

USO DE LAS GRÁFICAS DESDE UNA PERSPECTIVA INSTRUMENTAL. UN ESTUDIO SOCIOEPISTEMOLÓGICO

Eduardo Carlos Briceño Solís, Francisco Cordero Osorio
Departamento de Matemática Educativa, CINVESTAV-IPN México
ebriceno@cinvestav.mx, fcordero@cinvestav.mx
Campo de investigación: Socioepistemología, tecnología avanzada Nivel: Superior

Resumen. *El documento brinda evidencias de cómo el uso de calculadoras gráficas no está integrado para que el estudiante construya conocimiento matemático. Para entender lo anterior, se optó por un marco que estudia la manera en que afecta la tecnología a su conocimiento por un proceso de instrumentación e instrumentalización. La aproximación socioepistemológica que estudia los usos del conocimiento, considera a la "Graficación" como una práctica social generadora del conocimiento matemático y lo estudia a través del constructo "uso de las gráficas". Con la conjunción de estos marcos se analizaron las producciones de los estudiantes en una situación de aprendizaje con el uso de calculadoras y sensores. Se encontraron indicadores de que justo el "uso de las gráficas" norma la instrumentación e instrumentalización de dicha tecnología.*

Palabras clave: "uso de gráficas", instrumentalización, instrumentación y tecnología

Introducción

La tecnología escolar tiene un impacto positivo parcial, dentro los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas (Artigue, 2002). En el sentido de que brinda al estudiante la oportunidad de desenvolverse en distintos ambientes de forma dinámica. Sin embargo, cuando se revisan teorías educativas más comunes, tales como: constructivismo, conductismo, teoría de los campos conceptuales, teoría de las situaciones didácticas, entre otros, se percibe que parecen insuficientes cuando se desea analizar con precisión, cuál fue el impacto que se adjudica a la tecnología escolar en función de lo que aprendieron los estudiantes (Ballesteros, 2007). Lo anterior refiere a cuánto influyó el uso de la tecnología escolar en el aprendizaje del estudiante. La investigación que se describe en el documento ha cuestionado el papel del uso tecnológico escolar como factor en el aprendizaje de las matemáticas. A partir de la revisión bibliográfica que se realizó, se ha definido el problema de investigación: *las dificultades que se encuentran cuando las tecnologías escolares no están integradas a las formas de construir conocimiento matemático en el estudiante*. La escuela francesa considera que para resolver tal problemática es necesario que la tecnología se integre al estudiante para resolver sus actividades matemáticas. Se crea entonces el marco de la génesis instrumental, que concibe que el artefacto (dispositivo tecnológico) se

1217

convierte en un instrumento (la palabra instrumento tiene un significado más profundo) producto de la propia construcción del estudiante (Artigue, 2002), (Trouche, 2000; 2004) y (Defouad, 2000).

Nuestra perspectiva para resolver tal problemática, es optar por la aproximación socioepistemológica, ya que considera a la práctica social como el medio para estudiar la construcción social del conocimiento matemático. Al estudiar los usos del conocimiento se estudia los métodos del “uso de las gráficas” como un constructo donde damos evidencias de nuestra hipótesis de que es este uso es lo que norma una integración tecnológica en una situación específica. A continuación presentamos algunas dificultades del uso de calculadoras gráficas, nuestros marcos teóricos y evidencias de nuestra hipótesis.

El estudio del comportamiento al infinito

En Trouche (2005a), reporta que el estudiante con el uso de la calculadora gráfica, no logra incorporarlo a su conocimiento matemático. Se considera que una posible causa es debida a la representación gráfica de la función que en la “ventana” de la calculadora no la representa en su totalidad. Esto llevo al estudiante a que tenga una apreciación equivocada del comportamiento de la función según su expresión analítica. Algunas evidencias al respecto son discutidas por Trouche de la siguiente manera: en el estudio se detectó un alto porcentaje de estudiantes que contestaron correctamente a técnicas con lápiz y papel. Pero sintomáticamente con el uso tecnológico la situación se invierte, los estudiantes responden equivocadamente con el uso de calculadoras gráficas a la siguiente pregunta “Dada la función $f(x) = \ln x + 10 \sin x$ (ilustración 1) ¿Si $x \rightarrow +\infty$ entonces $f(x) \rightarrow +\infty$?” Ante esto nos preguntamos, ¿Qué les llevo a tales razonamientos erróneos con el uso de la calculadora gráfica?

