

ANÁLISIS DE PROBLEMAS GEOMÉTRICOS EN LA ETAPA DE FORMACIÓN

Elisa Petrone – Natalia Sgreccia – Marta Massa

Escuela Normal Superior N° 33, Armstrong, y Universidad Nac. de Rosario – Argentina
epetrone@fceia.unr.edu.ar - sgreccia@fceia.unr.edu.ar - mmassa@fceia.unr.edu.ar

Campo de Investigación: Formación de profesores

Resumen:

En el marco de un proyecto de investigación, que se encara en conjunto entre una Facultad y un IES, se ha asumido el compromiso de introducir a los estudiantes del Profesorado en Matemática en la problemática de la investigación en Educación Matemática.

Se trabaja en el área de la resolución de problemas geométricos, haciendo participar a los estudiantes en una fase *diagnóstica* para conocer el espacio asignado a la Geometría en un conjunto de instituciones educativas; una fase *analítica*, en la que se aplica, a alumnos de una de las escuelas, un instrumento de investigación consistente en un problema geométrico y cinco preguntas de reflexión sobre la actividad de resolución; y una fase *formativa*, en la que los estudiantes del profesorado indagan sobre los procesos cognitivos que se desarrollan durante la resolución.

La geometría, desde lo didáctico, reúne cuestiones importantes para analizar las condiciones que permiten transitar en forma gradual desde el trabajo sobre situaciones espaciales concretas hacia la formalización. Es sobre este sentido de la “representación” que interesa hacer reflexionar al estudiante de profesorado mientras desarrolla los marcos teóricos específicos y, a la par, iniciarlo en la exploración metódica de los problemas de la práctica educativa, aumentando su conocimiento, validando sus afirmaciones e introduciendo racionalidad al pensar en el diseño de sus prácticas. La iniciación en aspectos relacionados con la investigación educativa le proporciona nuevas perspectivas y categorías de análisis que contribuirán al desarrollo de una actitud reflexiva y crítica en relación con los procesos de enseñanza y aprendizaje.

La temática abordada corresponde al eje *resolución de problemas geométricos*, por cuanto constituye un campo interesante para analizar las diferentes competencias cognitivas y procedimentales requeridas a un sujeto para responder a las situaciones que requieren una ubicación espacial y su formalización. De este modo, el proyecto se presenta como un espacio para el desarrollo de la Didáctica de Geometría en el nivel medio a partir de la investigación educativa en los grupos-clase de EGB 3¹ y está orientado a estudiar los procedimientos que ejecutan dichos grupos-clase al abordar la resolución de problemas geométricos.

La comprensión de los procesos de razonamiento desarrollados por estudiantes de EGB3 al abordar la resolución de problemas geométricos resulta de especial significado para interpretar y validar posibles modelos didácticos que sustentarán las prácticas educativas de los futuros profesores de Matemática. La reflexión sobre las propias experiencias como alumno del nivel medio y durante la resolución de problemas geométricos en el espacio curricular Tópicos de Geometría, presente en el 3° año de la carrera, permitirá a cada estudiante del Profesorado focalizar posibles dificultades, analizar diferentes formas de

¹ EGB 3: Tercer Ciclo de la Educación General Básica, constituido por alumnos 7°, 8° y 9° años, con edades comprendidas entre 12 a 15 años.

representación y de búsqueda de solución. Sin duda, la visita a las escuelas para recoger información sobre estas actividades en las actuales aulas de nivel medio permitirá posicionarse frente a un contenido de enseñanza evitando posibles fracturas entre lo disciplinar y lo didáctico.

La Geometría ofrece oportunidades interesantes para hacer frente a problemas no rutinarios, con enunciados narrativos, en lenguaje coloquial, con una correspondencia más cercana a la experiencia cotidiana que la de los textos técnico-expositivos (Blanco et al, 2003; IMCI, 1998).

