

SOBRE LA VIDA ESCOLAR DE LA RAÍZ CUADRADA EN EL NIVEL BÁSICO

Domingo de Guzmán Lorenzo Rosario, María Patricia Colín Uribe

Universidad Autónoma de Guerrero. (México)

mingo_19@yahoo.com.mx, pcolin@cimateuagro.org

Campo de investigación: pensamiento y lenguaje variacional

Palabras clave: concepciones, análisis histórico, raíz cuadrada, métodos

Resumen

En este trabajo se exponen el desarrollo y los resultados de la investigación relacionadas con las dificultades que tienen los alumnos y profesores del nivel básico, sobre el concepto matemático raíz cuadrada de números enteros. Esta investigación se realizó con alumnos de nivel Secundaria y con profesores de primero, tercer y quinto semestre de la licenciatura Nivel secundaria con la especialidad en matemática del Centro de Actualización del Magisterio ubicado en la ciudad de Chilpancingo, Guerrero.

Como sabemos, todo conocimiento evoluciona de acuerdo a los tiempos y necesidades de cada sociedad y de acuerdo a su cultura. Es por eso que en esta investigación se hace una pequeña reseña histórica sobre cuatro culturas: la Hindú, la Egipcia, la Griega y la Babilónica. Esto con el propósito de ver si conocían y utilizaban este concepto matemático.

Además se muestran y analizan los diferentes enfoques y tipos de problemas que los libros de texto plantean, así como también la forma de cómo abordan este tema. Donde al final se hace una clasificación de estos libros, de acuerdo a las técnicas y a los mecanismos que emplean.

Por último se describen y analizan los resultados del cuestionario aplicados a los profesores y alumnos, por citar algunos resultados:

- No consideran a la raíz cuadrada como operación básica.
- Están familiarizados con un sólo valor de la raíz cuadrada, es decir con la raíz positiva.
- Carecen de argumentos para justificar el signo \pm cuando aparece en la fórmula general para resolver ecuaciones de segundo grado.

Metodología

La metodología que se empleó en esta investigación fue la siguiente:

- *Antecedentes históricos*
- *Revisión Bibliográfica*
- *Elaboración y aplicación de cuestionarios. Análisis de resultados*

Problema de investigación

Nuestro Problema de investigación consistió en describir las concepciones que tienen los alumnos de Nivel Básico (secundaria) sobre la raíz cuadrada. En particular, cómo interpretan el signo \pm al momento de tratar el tema de ecuaciones de segundo grado.

Antecedentes históricos

Realizamos una pequeña reseña histórica sobre cuatro culturas: la hindú, la egipcia, la griega y la Babilónica. Esto con el propósito de ver si conocían y si utilizaban este concepto matemático. Encontramos que las civilizaciones Hindú, Egipcia, Griega y Babilónica si conocían a la raíz cuadrada y la utilizaban para calcular áreas, volúmenes de figuras y cuerpos geométricos, así como para resolver ecuaciones cuadráticas y encontrar el valor de la

hipotenusa en un triángulo rectángulo. Pero los babilonios fueron los más avanzados en cuanto a la utilización de este concepto, tanto que hoy en día, en la escuela secundaria se enseña dicho método al cuál se conoce como “*método babilonio*” y este consiste en *cuadrar rectángulos*.

La matemática babilónica (5000 a.C. – 550 a.C.)

Los geómetras babilónicos estaban familiarizados con el teorema de Pitágoras. Desde la prehistoria los babilonios podían resolver ecuaciones cuadráticas, algunas ecuaciones cúbicas y bicuadráticas.

Por ejemplo: un problema consiste en conocer la longitud del lado de un cuadrado cuya área menos el lado es igual a 870. Para nosotros esto equivale a resolver la ecuación $x^2 - x = 870$. Además podían resolver sistemas de ecuaciones de varios tipos, con dos incógnitas, que incluían generalmente una ecuación lineal y una ecuación de segundo grado.

Los babilonios no consideraban soluciones negativas, ya que para ellos no existían; y

utilizaban la fórmula:
$$x = \sqrt{\left(\frac{p}{q}\right)^2 + q} + \frac{p}{2}$$

Además los babilonios emplearon un procedimiento muy eficaz para evaluar la raíz cuadrada.

