

ENSEÑANZA DE UNA ESTRATEGIA PARA LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS: UN EJEMPLO DE OPTIMIZACIÓN

Clarisa Noemí Berman y Ana María Narvaez
Facultad Regional Mendoza. UTN – Escuela Ing. Gabriel del Mazo
robertopapini@supernet.com.ar - anarvaez@fcemail.uncu.edu.ar
Campo de Investigación: Resolución de problemas; Nivel educativo: Medio y Superior

1 RESUMEN

El objetivo de la presente investigación – acción es la enseñanza de una estrategia de resolución de problemas para alumnos del nivel medio superior argentino (polimodal y primer año de la universidad) que involucra cambios de registro de representación semiótica (Duval, 1999). Ahora bien ¿es necesario implementar la enseñanza de una estrategia para resolver problemas? La respuesta ha sido afirmativa en vistas de un control de entrada o prueba de prerequisites realizada a los estudiantes de tercer año de polimodal de una escuela técnica de la provincia de Mendoza. A partir de dicho instrumento se diseñó una situación problema didáctica, pues la misma se basa en la funcionalidad de los conocimientos que ella involucra, provocando modificaciones en la conducta del alumno y favoreciendo la aparición de los conceptos deseados.

2 ANTECEDENTES Y MARCO TEÓRICO

Entre los antecedentes de esta investigación se cuenta con los trabajos de Regine Douady sobre el cálculo del área de un rectángulo de perímetro dado; el trabajo *Aprender (por medio de) la resolución de problemas* de Roland Charnay (1990/91); *Empleo de funciones en situación de modelización* de Luisa Ruiz Higuera (1998) y la práctica docente de las investigadoras durante más de 20 años de enseñanza de la Matemática en ambos niveles.

El marco teórico privilegiado en nuestra investigación es la Teoría de Juegos de Marcos de Regine Douady (Douady, 1986) que introduce la noción de marco.

En esta investigación también se ha considerado la teoría de registros de representación semiótica de Raymond Duval (Duval, 1999). Se entiende por registro, en esta teoría, un sistema de signos. Las matemáticas constituyen un cuerpo de conocimiento en el cual la movilización de una pluralidad de registros de representación semiótica es visible y necesaria. En las representaciones semióticas entran en juego tres aspectos: el aspecto **estructural**, el aspecto **fenomenológico** y el **funcional**.

En el presente trabajo hemos considerado el registro verbal, el registro tabla, el gráfico y el algebraico para el diseño de la situación problema.

3 METODOLOGÍA

Se ha empleado la metodología de investigación *ingeniería didáctica*. La ingeniería didáctica se caracteriza por un esquema experimental basado en “realizaciones didácticas” en clase, esto es sobre la concepción, realización, observación y análisis de secuencias de enseñanza. La metodología ingeniería didáctica se caracteriza por las siguientes fases: la fase 1 de análisis preliminar, la fase 2 de concepción y análisis a priori de las situaciones

didácticas de la ingeniería, la fase 3 de experimentación y la fase 4 de análisis a posteriori y evaluación.

4 OBJETIVOS DE LA INVESTIGACIÓN

Se propone esta investigación con el fin de implementar una estrategia de enseñanza de resolución de problemas para lograr:

- familiarizar a los estudiantes con la articulación entre los registros verbal, gráfico, algebraico y
- demostrar a los profesores que la articulación de registros debe formar parte de los objetivos de la enseñanza en el nivel elegido.

5 CONSTRUCCIÓN DE LA SITUACIÓN DE APRENDIZAJE

Se han tenido en cuenta el campo de conocimiento del alumno, las distintas etapas en el aprendizaje (aproximación o apropiación de la situación, aprendizaje propiamente dicho), el dominio de las herramientas necesarias para abordar esta nueva situación, el análisis de las producciones de los alumnos y las variables didácticas (Guillaume, 1991).

Aproximación o apropiación de la situación

Se diseñó una situación diagnóstica para observar la forma en que nuestros alumnos se desenvuelven en el tratamiento de ejercicios y problemas, en esta etapa se espera que los mismos resuelvan en forma autónoma las situaciones planteadas, permitiéndonos interpretar errores, detectar las falencias que manifiestan al abordar situaciones y verificar la necesidad o no de la enseñanza de una estrategia de resolución.

