Desarrollo de procesos lógicos en Maloka

Alejandra Casas Muñoz
Profesional de Investigación Maloka
Bogotá D.C, Colombia
acasas@maloka.org

Lyda Mora Mendieta
Profesor Universidad Pedagógica Nacional
Bogotá D.C, Colombia
lmendieta@pedagogica.edu.co

Isaac Lima Díaz
Estudiantes Universidad Pedagógica Nacional
Bogotá D.C, Colombia

Karen Yulemy Hernández
Estudiantes Universidad Pedagógica Nacional
Bogotá D.C, Colombia

Resumen

Presentamos como ejemplos dos de los talleres propuestos desde uno de los proyectos de práctica educativa de la Licenciatura en matemáticas de la Universidad Pedagógica Nacional en Maloka, basados en los insumos con los que cuenta este espacio de educación no formal, en particular las mesas de Matemática 2000, a partir de los cuales esperamos contribuir conjuntamente al desarrollo de procesos lógicos en los ciudadanos colombianos que los desarrollen.

1. Contextualización

Maloka

Maloka es una propuesta educativa cuya misión es contribuir a la apropiación social de la ciencia y la tecnología. Este programa se enmarca dentro de la Educación no formal, entendida como aquella que tiene propósitos y objetivos susceptibles de ser evaluados, pero sin los elementos operativos y de estructura de la educación formal. Misionalmente, Maloka trabaja para crear conciencia, espíritu crítico y proactivo, sobre la importancia, urgencia y cotidianidad de la Ciencia y la Tecnología para mejorar la calidad de vida; así como para desarrollar estrategias para integrar creativamente el conocimiento científico y tecnológico al desarrollo productivo y a la vida cotidiana.

Maloka es una organización creativa, transparente y abierta a la comunidad, que desarrolla estrategias educativas, innovadoras, interactivas y fascinantes. En respuesta a estas convicciones pedagógicas, Maloka ha diseñado diferentes medios para lograr los objetivos como la generación de experiencias de aprendizaje altamente significativas para todas las edades y públicos. Es así como Maloka se caracteriza por ser una organización con una gran variedad de productos; los escenarios de Maloka son: *el Centro Interactivo, Maloka sin fronteras* y *Maloka virtual* denominados los tres mundos de Maloka.

Centro Interactivo

Este espacio, ubicado en la ciudad de Bogotá, cuenta con 8,000 m^2 y 8 salas de exposiciones temáticas (agua, ciudad, infantil, telecomunicaciones, petróleo, universo, ser humano y una temporal). Este lugar es visitado por más de 360,000 personas al año, entre los que encontramos estudiantes con sus docentes como dinámica escolarizada, y familias que nos visitan en un espacio no escolarizado.

Maloka sin Fronteras

Aquí se ubican los programas itinerantes de ampliación de cobertura, que recorren todas las regiones y llegan a diversos rincones del país, con el propósito de generar conciencia en los colombianos, sobre la importancia de la Ciencia y la Tecnología como los motores que aportan al cambio social, mejoramiento de la calidad de vida y al desarrollo del país. Así mismo, se desarrolla trabajo con docentes, con el propósito de suministrarles herramientas para la enseñanza de las ciencias. Entre las salas que componen la exposición itinerante, Maloka Viajera, se encuentra la sala de Matemáticas 2000, constituida por 12 mesas cada una con 4 experiencias para abordar temas que relacionan algunos aspectos de la vida cotidiana con las matemáticas.

Maloka virtual

Es el espacio en la red de Maloka. La página oficial es www.maloka.org, y fue creada con el propósito de tener un alcance mayor al que se tiene con las otras dos partes que conforman a Maloka. Trabaja bajo el mismo objetivo de educación no formal y es potencialmente el que puede albergar una mayor cantidad de visitantes al mismo tiempo.

