

## EL TRABAJO INDEPENDIENTE DE LA MATEMÁTICA NUMÉRICA CON EL USO DE CALCULADORAS GRAFICADORAS

Esther Ansola Hazday, Eugenio Carlos Rodríguez, Olga Lidia Pérez  
Instituto Superior Politécnico José Antonio Echevarría, Universidad de Cuba  
Camagüey  
esther@ind.cujae.edu.cu, ecarlos@tesla.cujae.edu.cu, olga.perez@reduc.edu.cu  
Campo de investigación: Tecnología avanzada Nivel: Superior

**Resumen.** *El trabajo presenta tres experiencias de orientación del trabajo independiente en la Matemática, con énfasis en la Matemática Numérica, donde la calculadora es la mediación instrumental de apoyo al proceso de interiorización de los conocimientos, a través de la consulta de las llamadas e-activities en calculadoras graficadoras. En el proceso de enseñanza aprendizaje, se resaltan dos tipos de mediación: mediación social y mediación instrumental y la interiorización, como proceso donde ciertos aspectos de la estructura de la actividad que se realiza en un plano externo, pasan a ejecutarse en un plano interno, diferenciando la actividad externa en términos de procesos sociales mediatizados (Vigotsky, 1985). En este caso se concibe la calculadora como principal mediador instrumental. Con el objetivo de analizar la efectividad de la aplicación práctica de la propuesta se aplicó una encuesta que midiera las diferencias con el método tradicional, el desarrollo de habilidades derivadas del uso de la calculadora y el nivel de satisfacción con el uso de la misma.*

**Palabras clave:** e-activities, trabajo independiente, calculadora

### Introducción

Hoy no se puede pensar en un país moderno con un sistema universitario excluyente, por más que éste brinde una preparación “de excelencia” (Zito, 2006).

Los modelos pedagógicos se refieren a la forma en que se planifican, desarrollan, implementan y evalúan los procesos de enseñanza aprendizaje. Las características fundamentales son: flexibilidad, centrado en el estudiante, para que asuma de un modo activo su propio proceso de formación. Autoaprendizaje de los estudiantes, mayor nivel de esencialidad, centrado en la formación de valores, menor presencialidad, desarrollo y utilización de medios de enseñanza y una amplia aplicación de las tecnologías.

Los modelos de enseñanza actuales, en el entorno universitario, están concebidos para que el proceso de enseñanza aprendizaje se desarrolle de forma semipresencial y por ello constan de dos fases: la fase no presencial y la fase presencial.

La fase presencial se utiliza fundamentalmente para garantizar la retroalimentación de este proceso y su regulación, así como la atención individualizada a los estudiantes en cada asignatura.

La fase no presencial garantiza la parte informativa del curso, basada en el aseguramiento de materiales didácticos, soporte técnico y la actividad independiente de los estudiantes que tendrá un gran peso en el sistema de formación

Estos modelos están compuestos por tres subsistemas: estudiantes, medios y profesor / tutor. Los estudiantes deben apropiarse de los conocimientos a través del autoaprendizaje asumiendo activamente su propio proceso de formación apoyándose adecuadamente en los medios de enseñanza, lo cual le permitirá desarrollar habilidades prácticas en la solución de problemas evidenciando independencia cognoscitiva, elevada competencia profesional, rigor científico, formas del pensamiento lógico y capacidad para diseñar y realizar experimentos y buscar información.

Los medios constituyen el sistema de materiales docentes y de recursos tecnológicos destinados a posibilitar la autopreparación de los profesores y estudiantes. Estos pueden ser impresos (textos, guías de estudio, etc.) o audiovisuales e informáticos (calculadoras, softwares, laboratorios virtuales, etc.)

Estos medios deben resultar atractivos para facilitar el autoaprendizaje de las complejas materias que se imparten en una carrera de Ciencias Técnicas. Uno de los más utilizados es la calculadora, la misma ofrece un sistema de actividades, las cuales se diseñan como medio de enseñanza, herramienta que remodela el contenido y como medio de intercambio académico. Los modos de utilización ó aplicación de las tareas propuestas son variados, según el momento de enseñanza en que se utilicen, ellas podrán ser utilizadas como modo tutorial, modo ejercicio, como adiestramiento o para realizar una simulación, además, podrán concebirse para el trabajo directo en la clase, para la orientación del estudio independiente y para la evaluación.