Se le dio a los alumnos una serie de tres ejercicios y seis problemas sobre los cuales decidían la forma de resolución. Esta etapa nos permitió obtener información suficiente para establecer la necesidad de plantear una situación didáctica particular para la enseñanza de una estrategia de resolución de problemas e informarnos qué privilegian nuestros alumnos al intentar resolver una situación.

Conclusión del control de entrada: El análisis de la respuesta de los alumnos revela que los mismos solo podían realizar cálculos mecánicos, es decir, pudieron resolver ejercicios. Asimismo, se observó una marcada tendencia a operar sin metas claras, por ejemplo un estudiante dijo *“No sabía que hacía, no podía sacar la cuenta”*

De un total de 29 alumnos, 27 pudieron resolver solamente los ejercicios, no los problemas. Creemos que el comportamiento de los estudiantes frente a la situación planteada es consecuencia de la falta de interpretación y de un análisis crítico de los enunciados, producto de una enseñanza algorítmica, mecánica y rutinaria y de las exigencias de las evaluaciones, agravado por un tratamiento de contenidos aislados.

Aprendizaje propiamente dicho

Teniendo en cuenta los prerrequisitos de los estudiantes al momento de la presente experimentación, la epistemología, la opinión de especialistas y la pregunta de esta investigación *¿La estrategia propuesta ayuda a los alumnos a superar las restricciones que los limitan para resolver problemas?*, se diseñó una situación didáctica.

Nuestra propuesta contiene etapas que ponen en juego acciones para interpretar el problema, seleccionar una estrategia de resolución, permitiendo validarla mediante la articulación de los distintos registros.

Se pretende que los alumnos constaten la importancia de una lectura comprensiva, fomentando la búsqueda de la información explícita o implícita que ofrece el problema, el tratamiento de concepciones erróneas y la posibilidad de interrelación de los registros.

La experiencia frente al aula nos ha permitido observar que el tratamiento de la resolución de problemas, y la articulación de registros no es en el alumno tan evidente como lo suponemos los docentes, falencia que se ha detectado no sólo en el nivel medio sino también en los primeros años de la universidad

Esta situación es un aporte en la enseñanza realizada, fruto de una investigación didáctica intencional.

En la hora de clase destinada al tema objeto de estudio les fue planteada a los alumnos una *situación didáctica particular* en el sentido de Douady, es decir aquella que corresponde como mínimo a la fase de acción de los estudiantes.

Las intenciones didácticas consideradas para el diseño fueron:

- Facilitar las fases de interpretación, comprensión, análisis, elaboración de hipótesis y justificación de las mismas.
- Facilitar la elaboración de un posible plan de resolución y justificación del mismo.
- Aplicar la estrategia de solución elegida, contrastar hipótesis planteadas y verificar la solución hallada.
- Comunicar razonablemente el resultado obtenido.
- Valorar la utilidad de la estrategia.
- Tomar conciencia de que la matemática es una ciencia dinámica.
- Tomar conciencia de que el hombre en todos los tiempos ha contribuido a la cultura matemática.

En la concepción de la secuencia se decidió actuar sobre las siguientes variables macro – didácticas o globales, definidas por M. Artigue (1995) como las variables manipuladas por el docente para hacer evolucionar el comportamiento de los alumnos en la organización global de la secuencia:

- Variables ligadas a la dimensión cognitiva:

Se concibe una secuencia de enseñanza que articule los registros algebraico, geométrico, numérico y el del lenguaje natural, haciendo representaciones y tratamiento de conjeturas en dichos registros de representación semiótica.

- Variables ligadas al contenido:

En la secuencia los ejes del desarrollo fueron la elección de funciones polinómicas de segundo grado, dado que satisfacen la condición de continuidad en \mathbb{R} y, posteriormente se utilizarán para abordar otra estrategia de resolución que involucra el concepto de derivada. También esta clase de funciones permite hacer la articulación de la enseñanza de una estrategia en la resolución de problemas con el primer año de la universidad.

Se privilegió que el conjunto solución fuese no entero, para la puesta en acto del registro gráfico y algebraico.

Otro eje fue el relativo al análisis de las características geométricas de la función de segundo grado.