Como marco teórico para indagar las actuaciones de los alumnos al resolver problemas geométricos se adopta la confluencia de dos líneas teóricas: la concepción del pensamiento como una búsqueda del *espacio del problema* (Newell et al, 1972) y la idea de *modelo mental* de Johnson-Laird (1983). Los primeros consideran la resolución como un proceso de *representación y búsqueda*, con tres componentes: un *sistema de procesamiento de la información* (el sujeto), un *ambiente de la tarea* (el formato del problema) y un *espacio del problema* (la representación interna articulada con conceptos, procedimientos y técnicas disponibles). La teoría de los modelos mentales (Johnson-Laird, op. cit.) se centra en la manera en que las representaciones mentales son interpretadas como modelos o análogos estructurales del mundo.

Zhang (1997) ha mostrado que las representaciones externas (palabras, símbolos, etc) en el enunciado y los modelos (representaciones internas) construidos por el sujeto suponen registros diferenciados: uno, perceptivo y otro, cognitivo.

El plan de trabajo está constituido por tres fases:

- a) *diagnóstica*, en la cual se analizan las actividades vinculadas con los contenidos de Geometría en una muestra de escuelas de tres localidades diferentes de la provincia de Santa Fe;
- b) *analítica*, para estudiar los procedimientos que ejecutan los estudiantes de EGB3 al abordar la resolución de problemas geométricos;
- c) *formativa*, consistente en la introducción de la investigación educativa como eje de articulación de estrategias didácticas en estudiantes del Profesorado en Matemática desde la cátedra Tópicos de Geometría. Es esta fase, en particular, sobre la que se centra el presente artículo.

El proyecto de investigación se desarrolla integrando tres tipos de instituciones, según se muestra en la Figura 1:

- a) una Facultad que cuenta con una larga y reconocida trayectoria en la educación matemática para la formación de licenciados y doctores en Matemática, de profesores para EGB3 y Polimodal y nivel terciario o universitario y de ingenieros;
- b) un Instituto de Enseñanza Superior de gestión oficial, dependiente del Ministerio de Educación de la provincia de Santa Fe, ubicado en la localidad de Armstrong, distante 100 km de Rosario, y que por más de dos décadas viene formando profesores de Matemática quienes se insertan laboralmente en su región de influencia;
- c) siete escuelas de enseñanza media de cuatro localidades ubicadas en dicha región.

Desde el punto de vista de los actores implicados en la investigación, las autoras de este artículo son las responsables del proyecto de investigación (en la Figura 1 designadas como E, M y N). Se desempeñan en la docencia universitaria y en la formación de profesores, pero además integran un grupo de investigación en enseñanza de las Ciencias, radicado en la Facultad, trabajando durante los últimos años en el área de la resolución de problemas.

Este grupo es responsable del diseño de las actividades, de los instrumentos de investigación y de los criterios generales para el procesamiento de la información.

Una de estas docentes (N) se desempeña como profesora del espacio curricular Tópicos de Geometría, siendo quien mantiene un contacto directo con los estudiantes del profesorado de Matemática de Armstrong y quien es responsable de la orientación de las actividades que dichos jóvenes realizan, tanto en el trabajo de campo como en el procesamiento.

Los estudiantes (cuyos nombres se presentan en la Figura 1), que voluntariamente se incorporaron al desarrollo de este proyecto, asumen la responsabilidad de la realización del trabajo de campo en las escuelas medias (E1, E2,...).

Finalmente, el proyecto cuenta con una tutora (Z) quien, de acuerdo con lineamientos del Ministerio de Educación (ME), sigue la marcha del proyecto y periódicamente mantiene reuniones con el equipo de investigadores de la FCEIA donde se discuten los avances.

