

ALGUNAS CONSIDERACIONES SOBRE LOS PROBLEMAS MATEMÁTICOS APLICADOS A LAS ASIGNATURAS MODELACIÓN MECÁNICA Y FÍSICA

Alexia Nardín Anarela, Nereida Pupo Cintras, Máximo Montes de Oca Paredes
Universidad de Camagüey. (Cuba)

alexia.nardin@reduc.edu.cu

Campo de investigación: modelación matemática

Palabras clave: laboratorio matemático, modelación, sistematización, TICs

Resumen

En el presente artículo se explica la necesidad de vincular los contenidos de la matemática con los de otras disciplinas en las especialidades de ingeniería, apoyando el aprendizaje significativo en el uso de asistentes matemáticos y el trabajo cooperativo de profesores que se interesan por ofrecer propuestas integradoras en el quehacer didáctico. Entre las habilidades que permiten el acercamiento a independizar al estudiante en este sentido están las habilidades lógicas meta cognitivas, las cuales son explicadas desde el punto de vista de los autores y sus experiencias docentes. En los ejemplos se muestra la posibilidad de sistematizar contenidos en diversos temas de la asignatura "Álgebra lineal y ecuaciones diferenciales ordinarias", de múltiples usos ingenieriles, entre otros en el estudio de las oscilaciones.

Introducción

La sistematización de los contenidos es una alternativa didáctica que requiere poner en práctica numerosos procedimientos y recursos por parte de los que enseñan y también de los que aprenden Matemática. No basta con saber las relaciones que existen en el objeto de estudio o con pretender que el estudiante llegue a establecer las mismas, sino que se necesita la aplicación continua y consciente por parte del estudiante de todos los conocimientos y habilidades que paulatinamente va adquiriendo en el proceso de enseñanza - aprendizaje de la asignatura.

Los autores realizan un estudio de algunos problemas, para la solución de los cuales proponen la materialización de algunas ideas que relacionan las indicaciones metodológicas para sistematizar los contenidos de Matemática con el uso de las TICs (Técnicas de Información Científica) durante la aplicación de las matemáticas a la modelación mecánica en segundo año de Ingeniería Civil. En este curso académico se centró el trabajo en temas de Álgebra Lineal no abordados anteriormente en los trabajos de vinculación con la especialidad, con algunos precedentes en el tema de sistemas de ecuaciones lineales, mayormente sistematizado en años anteriores. También se explica el uso del laboratorio de computación para los vínculos con la asignatura de Física.

Desarrollo

Desde la antigüedad el hombre priorizó la realización de tareas que le permitieran la resolución simultánea de múltiples problemas, profundizó en conocimientos que le permitieran descubrir la verdad sobre asuntos de importancia práctica y logró reconocer que la vinculación de los resultados que iba obteniendo en su actividad cognoscitiva le posibilitaba ahorrar tiempo, energía, nervios y materiales. La idea de incorporar a un sistema que engranara todos los conocimientos y habilidades, los resultados individuales obtenidos en la resolución de problemas data pues de tiempos muy remotos y es posiblemente tan entrada en años como la propia enseñanza de la Matemática.

J. A. Comenius (1592- 1670) en "Indicaciones metodológicas sobre la educación escrita" cita: "La naturaleza no avanza a saltos sino por etapas, pues bien, si una cosa va seguida de la otra, se deben

enlazar entre sí. El maestro debe enseñar una materia por partes sucesivas y enlazar estas partes, así se adquiere el conocimiento del todo y se le puede comprender”.

Así propugna el principio de sistematización en la enseñanza, que establece:

- Todo lo siguiente se basa en el fundamento anterior.
- Lo posterior se basa en lo anterior.
- Todo lo que está relacionado se debe relacionar constantemente.

Klingerg, 1986, define por “enseñanza sistemática a la articulación didáctica de todos los eslabones del proceso incluyendo la representación, ejercitación, aplicación y sistematización”.

Carlos Álvarez de Sayas planteó: *“No siempre el grado de vinculación de los contenidos de una asignatura permite agruparlos en un solo sistema, que se puede inferir de un solo núcleo, esto obliga a que el profesor, al finalizar el tema establezca los aspectos similares y diferentes, haga resaltar las vinculaciones entre los distintos contenidos, todo lo cual tiende a la sistematización de los distintos temas en un objeto mayor.”*

La pregunta es cómo lograr resaltar las vinculaciones.

