segunda etapa, los alumnos

identifican más información, la cual les permite reexaminar la situación para establecer nuevas preguntas y establecer una primera formulación del problema. La tercera etapa, se presenta cuando el estudiante establece conexiones con la información ya identificada y la formulación de nuevos eventos en la situación.

Conclusiones

Los estudiantes en sus primeras interacciones se enfocan a situaciones o elementos parciales omitiendo otros elementos relevantes durante el análisis del problema.

Ante una situación los estudiantes atienden algunos aspectos mientras que desatienden otros. Esta actividad es necesaria que el alumno tenga la vivencia, con la finalidad de fortalecer su percepción durante las preguntas planteadas.

El proceso de aprendizaje durante este tipo de aprendizaje, sufrió altas y bajas, principalmente en las actividades para construir o interpretar las situaciones que se planteaban.

Los estudiantes pretendieron reproducir la actividad en las diferentes actividades. Lo cual sugiere la tendencia en los estudiantes a examinar los datos o relaciones siguiendo un conjunto de reglas presentadas por el maestro.

Durante el trabajo en equipo los estudiantes superaron la tendencia calculista, no obstante cuando debían trabajar de manera individual los estudiantes regresaban al uso de tratamientos cuantitativos, mientras que por equipo los estudiantes exploraban las situaciones con tratamientos cualitativos.

Las discusiones en plenaria permitieron a los estudiantes debatir sus argumentos en un ambiente de análisis y de razonamiento.

La manera en que se organizaron las actividades en el curso, es decir, trabajo en equipo, exposiciones y discusión grupal, fueron elementos que aportaron para que el alumno pudiera exponer sus ideas y conjeturas.

Referencias bibliográficas

Benítez A. (2006) *Estudio acerca de las estrategias para identificar el contenido de las Representaciones "Vía la Interpretación Global"*. Reporte técnico de investigación del proyecto número de registro CGPI 20061484, México, IPN.

Benítez A. (2007) *Las Representaciones Gráficas y la Matemática en el Contexto de las Ciencias*. Reporte técnico de investigación del proyecto número de registro CGPI 20071568, México, IPN.

Camarena P. (2000) *Los modelos matemáticos como etapa de la matemática en el contexto de la ingeniería*. Reporte de investigación del proyecto número de registro CGPI 20021080. México, 2002, IPN.

Camarena, P. (2002, noviembre). Metodología curricular para las ciencias básicas en ingeniería. *Innovación Educativa 2*, (10), 165-180.

Callejo, M. (1994). Les Représentations Graphiques dans la Résolution de Problèmes: Une expérience d'entraînement D'Étudiants dans un Club Mathématique. *Educational Studies in Mathematics 27*, 1-33.

Duval, R. (1992). Graphique et Equations: l'Articulation de deux Registres. *Antología de Educación Matemática*, (pp. 125-135), Cinvestav-IPN.

Duval, R. (1998), Registros de Representación Semiótica y Funcionamiento Cognitivo. En F. Hitt (Ed.), *Investigaciones en Matemática Educativa II* (vol. I, pp.173-201). Grupo Editorial Iberoamericano, México: Cinvestav.

Duval R. (1999). Representation, vision and visualization: Cognitive functions in mathematical thinking. Basic issues for learning. In F. Hitt & M. Santos (Eds), *Proceedings of the Twenty-first Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (vol. 1, pp. 3-26). Cuernavaca, México.

Duval, R. (2000). Basic Issues for Research in Mathematics Education. Basic issues for learning. In T. Nakahana & M. Koyama (Eds.), *Proceedings of the twenty-second Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education I* (pp. 55-69). Japan.

Goldin, G. (1987). Levels of Language in Mathematical Problem Solving. In C. Janvier (Ed.), *Problems of Representation in the Teaching and Learning of Mathematics*. (pp. 59-66). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Kaput, J. J. (1987a). Representation Systems and Mathematics. En C. Janvier (Ed.). *Problems of Representation in the Teaching and Learning of Mathematics*, (pp. 19-26). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Keller, B. y Hirsch, C. (1998). Student Preferences for Representations of Functions. *Journal of Mathematical Education in Science and Technology 29*, 1-17.