Maloka y la Universidad Pedagógica Nacional

La oportunidad de compartir saberes, de comprender y contribuir a la transformación de nuevos escenarios educativos de educación (en particular de educación no formal), de involucrar al futuro educador matemático en actividades que si bien corresponden a un educador, no son usuales en la vida laboral de un profesor de matemáticas, en un escenario como Maloka, se dio en el segundo semestre del año 2003, en lo correspondiente al Proyecto Curricular de la Licenciatura en Matemáticas de la Universidad Pedagógica Nacional[1] . Desde entonces se han desarrollado diversas actividades en el marco de los mundos señalados anteriormente.

Importancia de la práctica en Maloka

¿Qué significa en términos pedagógicos y de formación docente trabajar en un escenario como Maloka?

[1]Otro de los departamentos que trabaja conjuntamente con Maloka es Educación Infantil, el trabajo se centra en la creación de estrategias para niños y niñas entre 4 y 6 años, utilizando como laboratorio el Club de Pequeños Exploradores.

La importancia de la práctica, en particular, para los estudiantes de la Licenciatura en matemáticas, en dicho escenario, se describe de manera concreta en los elementos que se enuncian a continuación:

- Permite ampliar la visión del que hacer docente, específicamente, del licenciado en matemáticas, quien por lo general ubica su acción profesional en el contexto del aula de clase regular.
- Se encuentran relaciones entre las matemáticas y otros temas que, por lo general, no hacen parte del currículo prescrito en el proyecto curricular de la formación inicial.
- Permite apreciar las matemáticas en un contexto fuera del clásico, el escolar, proponiendo y construyendo actividades al alcance de los niños, niñas y jóvenes que visitan Maloka y que no necesariamente se correlacionan con un tema específico del currículo escolar usual.
- Facilita ver la relación concreta entre matemáticas y la vida cotidiana, encontrando matemáticas en escenarios como las salas y los módulos interactivos, así como en otros dispositivos que hacen parte de Maloka y de otros espacios con los cuales trabaja Maloka.

Focos de la práctica en Maloka

Maloka virtual fue uno de los espacios en los cuales, los estudiantes practicantes pusieron en juego sus saberes matemáticos, didácticos y tecnológicos haciendo propuestas en las que involucraban temas matemáticos llamativos para niños y jóvenes, contribuyendo a uno de los objetivos de este mundo de Maloka: "Crear un programa de educación no formal virtual que facilite el aprendizaje y la apropiación de temas de ciencia y tecnología en el ámbito nacional e internacional" (Maloka, 2006); algunos de los temas tratados por los estudiantes y sugeridos como posibilidad para la inclusión como ambientes interactivos fueron: Grafos, Teselados y Figuras Imposibles.

El *Centro interactivo* de Maloka ha sido uno de los focos de mayor acción de los practicantes, a partir de recorridos minuciosos por el centro, los estudiantes han hecho aportes a uno de los espacios generados por el centro interactivo, las misiones, éstas se asemejan a un taller propuesto a los visitantes que desarrollan durante el recorrido por el centro, principalmente a niños y jóvenes de instituciones educativas con un interés específico (tema o proceso), elegidas por sus maestros; para Maloka, una misión es un *"reto real puesto al interior de la salas de exhibición donde los visitantes se ven cuestionados por una pregunta o suceso que genera cuestionamientos factibles de resolver durante el recorrido de las salas"* (Maloka, 2005). Algunas de las misiones propuestas por practicantes han sido alrededor de temas como: simetría axial bi y tridimensional, figuras geométricas, fracciones, giros, estimación y rectas paralelas y perpendiculares.

Maloka sin fronteras, ha sido el espacio en el cual los estudiantes practicantes han intervenido mayor número de veces, es un espacio muy enriquecedor para ellos, especialmente porque a este mundo de Maloka se inscribe Maloka Viajera, un programa con el cual se pretende contribuir a la apropiación de la ciencia y la tecnología llevando algunas exposiciones de Maloka (exposiciones itinerantes) a comunidades que, de otra forma, no tendrían la posibilidad de acceder a tales experiencias.