Sea $x = \sqrt{b}$, la raíz buscada y sea b_1 una aproximación de esta raíz.

Supongamos que a_1 es otra aproximación, tal que $a_1 = \frac{b}{b_1}$. Si b_1 es demasiado

pequeño, entonces evidentemente a_1 es demasiado grande. Elijamos entonces la media aritmética

$$b_2 = \frac{a_1 + b_1}{2}.$$

Si b_2 es demasiado grande, entonces $a_2 = \frac{b}{b_2}$ será demasiado pequeño. Luego

será suficiente tomar la media aritmética $b_3 = \frac{a_2 + b_2}{2}$. Este procedimiento se

continúa indefinidamente. En una de las tablillas de Yale, se tiene

$$\sqrt{2} = 1 + \frac{24}{60} + \frac{51}{60^2} + \frac{10}{60^3} = 1.414213.$$

El álgebra babilónica se desarrolló enormemente debido a la importancia que, en los problemas, los babilonios daban a la solución aritmética.

La matemática egipcia (3300 a.C. – 1200 a.C.)

En el Papiro de Berlín se destaca la resolución de dos problemas que suponen un sistema de 2 ecuaciones con 2 incógnitas, una de las cuales es además de segundo grado.

En este Papiro se encuentran ecuaciones de la forma $ax^2 = b$, en el que curiosamente se utiliza la raíz cuadrada para resolverlo, aunque no se tiene constancia de que si tenían procedimientos para calcularlas. Algunos autores suponen que debieron existir tablas de números cuadrados, *calculadas por un simple procedimiento de multiplicación del número por el mismo*, y que podrían leerse en ambos sentidos de modo que permitirían calcular raíces cuadradas.

La matemática hindú (900 a.C. – 200 a.C.)

La característica principal del desarrollo matemático en esta cultura, es el predominio de las reglas aritméticas de cálculo, destacando la correcta utilización de los números negativos y la introducción del cero, llegando incluso a aceptar como números validos a los irracionales. Además profundizaron en la obtención de reglas de resolución de ecuaciones lineales y cuadráticas, en las cuales se aceptaban las raíces negativas. Uno de los trabajos importantes de esta cultura es el del matemático **Aryabhata** el cual se denomina *Aryabhatiya*. En esta obra se formula un conjunto de instrucciones para calcular *raíces cuadradas* y cúbicas de números enteros. Además se utilizaba la raíz cuadrada para el cálculo de volúmenes aunque incorrectamente, por ejemplo, el volumen de la esfera está dado como el producto del área de un círculo máximo por la raíz cuadrada de esta área.

La matemática hindú presenta problemas históricos más difíciles de resolver que la griega, debido a que los autores Hindúes raramente mencionan a sus predecesores, a la vez que muestran una sorprendente independencia en sus planteamientos matemáticos. Es por esto que, aunque conocían y aplicaban la raíz cuadrada para el cálculo de áreas y en soluciones de ecuaciones cuadráticas, no se conoce mucho de los procesos para calcularlas.

Los griegos utilizaban los arreglos geométricos para encontrar raíces cuadradas, pero solo de números enteros y la utilizaban en el teorema ahora conocido como Teorema de Pitágoras.

Los egipcios utilizaban a la raíz cuadrada para el cálculo de áreas como lo muestran los papiros de Rhind, de Moscú y de Berlín.

Por último podemos decir que la civilización babilónica es una de las civilizaciones de la antigüedad que al parecer manejaba con mayor claridad el tema de la raíz cuadrada, y por si fuera poco, desarrollaron un método para calcular raíces cuadradas el cual en la actualidad se llama método babilónico y es enseñado en la escuela secundaria. Este método a grosso modo consiste en cuadrar un rectángulo, es decir, dado un rectángulo de área conocida, construir un cuadrado con la misma área.

Revisión bibliográfica

Realizamos una revisión a libros de texto para el alumno de los tres grados que se utilizan para impartir la materia de matemáticas en la Educación Básica Secundaria, así como un análisis de los planes y programas de estudios, libro para el maestro y fichero de actividades

didácticas matemáticas otorgados por la Secretaría de Educación Pública (SEP) a todos los profesores del país.