Eso depende en primer lugar de la propuesta didáctica del profesor, los objetivos planteados, la participación que conceda a los estudiantes en la elaboración de la misma y los recursos que profesor y alumnos utilicen.

Aunque solamente en última instancia dependemos de los recursos, no es menos importante que los usemos a favor de sistematizar los contenidos.

Opinamos que la sistematización es un momento necesario en el trabajo del alumno, con el cual integrando conocimientos, enlazándolos y estableciendo nexos entre aquellos que pudieran parecer aislados, los reafirma y los fija más sólidamente en sus estructuras cognitivas.

Los autores del presente trabajo parten de la más estrecha vinculación entre objetivos, contenidos, métodos, formas de enseñanza, evaluación y control, medios, etc. para contribuir a que el estudiante sistematice.

Por otra parte, la enseñanza actual cubana adopta numerosas y diversas opciones de universalización, las que son el reflejo de una sociedad donde interesa a muchos transmitir el conocimiento a grandes masas de la población, algo que fue un sueño de los filósofos desde la antigüedad y que se manifiesta en realidades que confirman los postulados leninistas de la obra “Materialismo y empiriocriticismo”. El principio de universalización de la enseñanza, por primera vez es defendido por el dr. Fidel Castro en 1969 y recientemente, en su discurso en el IV Congreso de Educación Superior, en febrero del 2004 retoma esta idea, con la posibilidad de poner varios ejemplos: “Y el principio de universalización de la enseñanza universitaria tendrá que irse convirtiendo en una realidad, por imperio también de la necesidad, porque no habría universidades capaces de absorber esa enorme masa. Y las universidades estarán junto a las fábricas, en los planes, en los centros de investigación. Las universidades dirigirán ese enorme movimiento y realizarán además los cursos de posgraduados, porque algún día también algunos de ustedes seguramente irán a realizar cursos de posgraduados en las universidades.”

Desde el marco psicológico estas nuevas ideas nos acercan a la teoría del aprendizaje significativo de Ausubel y la enseñanza problémica de Majmutov.

¿Cómo y por qué el uso de las TIC fue dirigido a la sistematización de los contenidos de Matemática?

Algunos entendidos del tema de la utilización de TICs, entre ellos Pere Marques (1) y (9) afirman que ellas actúan sobre el objeto social y también sobre el sujeto, pueden ser en consecuencia una manera adecuada retransmitir la información por parte de los docentes a los estudiantes.

En el marco de la universalización de la educación se da una gran importancia al uso adecuado del televisor, los videos, la computación y otras TICs.

Las TIC. presentan un cúmulo de posibilidades en cuanto a recursos se refiere que permiten materializar las ideas del docente en su afán por brindar un sistema adecuado al estudiante. Todo lo que hagamos para lograr la independencia cognoscitiva del estudiante es poco, teniendo en cuenta la gran acumulación de información a la que el estudiante actual se enfrenta, por lo que las posibilidades de sintetizar y simplificar la adquisición de conocimientos que brindan estas opciones promueven la búsqueda individual y los objetos de aprendizaje dejan de ser impuestos por los docentes, para convertirse en la principal motivación. Lo significativo del aprendizaje entonces se manifiesta en varios factores:

- 1) Los progresos que paulatinamente hace el estudiante en un tema dado y que el propio estudiante pueda observarlos le hacen sentirse seguro.
- 2) Las preguntas de vinculación de la asignatura con otras de la especialidad pueden ser formuladas en las prácticas y sesiones de manera que incentive a una búsqueda de mayor profundidad.
- 3) Las relaciones de conceptos y teoremas dentro de la propia Matemática adquieren un significado en el proceso de enseñanza- aprendizaje.
- 4) Las relaciones alumno- profesor- grupo tienen una vía más para materializarse.

Sistematizar la información, transferir la misma a otros problemas, relacionándola con los conocimientos y experiencias anteriores, es pues una indicación imprescindible al orientar a los estudiantes.

Las heurísticas, unidas orgánicamente con los métodos del conocimiento científico y las habilidades lógicas, conforman el conjunto de procedimientos generales de resolución de problemas. Las heurísticas elevan la efectividad del proceso de resolución de problemas no rutinarios (no garantizando, naturalmente, la obtención de resultados).