Las actividades de trabajo independiente están dirigidas a desarrollar el aprendizaje de los alumnos, por lo que exigen un control reflexivo, abierto en el curso de su ejecución. (Cáceres, García y Sánchez 2002)

### **El aprendizaje y el trabajo independiente.**

En las obras de Vigotsky se encuentran ideas muy importantes y sugerentes relacionadas con su concepción de aprendizaje. Este autor fundamenta su concepción de aprendizaje y señala:

El aprendizaje es una actividad social, y no sólo un proceso de realización individual, una actividad de producción y reproducción del conocimiento mediante la cual el niño asimila los modos sociales de actividad y de interacción, y más tarde en la escuela, además, los fundamentos del conocimiento científico, bajo condiciones de orientación e interacción social. (Vigotsky, 1985, p.89)

Este concepto coloca en el centro al estudiante, como sujeto activo y conciente con un objetivo determinado y en interacción constante con el profesor y otros estudiantes utilizando diversos medios a su disposición, que es lo que la teoría de Vigotsky asume como mediadores.

En el marco del trabajo independiente, el aprendizaje es un proceso guiado, apoyado por el adulto, donde se crean espacios de diálogos de significados compartidos, a través de procesos de negociación, de construcción de perspectivas ínter subjetivas (Cáceres et al, 2002).

Según esta propuesta de Vigotsky (1985), en el proceso de enseñanza aprendizaje, se resaltan dos tipos de mediación: mediación social y mediación instrumental: los adultos y los instrumentos, actúan como mediadores del proceso de conocimiento.

Cuando se trata de mediación social se refiere a la utilización de otra persona como instrumento de mediación para la acción sobre el ambiente, papel de los grupos sociales en la integración del sujeto a las prácticas sociales, papel del otro en la formación de la conciencia individual. En este caso, el presente trabajo concibe las actividades en grupos con el uso de la calculadora.

En el caso de mediación instrumental, según la concepción vigotskiana, se trata de la utilización por los hombres en las acciones de transformación de la realidad de los instrumentos creados por la cultura, en el contexto del presente trabajo, la mediación instrumental será concebida, a través del uso de la calculadora.

Sustentado en estos postulados, se asume que los instrumentos provocan modificaciones en el objeto de la realidad, es el medio de la actividad externa del hombre para conquistar la naturaleza, por tanto los instrumentos actúan en el plano externo, propiciando la interiorización de los conocimientos.

En este sentido Vigotsky concibe la interiorización como un proceso donde ciertos aspectos de la estructura de la actividad que se ha realizado en un plano externo pasan a ejecutarse en un plano interno, diferenciando la actividad externa en términos de procesos sociales mediatizados y

argumentando que las propiedades de estos procesos proporcionaban la clave para entender el funcionamiento interno (Vigotsky, 1985).

A partir de este postulado, se asume que el maestro, orienta el trabajo independiente, con el uso de las calculadoras, como principales mediadores en el proceso de conocimiento de los alumnos, sin minimizar el papel que juega el trabajo en grupo, los cuales encaminan o facilitan la solución de las tareas; orientan, instruyen, corrigen o demuestran cómo proceder; además de que refuerzan, apoyan y estimulan, permitiendo una mejor interiorización del aprendizaje.

### **Experiencias con la ClassPad 300 y sus potencialidades**

Las experiencias realizadas formaron parte de una investigación de tipo cuantitativa, partiendo con problemas claramente definidos y utilizando instrumentos de recolección de información que garantizaran la confiabilidad y validez de los datos (López, E. y López, F. J., 2008).

Teniendo en cuenta lo expuesto, se realizaron diferentes experiencias, donde la calculadora es la mediación instrumental en el proceso de interiorización de los conocimientos y el estudiante hace uso de ella en la fase no presencial para la consulta de las e-activities, teniendo en cuenta que la efectividad de los procesos de educación virtual no dependen exclusivamente de las técnicas que utilicemos, y que todo proceso de educación requiere introducir visiones, paradigmas y mecanismos innovadores en su diseño (Gómez, 2003).

Aunque Trouche (2005) plantea que, según estudios realizados, los estudiantes utilizan la calculadora, fundamentalmente, para graficar funciones, calcular y estudiar la variación de funciones, en las experiencias realizadas en este trabajo los estudiantes no sólo utilizaron la calculadora para estos fines, sino que además, aprovecharon otras potenciales de la misma tales como: la elaboración de e-activities y la programación para el desarrollo de algoritmos de Matemática Numérica. También como señala Trouche (2005) los resultados de estas experiencias dependieron en gran medida del rol del profesor, el cual integró la calculadora al proceso de enseñanza aprendizaje como un elemento fundamental.

Las e-activities consisten en un conjunto de instrucciones en forma de texto, cálculos numéricos, gráficos, definiciones, etc., que permite solucionar un problema, o dar una explicación sobre un tema determinado (Ansola y Carlos 2006; Moya y Novoa, 2005). Las e-activities utilizadas tienen la

siguiente estructura: objetivos, bibliografía y ejercicios propuestos del texto, desarrollo del tema, programación de métodos, ejemplos, tareas y conclusiones.