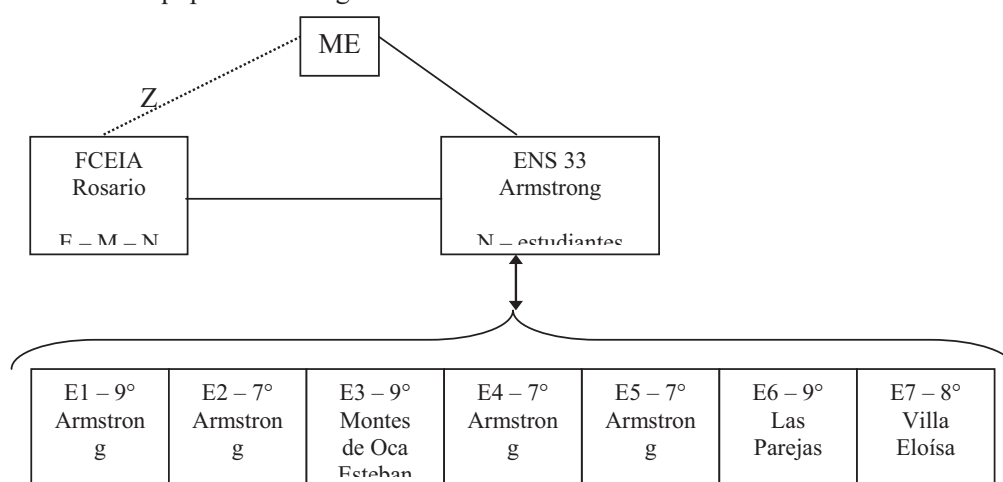


Figura 1: Instituciones y actores involucrados en la investigación

4. Trabajo con los alumnos del Profesorado:

La participación de los estudiantes de Tópicos de Geometría en las distintas etapas del proyecto fue progresiva y vinculada con diferentes aspectos:

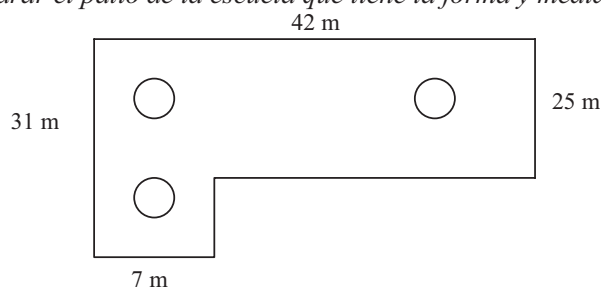
- En la fase *diagnóstica* se buscó el acercamiento hacia las realidades de las distintas instituciones educativas de la zona. Siguiendo un protocolo diseñado por las responsables del Proyecto de Investigación, los estudiantes indagaron en un conjunto de escuelas medias sobre el espacio real asignado a la Geometría en la EGB3 (existencia de ejes estructurales, organización, actividades previstas relacionadas con Geometría, tiempo total asignado a cada contenido, momento del año en que se abordan los contenidos geométricos, bibliografía propuesta, fundamentación de la planificación).
- En la fase *analítica*, la participación de los estudiantes quedó limitada a un único alumno del Profesorado quien se ofreció a aplicar un instrumento de investigación, consistente en un problema geométrico y cinco preguntas de reflexión sobre la actividad de resolución, a 40 alumnos de dos cursos de 8vo. año EGB 3 en una de las escuelas. La definición de dimensiones de análisis y variables para analizar las producciones y el procesamiento de la información fue efectuado por el equipo de investigadoras.
- En la fase *formativa*, los estudiantes del profesorado intervinieron en una actividad del tipo investigación-acción orientada a: aprender a hacer un recorte metodológico para

definir las dimensiones de análisis con sus correspondientes variables; descubrir que la lectura está cargada de subjetividad y que la triangulación entre pares atenúa este aspecto; aprender a organizar una matriz de datos; advertir que a pesar de la diversidad de criterios se termina codificando la información, por consenso entre pares, y cómo esta organización permite efectuar miradas comparativas globales y/o individuales (por filas o por columnas) para favorecer una interpretación.

Específicamente la actividad desarrollada en el aula de Tópicos de Geometría consistió en:

- 1) la resolución del mismo problema que en la fase analítica se había aplicado a alumnos de EGB3, cuyo enunciado se transcribe a continuación, incluyendo la respuesta a las consignas que figuraban en el protocolo.

Se quiere reparar el patio de la escuela que tiene la forma y medidas de la figura:



Las refacciones consistirán en: cambiar las baldosas, pintar las dos paredes más largas del patio hasta una altura de 2,20 m y colocar cercos alrededor de los canteros circulares.