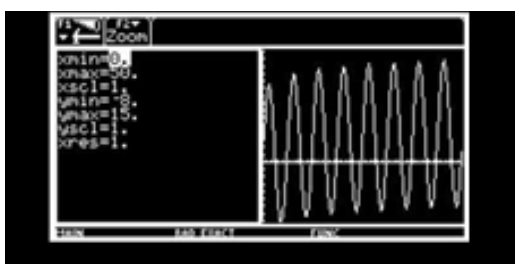


Ilustración 1. Gráfica de la función $x \mapsto \ln x + 10 \sin x$ (Trouche, 2005a).

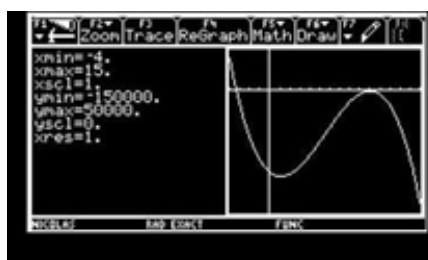


Ilustración 2. Gráfica del polinomio (Trouche, 2005b).

Otro ejemplo de comportamiento al infinito es la siguiente actividad: “Dado el polinomio $P(x) = 0.03x^4 - 300.5003x^3 + 5004.002x^2 - 10009.99x - 100100$ (ilustración 2), determinar el límite de este polinomio cuando $x \rightarrow +\infty$ y dar una ventana de su calculadora que ilustre este resultado”. En esta actividad se encontró diversidad de comportamientos de los estudiantes lo cual se clasificaron por sus procedimientos de solución (Trouche, 2005b). Lo anterior nos lleva a reflexionar ¿por qué se identificaron distintos comportamientos de los estudiantes, a la luz de analizar sus procedimientos? En otras palabras, ¿Qué ha llevado a tal comportamiento del estudiante con el uso de la calculadora gráfica?

Esta investigación es un ejemplo de fenómenos con el uso tecnológico, existen más ejemplos en otras investigaciones Trouche (2000; 2004), Artigue (2002) y Defouad (2000). Estos autores afirman que la integración de esta matemática con la ayuda de las calculadoras gráficas al conocimiento matemático del estudiante no es fácil, su estudio requiere cuidado para entender la matemática creada por el estudiante.

La génesis instrumental

La Génesis Instrumental es un concepto que surge de observaciones cuando se ha implementado la tecnología escolar en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Es un tema en el que Artigue se ha interesado, como profesora e investigadora desde hace más de diez años (Artigue, 2007). Este concepto está en desarrollo, pero actualmente cuenta con suficientes bases teóricas que permiten demarcar directrices específicas para el educador o investigador en educación. El

foco de preocupación de la teoría, es que la tecnología escolar incrementa habilidades o técnicas, pero también se cuestiona ¿de qué manera este incremento de habilidad o técnicas está afectando la parte conceptual? Es decir, hay una preocupación si en realidad el estudiante está aprendiendo. Por lo anterior, este marco ha desarrollado dos elementos teóricos para atender a tales preocupaciones del uso tecnológico. Nos referimos a la *instrumentalización* enfocada al conocimiento del propio artefacto a usar y la instrumentación, elemento que hace que el estudiante se adapte a la tecnología de tal forma que con su uso genere cierto tipo de conocimiento matemático (Artigue, 2002; Trouche, 2004).