Una correcta concepción del trabajo independiente en la educación superior presupone:

1. La existencia de un problema profesional, planteado por el profesor o por iniciativa del alumno, cuya solución se convierta en una necesidad interiorizada.
2. Una plataforma teórico - práctica en el estudiante que le permita comprender el problema planteado y encaminarse a la solución.
3. Un esfuerzo intelectual del alumno de modo que la realización del problema lo conduzca a un nivel superior de conocimiento. (Torricella, 2007, p.3)

Tomando como referencia lo expuesto se realizaron tres experiencias diferentes con el uso de la calculadora ClassPad 300:

1. Actividad con un grupo de 25 estudiantes de segundo año de Ingeniería Informática que ya habían recibido parte de la asignatura Métodos Numéricos en la forma tradicional, es decir, conferencia-clase práctica.
2. Curso de preparación matemática de un grupo de 20 estudiantes de nivel medio, para abordar Temas Selectos de Matemática Elemental (cálculos, demostraciones y construcciones geométricas).
3. Curso facultativo a un grupo de 30 estudiantes de primer año de ingeniería en el que se retomó el cálculo de integrales definidas, utilizando la tecnología.

En todos los casos los objetivos fueron:

- Consolidar los contenidos de Matemática Numérica y comparar resultados entre la forma tradicional de impartir los temas y el uso de la calculadora para aprender estos.
- Desarrollar en los estudiantes habilidades de cálculo y para la solución de problemas así como desarrollar habilidades en la construcción de figuras geométricas utilizando lugares geométricos conocidos, siempre con el uso de calculadoras.
- Consolidar el concepto de integral definida a través de su definición y de su interpretación geométrica, así como mostrar otras formas de calcular una integral definida mediante

aproximaciones numéricas y su interpretación geométrica, también con el uso de la calculadora.

En todas las experiencias, antes de comenzar el curso, se llevaron a cabo varias sesiones de trabajo en las cuales se les explicó a los estudiantes la utilización de la calculadora y la elaboración de e-activities.

En la primera experiencia se desarrolló un curso que constó de tres actividades presenciales, la primera se dedicó a las orientaciones generales del curso y a los temas de Separación de Raíces, Bisección y Regula Falsi. En la segunda se revisó lo orientado en la primera actividad y se orientaron los temas de Newton-Raphson y Secantes. En la tercera actividad se revisaron los últimos temas orientados.

En la segunda experiencia el trabajo consistió en desarrollar encuentros sobre construcciones geométricas haciendo uso de la tecnología, con estudiantes que aspiran a matricular carreras con amplia base matemática.

En la tercera experiencia se retomó el cálculo de integrales definidas utilizando la tecnología, con el propósito de consolidar el concepto de integral definida a través de su definición y de su interpretación geométrica y de mostrar otras formas de calcular una integral definida mediante aproximaciones numéricas y su interpretación geométrica. En estos encuentros se abordaron dos componentes, uno directamente relacionado con el manejo de tecnología y otro de índole matemático, ambos factores necesarios para el estudio actual de las Matemáticas de la Enseñanza Superior.

El primer componente, de índole tecnológica, se alcanza mediante la utilización de la calculadora graficadora Casio ClassPad 300. La calculadora, como herramienta tecnológica, nos ofrece la posibilidad de despertar el interés del estudiante y estimular su comprensión. El segundo componente, de índole matemática, es emprendido a través de actividades que apuntan al esfuerzo lógico, analítico y/o crítico, abordando temas básicos de la matemática y la geometría que son primordiales para el estudiante, a la hora de enfrentar con éxito sus exámenes de ingreso así como el primer semestre de la Universidad.

El ambiente dinámico de la calculadora les permite descubrir que hay problemas que tienen soluciones sujetas a determinadas condiciones. Por lo que no nos cabe duda que las posibilidades

de éxito, ante un problema, de un estudiante que haya sido preparado con el uso de la tecnología son mayores, aun no disponiendo en ese momento de la calculadora o computadora, ya que lo importante no es el uso de la tecnología para resolver el problema, sino todos los análisis, reflexiones que nos permite hacer la tecnología para reforzar las estrategias a la hora de resolverlo. (Hernández, Ansola y Carlos, 2009)

En todas las actividades realizadas utilizando la calculadora se orientó a los estudiantes la solución de problemas, ya fueran de cálculos, programación, construcciones, etc., que complementarían la teoría recibida permitiéndole desarrollar habilidades prácticas y el pensamiento lógico así como demostrar la independencia cognoscitiva alcanzada.