Se piensa en comprar baldosas cuadradas de 20 cm de lado. Sin descontar la superficie de los canteros, calcular cuántas baldosas serían necesarias para cubrir todo el patio. Sabiendo que en los comercios las baldosas se venden a \$ 35 el m^2 , calcular cuánto costará embaldosar el patio.

Respecto de las paredes, deberás identificar de cuáles se trata y calcular la superficie a pintar. Sabiendo que cada litro alcanza para pintar 4 m^2 de pared y que el costo del tarro de 10 litros es de \$ 62, calcular el costo de la pintura.

Finalmente, hay que comprar la cerca para el borde de los canteros circulares.

Para calcular los m de cerco que serán necesarios se cuenta con la siguiente información: la superficie ocupada por los tres canteros representa 1/26 de la superficie total del patio. Calcula el radio de cada cantero, la cantidad de m necesarios para cada cerco y el costo total de los tres cercos, sabiendo que cuesta \$15 el m.

Las preguntas formuladas a continuación se refieren a: si les costó entender y/o resolver el problema, si trabajó con problemas de este estilo el año pasado, cuáles fueron los temas de Geometría que necesitó para resolver el problema.

- 2) la intervención en un debate en la clase en el que se discutieron las distintas miradas sobre dichas dificultades, etc. La profesora indujo elementos a observar (parámetros) tomados de las evaluaciones resueltas por los alumnos de 8° y previamente analizadas por las tres investigadoras de la FCEIA;

- 3) la distribución de los estudiantes en tres grupos entre los que se repartieron tres paquetes con algunas resoluciones seleccionadas realizadas por un conjunto de alumnos de la escuela media, los que fueron identificados mediante los números 1, 2, 3, 5, 23, 26, 27, 32 y 37.
- 4) el procesamiento de una de las resoluciones, en forma individual en cada grupo, a partir de los parámetros de análisis establecidos por la profesora de “Tópicos de Geometría” quien sugirió la posibilidad de incorporar otros. En cada grupo, se procedió a triangular los análisis individuales y se elaboró una única planilla para cada prueba;
- 5) el procesamiento de las restantes resoluciones, a realizar en un tiempo máximo de un mes, con una triangulación final inter-grupo.

5. Consideraciones generales:

El debate realizado en clase constituyó una etapa rica para posicionar en el aula las cuestiones vinculadas con la resolución de problemas geométricos ya que permitió trascender el punto de vista habitual de las clases de Tópicos de Geometría: la de la *problemática centrada en el propio aprendizaje disciplinar*, hacia la reflexión sobre la *problemática del contexto* en que se realiza tal aprendizaje y cómo operar para transformarlo en situaciones didácticamente eficaces. Las actividades encaradas durante la fase diagnóstica permitieron acercar a los estudiantes al contexto específico de la EGB3, encontrando elementos para establecer el rol asignado concretamente por los profesores a la Geometría frente a los restantes contenidos matemáticos y la función asignada a la resolución de los problemas geométricos.

La resolución del mismo problema que se le presentara a los alumnos de EGB3 sirvió de referencia para reflexionar sobre las posibilidades para el desarrollo de competencias conceptuales y procedimentales brindadas por ese tipo de enunciados más abiertos que los hallados en el material relevado durante el diagnóstico y establecer su función en la formación de un adolescente. La Figura 2 sintetiza los aspectos que emergieron durante el transcurso del debate como relevantes en relación a las resoluciones analizadas, cuyos argumentos fueron acordados entre los estudiantes.