La Aproximación Socioepistemológica

En la Aproximación Socioepistemológica, se estudian los “usos” del conocimiento en situaciones específicas. Estos usos consideran a las prácticas sociales como un medio para estudiar como se construye el conocimiento matemático escolar, ya que señala otras dimensiones que nos son explícitas de la actividad matemática anclada a los conceptos, como son las prácticas en lo social y las argumentaciones en lo situacional (Cordero y Buendía, 2005). La graficación es considerada una práctica social, en la socioepistemología, y no asociada directamente al concepto de función. Como se estudian los usos del conocimiento se concibe el término “uso de las gráficas” como un constructo, el cual tiene un desarrollo epistemológico, puesto que al manifestarse un uso de un conocimiento X en una situación específica, el uso provino de otro uso de un conocimiento Y: el funcionamiento (la tarea) y la forma (la clase de tareas) debaten (uso del conocimiento Y) para que surja un nuevo funcionamiento y una nueva forma (uso del conocimiento X) (Cordero y Flores, 2007). Entonces se detectan funcionamientos y formas del uso de las gráficas que llevan al estudiante construir conocimiento matemático.

Con estos dos marcos teóricos el trabajo reporta indicadores de cómo “el uso de las gráficas” norma una integración tecnológica en una situación específica. Se encontró funcionamientos y formas de las gráficas que normo la instrumentación e instrumentación de la tecnología en una situación específica.

Evidencia de la normatividad del “uso de las gráficas” en una situación específica

En Briceño (2008) se reporta algunos indicadores de cómo el “uso de las gráficas” norma cierta integración tecnológica en una situación específica. Se analizó de manera conveniente los datos de una situación de modelación del movimiento realizada por Torres

(Torres, 2004). Esto por la dinámica interactiva del estudiante y calculadoras con sensores de movimiento. Otra razón es que al modelar el movimiento, los estudiantes simulan y explican sus resultados a través de las gráficas obtenidas. Es decir, hacen un “uso de las gráficas” para explicar fenómenos de cambio, donde la variación tiene un sentido específico que no depende de las propiedades analíticas de la función que ahí interviene.

La situación es la siguiente: Se pide a los estudiantes (nivel medio superior de primero, tercero y quinto semestre) resolver la actividad que consiste en bosquejar la gráfica de posición de una persona que se aleja de un punto de partida hasta 500 metros pero que durante dicho trayecto se detiene cuatro minutos para luego regresar y sólo dispone de nueve minutos. El trabajo de los estudiantes se efectuó en dos momentos la graficación a papel y lápiz y simulación con el uso de la tecnología. Presentamos, primero extractos de explicaciones de los estudiantes de sus gráficas simuladas y posteriormente el análisis donde se explica como el uso de las gráficas norma la instrumentalización e instrumentación de la tecnología.

Extractos

Se presenta las explicaciones de Juan Pablo donde se les cuestiona por la investigadora el porque la diferencia de sus dos gráficas la de lápiz y papel y simulación con la tecnología (ilustración 3 y 4)

1. Profesora guía: ¿Cuál es la diferencia entre la 1ª y la 2ª?

2. Juan Pablo: La diferencia son las curvaturas.

3. Profesora guía: ¿Qué significan esas curvaturas?

4. Juan Pablo: Primero que nada... son los momentos...

5. Profesora guía: Y eso... ¿qué significa?

6. Juan Pablo: Esto significa que hay una disminución de la velocidad, entonces cuando va a dar la vuelta, hay una disminución, llega aquí y no hay velocidad, se da la vuelta vuelve a haber otra velocidad y hay otra velocidad empieza a caminar.