### Resultados

Con el objetivo de analizar la efectividad del curso se diseñó una encuesta que midiera las diferencias con el método tradicional, el desarrollo de habilidades derivadas del uso de la calculadora, el nivel de satisfacción con el uso de la misma así como los aspectos positivos y negativos del curso. La encuesta se aplicó al 100% de la población disponible, o sea, a todos los estudiantes que participaron en las actividades y se obtuvieron los resultados siguientes:

- Más del 80 % de los estudiantes considera que la utilización de la calculadora es organizada, dinámica, buena, moderna, precisa, novedosa, activa y deseada.
- Solamente en claridad y comprensión los porcentajes son por debajo de 80
- Los estudiantes opinaron que las mayores habilidades adquiridas habían sido en la programación (60%), la realización de gráficos (50%), los cálculos matemáticos y la independencia (50%).
- En más del 90% de los estudiantes aumentó la motivación al abordar los problemas, conjeturar resultados y demostrar los mismos.

## Conclusiones

En este trabajo se abordó el tema del trabajo independiente de los estudiantes y se presentaron tres experiencias en el desarrollo de cursos en los que se utilizó como soporte tecnológico una calculadora CASIO ClassPad 300, aprovechando las posibilidades que ofrece la misma para facilitar el auto aprendizaje de los estudiantes, mediante las llamadas e-activities. La calculadora se muestra como una herramienta útil en el proceso de enseñanza-aprendizaje, especialmente como apoyo al trabajo independiente y que permite desarrollar habilidades de forma independiente y creativa.

La calculadora se utiliza en este caso como un recurso didáctico, como medio de enseñanza-aprendizaje, no como una simple herramienta de cálculo. Los estudiantes consideran que la calculadora es una herramienta útil en el proceso de enseñanza-aprendizaje, especialmente como apoyo al trabajo independiente, ya que permite desarrollar habilidades de forma independiente y creativa, lo cual aumenta la motivación en la realización de su trabajo independiente. Se comprobó que los estudiantes que asistieron a estos cursos obtuvieron mejores resultados en las evaluaciones realizadas en su curso académico.

## Referencias bibliográficas.

Ansola, E. y Carlos, E. (2006). Experiencias en el uso de la calculadora graficadora en un curso semipresencial de Matemática Numérica. En G. Martínez Sierra (Ed), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* 19, 930-935. México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.

Cáceres, M., García, R. y Sánchez, L. R. (2002). El trabajo independiente de los estudiantes en el ámbito del currículum, *Revista Espacio* 127(7), versión digital.

Carlos, E. y Ansola, E. (2003). Las nuevas tecnologías en la enseñanza de la Matemática Numérica. Experiencias didácticas. *Resúmenes de la Séptima Escuela de invierno y Seminario Nacional de Investigación en Didáctica de las Matemáticas*. Chilpancingo, Guerrero, México.

Gómez, H. (2003). ¿Cómo estructurar un plan efectivo de e-learning? En M. Fontela, N. Hellers, A. Mann, C. Podlesker y S. Subotovsky (Eds.), *E-learning. Mejores prácticas y recomendaciones para organizaciones iberoamericanas*. Buenos Aires: Ediciones Tecnonexo.



Hernández, N., Ansola, E. y Carlos, E. (2008). Construcciones geométricas con calculadoras graficadoras. En P. Leston (Ed), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa 21*, 1109-1117. México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.

López, E. y López, F. J. (2008) *La investigación científica del proceso pedagógico*. Recuperado el 15 de febrero de 2008 de [www.monografias.com](http://www.monografias.com).

Moya L. M. y Novoa J. F (2005). Ejemplos de ayudas pedagógicas con calculadoras programables para el mejoramiento de la enseñanza en Matemáticas. *Revista de la Facultad de Ciencias de la Pontificia Universidad Javeriana 10*.

Torricella, R. (2007). El trabajo independiente en el proceso de enseñanza-aprendizaje universitario. *Revista Pedagogía Universitaria 9 (5)*, 1-5.

Trouche, L. (2005). Calculators in Mathematics Education: A rapid evolution of tools, with differential effects. En D. Guin, K. Ruthven y L. Trouche (Eds), *The Didactical Challenge of Symbolic Calculators*. New York: Springer.

Vigotsky, L. S. (1985). *Interacción entre enseñanza y desarrollo*. La Habana: Pueblo y Educación.

Zito, S. (2006). *El Aprendizaje de la Matemática y el Acceso a Estudios Superiores*. Recuperado el 21 de mayo de 2008 de Portal Educativo de las Américas, <http://www.educoas.org/portal/es/tema/editorial/nov04>.