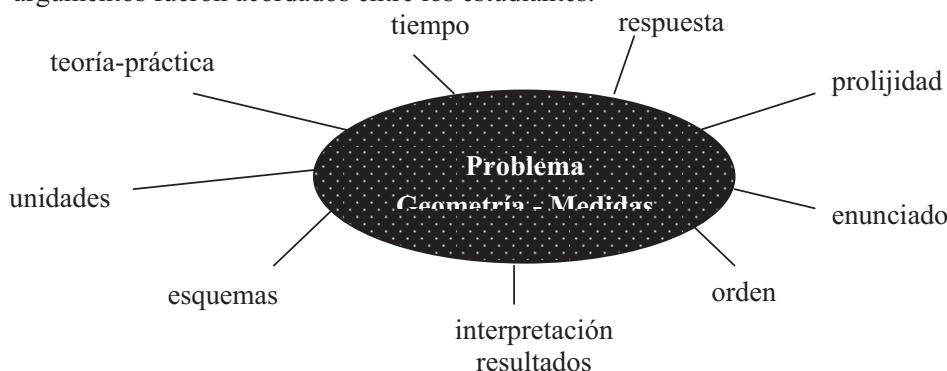


Figura 2: Aspectos de las resoluciones mencionados por los estudiantes del Profesorado. Otra etapa importante estuvo asociada con el estudio de las diferentes variables que se pueden adoptar para analizar la resolución de un problema, discutiendo la importancia de los procesos de comprensión y búsqueda en función del marco teórico adoptado. A continuación se presentan tales variables, con sus correspondientes modalidades, destacándose con letra mayúscula algunas aportadas por los propios estudiantes.

Variables (Modalidades)

- 0- Completitud (sí, no)
- 1- Estrategia de resolución (correcta, parcialmente correcta, incorrecta, inexistente)
- 2- Planteo (coloquial, numérico horizontal, numér. vertical, NUMÉR. MIXTO, inexistente)
- 3- Uso de unidades (correcto y completo, correcto e incompleto, INCORRECTO Y COMPLETO, incorrecto < 50 %, incorrecto > 50 %, no)
- 4- Esquemas gráficos (hay esq. graf. propios, hay aportes propios s/ el graf. dado, no hay)
- 5- Exactitud en los cálculos (100 %, [60, 100) %, [30, 60) %, [0, 30) %)
- 6- Tipo de respuesta (coloquial, un número con unidades, un número sin unidades, no hay)
- 7- Explícita fórmulas geométricas (sí, a veces, nunca)
- 8- Reinterpreta en función de la realidad (sí, no, no se puede decidir)

Finalmente, la tarea de analizar cada protocolo de resolución desde el punto de vista de las variables presentadas inició a los estudiantes en una actividad de investigación, permitiendo diferenciar entre la corrección de un problema como práctica docente y una indagación en profundidad de los procesos cognitivos que desarrolla un alumno durante la resolución. De esta manera, se puede detectar en esa complejidad aciertos, errores, sesgos y heurísticos que muestran las actuaciones realizadas a medida que se comprende un enunciado, se efectúa un modelado situacional y se definen posibles modos de búsqueda de la solución.

Actividades de esta naturaleza están permitiendo transformar el enfoque que los estudiantes del Profesorado de Matemática asignan al espacio de Tópicos de Geometría, permitiendo valorar la importancia de reflexionar sobre las prácticas y practicar las reflexiones en forma consecuente.

Bibliografía:

Blanco, L. y Barrantes, M. (2003) Concepciones de los estudiantes para maestro en España sobre la geometría escolar y su enseñanza-aprendizaje, *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educ*, 6(2).

Corberán Salvador, R. (1989) *Didáctica de la geometría: modelo Van Hiele*. Valencia: Publicación de la Universidad de Valencia.

I.M.C.I. (1998) Perspectives on the teaching of geometry for the 21st century. En Mammana y Villani, (1998) *Perspectives on the teaching of Geometry for the 21st century*, Kluwver Acad. Pub.

Johnson, P. (1983) *Mental Models*. Cambridge (Mass.): Harvard University Press.

Newell, A., Simon, H. (1972) *Human Problem Solving*. N.J: Prentice Hall.

VanLehn, K. (1998) *Problem Solving and Cognitive Skill Acquisition*. En M. I. Posner (ed.) *Foundations of Cognitive Science* (pp. 527-579). Cambridge (Mass.): MIT Press.

Zhang, J. (1997) The Nature of External Representations in Problem Solving, *Cognitive Science*, 21(2).