Con poca frecuencia orientamos a los estudiantes hacia la independencia desde el punto de vista del autocontrol que el conocimiento de las propias ciencias y sus relaciones interdisciplinarias propicia, lo cual es objetivo del presente reporte. Hemos asociado a estas habilidades, no solamente la posibilidad de utilizar el concepto de solución para verificar el resultado al resolver un sistema de ecuaciones lineales, por ejemplo, sino también los momentos de reciclaje en la modelación que permiten al estudiante apropiarse de conocimientos matemáticos con plena conciencia de que están siendo aplicados a la resolución de problemas físicos, por lo que cualquier contradicción podría suscitar la necesidad de revisar lo ejecutado desde la modelación hasta la comprobación efectuada al interpretar la solución. A partir de esta idea agrupamos otro conjunto de habilidades, llamadas metacognitivas.

Habilidades metacognitivas

- 1) Autocontrolar el trabajo a partir de usar diferentes métodos, o bien diferentes vías, incluyendo la de usar la computación para resolver el PMC.
- 2) Monitorear las acciones con el control de los resultados con éxito de una secuencia de problemas del mismo tema, hasta comprobar que se han vencido las dificultades en un determinado contexto.
- 3) Comprobar que un PMC es resuelto dentro de un problema físico, o mejor aún, un problema de la especialidad sin que se contradigan con los resultados del problema más general los resultados de la resolución del PMC, según el criterio de todos los profesores del año, aunque para esto sea necesario repetir el ciclo hasta llegar a mejores resultados; teniendo en cuenta que en la modelación es transformado el problema real mediante abstracciones, simplificaciones y aproximaciones.
- 4) Autocontrolar la adquisición de nuevos conocimientos, habilidades y destrezas a partir de la comparación de los resultados individuales y los del grupo, en particular mediante la coevaluación (evaluación mutua entre estudiantes por pares o pequeños grupos).

Ilustremos estas heurísticas, habilidades cognitivas y habilidades metacognitivas.

Ejemplo

En la modelación de una estructura se necesita multiplicar la matriz de rotación por una matriz bidimensional cuyos términos se refieren a magnitudes físicas tales como inercias y productos de inercias.

$$\begin{pmatrix} \cos(\alpha) & \text{sen}(\alpha) \\ -\text{sen}(\alpha) & \cos(\alpha) \end{pmatrix}$$

La matriz rotación es necesario utilizarla para determinadas magnitudes referidas a un sistema de ejes cartesianos y que se quieren expresar en cualquier otro sistema de ejes girados un determinado ángulo α .

Aquí es necesario conocer que esa matriz de rotación está representando una aplicación lineal (endomorfismo) que según sea el ángulo α puede o no ser diagonalizable y además puede requerirse el uso del asistente Dfw para obtener distintos resultados al evaluar la variable.

Ejemplo 2

Ilustremos la estrategia más usada en este curso:

Comprobar que un Problema Matemático de Cálculo (PMC) es resuelto dentro de un problema físico, o mejor aún, un problema de la especialidad sin que se contradigan con los resultados del problema más general los resultados de la resolución del PMC, según el criterio de todos los profesores del año, aunque para esto sea necesario repetir el ciclo hasta llegar a mejores resultados; teniendo en cuenta que en la modelación es transformado el problema real mediante abstracciones, simplificaciones y aproximaciones.

Como ejemplo, en este caso recurrimos al laboratorio de ecuaciones diferenciales, que realizamos con la siguiente guía:

Objetivo: Comprobar la veracidad de la resolución de problemas modelados mediante ecuaciones diferenciales ordinarias con ayuda del **DFW** y consolidar con el uso de gráficos su interpretación física.

I Encendido de los equipos.