Se tuvieron en cuenta los conceptos de variables y constantes, funciones y reconocimiento de dominios de definición de las funciones, en particular las polinómicas y sus restricciones según el contexto del problema.

En el marco geométrico se enfatiza el concepto de perímetro y área de cuadriláteros.

- VARIABLES LIGADAS AL PROCESO DE ENSEÑANZA – APRENDIZAJE:

(a) La secuencia se concibe de forma tal que se articulen e integren nociones dadas previamente en Geometría y Matemática coordinando temas que suelen abordarse y tratarse de forma separada, pero que desde el punto de vista matemático sostienen relaciones de significado.

(b) Limitar la complejidad en la resolución algebraica, no dando ejercicios que involucren desarrollos que requieran más competencias que las que se sabe poseen los alumnos.

(c) La secuencia se concibe de manera que el alumno pueda continuamente verificar sus respuestas en función de las actividades siguientes.

En la concepción de la secuencia de enseñanza, es relevante para esta investigación destacar el énfasis otorgado a ciertos aspectos, considerados como innovaciones, respecto de la enseñanza tradicionalmente dada a estudiantes de este nivel.

Ahora bien ¿por qué realizar estas innovaciones? y ¿con qué intenciones?

La respuesta es para lograr mejor comprensión e interpretación del tema y mejores competencias en los estudiantes que se enfrentarán a problemas propios del campo de la ciencia y técnica del currículo correspondiente a sus futuras profesiones.

Experiencia

La experiencia se efectuó simultáneamente en dos cursos de 3º año del polimodal (17 –18 años) de una Escuela Técnica en la especialidad Mecánica y Electrónica. La primera propuesta, como se dijo anteriormente, tiene como objetivo realizar un control de entrada, es decir evaluar los conocimientos de los alumnos con respecto a la resolución de problemas. Los estudiantes trabajaron en forma individual y grupal de manera espontánea en dos clases de 90 minutos cada una y también en horario extra clase. La tarea estuvo diseñada de tal manera que la investigadora registrara todo lo observado con respecto al quehacer de los alumnos en las clases presenciales.

En referencia a la segunda etapa:

En esta etapa se les entrega una situación problema similar a una de las situaciones de la primera etapa orientándolos en el objetivo de la clase. Se destinaron 3 clases de 45 minutos cada una.

En la siguiente tabla se resumen las fases, las expectativas de logro y el saber hacer de los estudiantes.

FASES	ACTIVIDAD	EXPECTATIVAS DE LOGRO	SABER HACER
FASE DE COMPRENSIÓN	Búsqueda e interpretación de información	Búsqueda de información. Interpretación de la información. Reorganización de la información.	Lectura superficial del enunciado. Observación incompleta de datos. Falta de reconocimiento de los datos. No organizan la información.
	Verificación	Modificar lo realizado hasta el momento	Revisan y corrigen.
FASE DE ANÁLISIS DE DATOS	Análisis de la información	Validación de las hipótesis del estudiante.	Justificaciones insuficientes de las hipótesis en un primer momento. Visualizar en ejemplos que ellos proponen la pertinencia de las hipótesis planteadas.
	Verificación	Desechar las hipótesis incorrectas	
	Reorganización de la información	Establecer relaciones entre los elementos implícitos en el problema	Relacionan los datos explícitos con los implícitos
FASE DE EJECUCIÓN DEL PLAN	Elección de una estrategia de resolución	Elegir alguna de las estrategias propuestas	Eligen y aplican una estrategia. En el registro por tabla no utilizan dominios correctos. Se observa, en general, manejo de pocos datos en la tabla.
	Verificación de la solución resolviendo de otro modo	Contrastar correctamente las soluciones obtenidas con distintas estrategias en distintos registros.	Reconocen la respuesta en el gráfico. Grafican de manera incompleta la parábola. Trabajan con variable continua. No escriben correctamente la expresión algebraica. No establecen las condiciones para que un cuadrilátero sea rectángulo. No es espontánea la relación entre el área y el perímetro.
	Comunicación escrita de los resultados	Informar el resultado obtenido en forma escrita utilizando cualquier registro	Reconocen y aceptan los errores cometidos en las distintas actividades. Expresan la respuesta correcta en distintos registros, realizando articulaciones.