7. Juan Pablo: Nuestro error es haberlo presentado de golpe

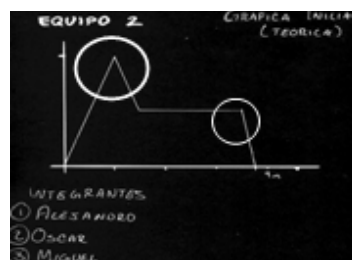


Ilustración 3. Gráfica a papel y lápiz

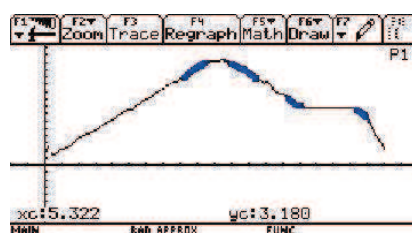


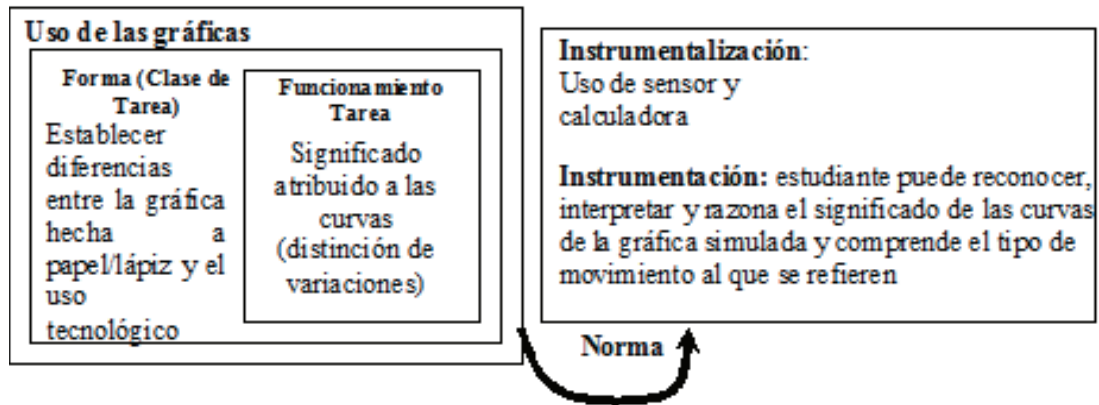
Ilustración 4. Gráfica con el uso tecnológico

Análisis de los datos

Se identificó la forma del uso de las gráficas, es decir, la clase de tareas en la que trabajó Juan, que fue el de *establecer diferencias entre la gráfica a papel y lápiz y de simulación*. Esto llevó a un funcionamiento (la tarea) que es haberle atribuido un significado a las curvas (Extracto 4). La actividad intencionada al “uso de las gráficas” llevó a la instrumentalización, es decir, conocer y adaptarse al uso del sensor y la calculadora. Porque pudieron definir los tiempos, las distancias y velocidad en la que Juan se va a mover. La instrumentación se aprecia en las explicaciones de Juan, él observar la gráfica e interpreta y razona el tipo de movimiento que se hizo (ilustración 4; extracto 6 y 7). En este sentido Juan le dio un uso de la gráfica al reconocer un error en la elaboración de la gráfica a papel y lápiz (extracto 7).

Lo anterior se debe a que él reflexiona que esto implicaría un movimiento muy brusco que ninguna persona podría simular con el sensor, ya que una persona no puede llevar en todo momento un movimiento constante. En ese sentido Juan distingue variaciones constantes y

proporcionales implícitamente con el uso de la tecnología que está integrada (entiende la tecnología) en una situación específica.



Conclusiones

La investigación ayudo a construir un marco de referencia donde se estudia una epistemología de prácticas. El "uso de las gráficas" através del funcionamientos y forma normo la instrumentalización e instrumentación en un situación de aprendizaje. De esta manera el "uso de las gráficas" es un constructo, ya que brindo indicadores de su carácter normativo para que el estudiante integre la tecnología al usarla y construya algún conocimiento matemático.

El haber relacionado la Génesis Instrumental y la Aproximación Socioepistemológica conllevó a encontrar ciertos aspectos que la Génesis Instrumental se enfoco en el objeto matemático y soslayó el estudio de su construcción con el uso tecnológico. Esto nos dio pauta, a reflexionar, de que debemos hacer estudios del uso tecnológico pero orientado hacia epistemologías de prácticas, para encontrar una génesis instrumental que rinda cuenta hacia comportamientos que modelan las gráficas (en esta situación). Esto ayudara al estudiante, a la construcción de conceptos matemáticos y robustecer el papel del constructo "uso de las gráficas", donde a través de su funcionamiento y forma, incide como un factor en el aprendizaje de las matemáticas.