II Iniciar el trabajo con **Dfw** para:

- a) Comprobar que las raíces de la ecuación característica de las siguientes ecuaciones son las obtenidas en el estudio independiente:
 $y''+64y=0$ con las condiciones iniciales $y(0)=1; y'(0)=2$
 $y''+4y=\text{sen}2x$ con las condiciones iniciales $y(0)=1; y'(0)=2$
 $y''+4y'+5y=2\text{sen}x$ con las condiciones iniciales $y(0)=1; y'(0)=2$
- b) Ajustar en la solución general hallada las condiciones iniciales que ofrecemos para cada una y representar gráficamente la curva solución en cada caso. ¿Qué tipo de movimiento oscilatorio se modela en c/u ?
- c) Para trazar los gráficos use los botones de la barra de herramientas correspondientes a plot2D (funciones que pueden representarse en el plano) y desde la hoja de trabajo de clic en el botón que tiene una senoide, luego vuelva a dar clic, de ser necesario de clic en los botones con flechas hasta obtener la visión deseada según las características de la amplitud, por ejemplo para el caso de resonancia aumenta a medida que la variable independiente tiende a $+\infty$. Para dejar solamente los valores positivos opte por **set** y precise que en el **rango (range)** el valor inicial de la variable independiente es 0.
- e) De clic en el botón **abrir** (el segundo de izquierda a derecha) y marque **ODE2**.

Con ayuda del **ODE2** del Dfw puede obtener soluciones generales en el número 9 y la particular en el 17. En cada caso debe marcar el miembro de la derecha de la ecuación y allí realizar las sustituciones que necesite.

Puede notar que el ejercicio II contribuye a sistematizar la solución de ecuaciones algebraicas con ayuda del Dfw.

En Matlab este tema se trabaja con el ODE4.

Para concluir, haremos un resumen de las principales sugerencias que se generan del presente trabajo.

Sugerencias al profesor:

- 1) No pretenda que el estudiante ya tenga la habilidad adquirida, emplee todo el tiempo y recursos según sus características individuales.
- 2) Establezca un sistema de tareas que obligue al uso de estas estrategias.
- 3) Apóyese en las TICs.
 - a) Elabore su pagina web y plataforma interactiva en forma sistémica.
 - b) Utilice la computación para la resolución de algunos problemas aplicados con el objetivo de computar rápidamente los datos, realizar representaciones geométricas que permitan visualizar desde distintas perspectivas los modelos y permita interpretar físicamente los resultados. Se recomiendan los asistentes Derive for Windows y Matlab para la docencia.

Sugerencias al estudiante:

- 1) Trate de independizarse de los profesores y formule preguntas concretas.
- 2) Verifique la correspondencia de la interpretación de resultados a la del enunciado del problema,
- 3) No vea el laboratorio de Matemática como clase de la asignatura sino como la actividad que ofrece la oportunidad de desarrollar estrategias de aprendizaje y vincular los contenidos.
- 4) Comunique sus inquietudes y colabore para que la enseñanza universitaria sea para todos.

Referencias bibliográficas

- Marquès P. (2000). *Software educativo y concepciones sobre el aprendizaje* <<http://dewey.uab.es/pmarques>> UAB - 10/2000
- González E. (2000). *¿Aprendizaje o desarrollo?* (Revista "Laboratorio en línea de enseñanza de computación")
- Alvarez C. (1992). *La escuela en la vida*. La Habana: Selección educación y desarrollo. Editorial Félix Varela, pág. 67,1992.
- Castro R. F. (1989). *Discurso pronunciado en el acto de inicio del curso escolar 89-90* Granma, 6/9/89)
- De Guzmán O.M (1993). *Tendencias innovadoras en Educación Matemática*. España. Ficha bibliográfica. Organización de Estados Iberoamericanos para la Educación, la Ciencia y la Cultura. Editorial Popular. ISBN 84- 7884- 092- 3, 1993.
- Legañoa F. M. (1997). *Sistema de materiales computarizados para la enseñanza del Electromagnetismo en la carrera de Ingeniería Eléctrica*. Tesis de maestría en Educación Superior no publicada.
- Montes de Oca M. (1999). *Perfeccionamiento en la integración entre asignaturas de 2^{do} año de ingeniería civil*. CD- Rom #1 del CGI Universidad de Camagüey, 1999.
- Pérez Cerezalez, E. (1997). *El desarrollo de la habilidad "modelar" en la carrera de Ingeniería Civil*. Tesis de maestría no publicada. Camagüey, 1997.
- Marques P. (2007). *Las TICs y sus aportaciones a la sociedad*. Disponible en: <http://dewey.uab.es/pmarques/tic.htm>