6 CONCLUSIONES

Con esta investigación se puede establecer que la articulación entre distintos registros de representación semiótica no es espontánea, verificándose que la interpretación en el lenguaje algebraico es la de mayor dificultad. Sin embargo cuando logran modelizar el problema en dicho registro sostienen que es el más eficiente y eficaz para resolver la situación. Esta propuesta nos indica, en función de los resultados analizados, la necesidad de encarar este tipo de actividad didáctica que involucra la articulación entre los distintos registros de representación semiótica desde los primeros cursos.

Un aporte de este trabajo está en que la enseñanza de una estrategia de resolución de problemas, si bien está pautada, tiene la suficiente flexibilidad como para que el estudiante en cada paso vaya verificando sus conjeturas y realice un proceso de realimentación continuo que lo prepara a “aprender a aprender”.

La etapa de comunicación es considerada relevante en este trabajo, puesto que el alumno, en general tiene muchas dificultades en la comunicación escrita. Usan un vocabulario no adecuado, por ejemplo expresan: “*Punto mayor*” ; “*Porque la parábola marca la mayor área*”.

En este trabajo se observa la poca sensibilidad de los alumnos a la contradicción, lo cual nos hace reflexionar en nuestra tarea docente, es decir deberíamos ser más explícitos en los conceptos y tratar de contextualizar las tareas para que el estudiante pueda internalizar los conceptos.

Al terminar la resolución de la situación planteada, los logros de los estudiantes son:

- . Identificar los elementos del problema y lo que pide el problema.
- . Establecer relaciones y deshechar hipótesis incorrectas.
- . Comparar registros tabulares y gráficos.
- . Articular, aunque de forma insuficiente el registro gráfico y el algebraico.
- . Analizar el concepto de dominio de una función.
- . Identificar gráficamente la solución del problema.
- . Distinguir distintas estrategias de resolución y seleccionar la óptima.
- . Controlar y verificar resultados.
- . Interés en la actividad.
- . Favorecer su autoestima dado que la situación le permite entender y relacionar conceptos.

De los 29 alumnos uno sólo dijo que la actividad no lo beneficiaba porque no entendía nada, para el resto la actividad ha sido beneficiosa.

7 REFLEXIÓN

Es necesario que los docentes de matemática desarrollen en los alumnos estrategias denominadas metacognitivas, que son aquellas que favorecen el control de quien aprende, de sus propias ideas, de sus aciertos y errores y de la modificación que se produce en el proceso de aprendizaje en relación con sus ideas anteriores (Panizza, Sadosvky, 1994).

8 EXTENSIONES

Esta actividad se extiende al contexto del análisis diferencial para alumnos de primer año de la universidad, lo cual permite el doble objetivo de articular con el siguiente nivel educativo y reformular la situación planteada. Fundamentamos esta prolongación en las

palabras de Charnay (1994) que dice “*La cuestión esencial en la enseñanza de la matemática es como hacer para que los conocimientos enseñados tengan sentido para el alumno, es imprescindible que el sea capaz no sólo de rehacer o repetir sino también de resignificar en situaciones nuevas, de adaptar, de transformar sus conocimientos para resolver nuevos problemas*”.

BIBLIOGRAFÍA

Artigue, M. (1995). Ingeniería didáctica. En p. Gómez (ed). *Ingeniería didáctica en educación matemática. Un esquema para la investigación y la innovación en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas.* (pp. 33-59). México: Grupo editorial Iberoamericano.

Brousseau, G. (2000). Educación y didáctica de las matemáticas. *Revista de educación matemática.* 12 (1). México: Grupo Editorial Iberoamérica.

Clemens, O’Daffer, Cooney (1989) *geometría.* México: Addison Wesley Logman.

Charnay, R. (1994). *Aprender por medio de la resolución de problemas.* Didáctica de la matemática. Buenos Aires: Piados.

Duval, R. (1999). *Semiosis y pensamiento humano.* Universidad del valle. Instituto de educación y pedagogía. Grupo de educación matemática.

Guillaume, J. (1991). *La conception de situations didactiques de college.* Construction de savoirs mathematiques de college. Inrp

Ruiz, L. (1998). *La noción de función: análisis epistemológico y didáctico.* España: universidad de Jaén.