En base a esto, clasificamos los libros para el alumno en tres categorías, las cuales estuvieron determinadas por el tipo de ejercicios que proponían al estudiante.

Elaboración, aplicación y análisis de resultados

Aplicamos un cuestionario de 10 preguntas a 64 estudiantes y a 27 profesores. Todos los profesores que participaron están en activo. Cabe señalar que no se permitió el uso de calculadora.

Algunos de nuestros objetivos al aplicar el cuestionario son:

- Observar los métodos que conocen (tanto estudiantes como profesores) y cuáles saben aplicar para calcular raíces cuadradas
- Qué argumentos tienen para justificar el signo \pm en la fórmula general que se utiliza para resolver ecuaciones de segundo grado
- Qué tipo de aplicaciones en la vida cotidiana le dan a la raíz cuadrada

Estos son algunos de los resultados que encontramos de acuerdo al análisis del cuestionario aplicado a estudiantes y profesores de nivel secundaria.

- Ninguno considera las raíces negativas como solución a los ejercicios planteados.
- La mayoría solo están familiarizados con el método del algoritmo tradicional o de la casita, a pesar de que en el programa oficial de la SEP aparecen por lo menos tres métodos más para el cálculo de raíces cuadradas.
- Presentan dificultades en la interpretación del lenguaje matemático. Es decir algunos términos matemáticos los relacionan con otros, en particular los métodos de solución de ecuaciones son relacionados con el número de soluciones que debe tener una ecuación
- Los profesores utilizan ejemplos como “*Encuentra los lados de un terreno que es cuadrado si su área es: ...*”. Los estudiantes exhiben como ejemplos de aplicación este mismo tipo de ejercicios.

Referencias bibliográficas

- Alarcón, J. et al. (1994). *Libro para el Maestro (secundaria)*, SEP (Secretaría de Educación Pública), México.
- Almaguer G et al. (2002). *Matemáticas 3, cuaderno de prácticas y tareas*. Primera edición, México: Editorial Limusa/Grupo Noriega.
- Arquímedes C. et al. (2001). *Cuaderno de matemáticas 3*. Décima edición. México: Editorial Esfinge.
- Arreguin J. (2000). *Matemáticas 1, Cuadernos de ejercicios*. Primera edición, México: Ediciones Larousse.
- Arreguin J. (2000). *Matemáticas 3, Cuaderno de ejercicios*. Primera edición, México: Ediciones Larousse.
- Baldor, A. (1990). *Aritmética*. Tercera Edición, Editorial Publicaciones Cultural, España.

- Briseño L. & Verdugo J. (2003). *Matemáticas 3*. Décima sexta reimpresión, México. Editorial Santillana.
- Collette P. (2002). *Historia de las matemáticas*. Quinta edición, México. Editorial Siglo XXI
- Espinoza, H. et al. (2000). *Fichero de Actividades Didácticas Matemáticas (secundaria)*. Segunda edición revisada por la SEP. (Secretaría de Educación Pública) México.
- Fillooy E. et al. (2001). *Matemática Educativa Tercer Grado, (secundaria)*. Primera edición, México. Editorial Mc Graw-Hill.
- Robles D. et al. (2001). *Lecciones de Matemáticas 3*. Primera edición, México. Fernández Editores.
- Robles D. et al. (2001). *Lecciones de Matemáticas 1*. Primera edición, México. Fernández Editores.
- Sánchez, E. et al. (2000). *Matemáticas 3*. Primera Edición, México. Editorial Grupo Patria.
- Socas, M. (1997). Dificultades, obstáculos y errores en el aprendizaje de las matemáticas en la educación secundaria. En Rico, L. (coordinador) *La Educación Matemática en la Escuela Secundaria*. (Capítulo V, pp. 125-154) Primera edición, Barcelona, España. Editorial Horsori.
- Struik, D. (1986). *Historia Concisa de las Matemáticas*. Segunda edición, Instituto Politécnico Nacional, México.
- Wussing, H. (1998.) *Lecciones de historia de las matemáticas*. Primera edición, España. Editores, S.A., España.