El análisis presentado, es un parte de los datos analizados en la investigación (Briceño 2008). Pero es un ejemplo de haber encontrado un elemento científico de lo que norma una integración de la tecnología escolar al conocimiento del estudiante, es decir, reportamos cómo Juan al hacer un

“uso de las gráficas” en la situación hizo un desarrollo (funcionamiento y forma) que lo llevó a la integración (instrumentalización e instrumentación) de la tecnología.

De esta manera se fortalece la hipótesis socioepistemológica de que la práctica social cumple con un carácter normativo en la construcción del conocimiento matemático.

Referencias bibliográficas

Artigue, M. (2002). Learning mathematics in a CAS environment: The genesis of a Reflection about instrumentation and the Dialectics between Technical and Conceptual Work. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 7(3), 245-274.

Artigue (2007) Tecnología y enseñanza de las matemáticas: desarrollo y aportaciones de la aproximación instrumental. En Mancera E. y Pérez C. (Eds.) *Memorias de la XII Interamericana de Educación Matemática*. 12, 9-21.

Ballester E. (2007) Instrumentos psicológicos y la teoría de la actividad instrumentada: fundamento teórico para el estudio del papel de los recursos tecnológicos en los procesos educativos. *Cuadernos de investigación y formación en ecuación matemática*, 4, 125-137.

Buendía, G. y Cordero, F. (2005). Prediction and the periodical aspect as generators of knowledge in a social practice framework. A socioepistemological Study. *Educational Studies in Mathematics*. 58, 299-333.

Briceño, E. (2008) *El uso de las gráficas desde una perspectiva instrumental. Un estudio socioepistemológico*. Tesis de Maestría no publicada, Cinvestav-IPN.

Cordero, F. (2006a). El uso de las gráficas en el discurso del cálculo escolar. Una visión socioepistemológica. En Cantoral, R., Oncovian, O.; Farfán, R.M., Lezama, J., Romo. (Eds.) *Investigaciones sobre enseñanza y aprendizaje de las matemáticas: Un reporte Iberoamericano*. Reverté-Comité Latinoamericano de Matemática Educativa. A.C. 265-286.

Cordero, F. (2006b). La modellazione e la rappresentazione gráfica nella matematica scolastica. *La Matematica e la sua Didattica*, 20, 1, 59-79.

Cordero, F. y Flores, R. (2007). El uso de las gráficas en el discurso matemático escolar. Un estudio socioepistemológico en el nivel básico a través de los libros de texto. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 10(1) 7-38.

Defouad, B. (2000) *Etude de genèse instrumentale liées à l'utilisation d'une calculatrice symbolique en classe de première*. Thèse de doctorat no publié. Université Paris 7 France.

Hitt F. (2003) Una Reflexión Sobre la Construcción de Conceptos Matemáticos en Ambientes con Tecnología, *Boletín de la Asociación Matemática Venezolana*, 10 (2).

Torres, A. (2004). *La modelación y las gráficas en situaciones de movimiento con tecnología*. Tesis de Maestría no publicada, CICATA-IPN, México.

Trouche L. (2000). La parabole du gaucher et de la casserole à bec verseur : étude des processus d'apprentissage dans un environnement de calculatrices symboliques, *Educational Studies in Mathematics*, 41, 239-264.

Trouche, L. (2004): Managing the Complexity of Human/Machine Interactions in Computerized Learning Environments: Guiding Student's Command Process through Instrumental Orchestrations, *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 9(3), 281-307.

Trouche (2005a). The didactical Challenge of Symbolic Calculators. Turning a computational device into a mathematical instrument. En G Dominique & K Ruthven (Eds.), *Une Approche Instrumentale de l'Apprentissage des Mathématiques dans des environnements de calculatrice symbolique* (pp. 188 - 214). Montpellier, France: Mathematics Education Library Springer.

Trouche, L. (2005b). The didactical Challenge of Symbolic Calculators. Turning a computational device into a mathematical instrument. En G Dominique & K Ruthven (Eds), *Genèses Instrumentales Aspects Individuels et Collectifs* (pp 243-275). Montpellier, France: Mathematics Education Library Springer.