Una de las exposiciones itinerantes de Maloka es Matemáticas 2000, constituida físicamente por un conjunto de recursos didácticos distribuidos en 12 mesas[2], y es llamada así debido a que la presentación de dicha exposición fue realizada por primera vez en Maloka en el año 2000 en el marco del año mundial de las matemáticas, pues el nombre original es Horizontes Matemáticos (Quevedo, 2004 a), tales mesas invitan a conocer y acceder a problemas matemáticos interesantes o famosos. Matemáticas 2000 invita al visitante a descubrir los fundamentos de las matemáticas contemporáneas que hacen de las matemáticas una ciencia viva y en plena evolución

Las mesas de matemáticas 2000 fueron creadas por profesores de matemáticas de la región francesa de Orleáns-Tours y reconstruidas profesionalmente por La Villete Cité des Sciences et de L'Industrie de Francia[3] y se encuentran en nuestro país, gracias a que el Ministerio de Relaciones Exteriores de Francia a través de la Embajada de Francia en Colombia impulsó la divulgación de este material en América Latina.

Los estudiantes practicantes del Departamento de Matemáticas -en particular quienes han llevado a cabo su práctica en Maloka, en el espacio de Práctica en Contextos Educativos Amplios- han trabajado alrededor de estas mesas durante varios años, lo que ha involucrado: lectura analítica de la documentación existente en Maloka sobre Matemáticas 2000[4], profundización en las temáticas propuestas en los escritos con los que cuenta Maloka, búsqueda de otros temas relacionados con las mesas, exploración del material de cada mesa, realización de manuales sobre cómo abordar algunas de las mesas, elaboración de sugerencias en torno a modificaciones en los habladores correspondiente a cada mesa (presentación escrita de cada mesa para los visitantes al centro) y, diseño, aplicación y evaluación sistemática de talleres de matemáticas asociados a algunas mesas dirigidos a públicos específicos que asisten al centro interactivo o a quienes tienen acceso al programa de Maloka Viajera, principalmente niños en edad escolar y líderes comunales, los últimos en el marco de un proyecto específico de Maloka en conjunto con el Departamento de

[2]Las mesas se encuentran distribuidas de acuerdo a las siguientes temáticas que a la vez, corresponden a la nominación de cada una de las mesas: *Arte y matemática, Superficies y curvaturas, Formas y estructuras, Azar y sondeos, Áreas y rompecabezas, Problemas y conjeturas, Naturaleza y simetría, Fractales y repeticiones, Matemáticas y física, Orden y caos, Cálculos y algoritmos y, Modelos y realidades.*

[3]La Cité de La Villete es un museo interactivo de matemáticas, ubicado en Francia, en el cual se encuentran tres áreas que trabajan geometría, números y movimiento; complejidad y predicción y el espíritu de las matemáticas. Para ampliar está información se puede consultar Quevedo (2004, a.).

[4]En esta documentación se encuentra el nombre de cada mesa, la especificación de los materiales didácticos que la componen, describiendo aspectos de la mesa como: ¿Qué hacer?, actividad general planteada para realizar con el material; ¿Qué es?, una breve explicación sobre el concepto matemático trabajado en cada módulo y en algunos casos contiene un desarrollo teórico de los temas a trabajar.

Acción Comunal Distrital[5] llevado a cabo en el año 2006.

La evaluación de algunos de los talleres propuestos ha estado asociada al desarrollo de procesos lógicos que se posibilitan en las personas que interactúan con los materiales que conforman las mesas y que llevan a cabo actividades dirigidas.

2. Procesos lógicos

Los procesos lógicos se entienden como una secuencia de pasos ordenados que atienden a ciertas reglas lógicas, cuyo resultado es posible de validar, según criterios establecidos, que pueden estar basados en normas compartidas por una comunidad particular; en otros términos, los procesos lógicos corresponden a ciertas actividades cognitivas[6] como: recordar (reconocer), relacionar (asociar), comparar (medir), hacer analogías, justificar pasos y secuencias, clasificar (hacer equivalencias), ordenar, agrupar, componer (hacer síntesis), analizar (separar), invertir procesos, demostrar (inferir), generalizar (reconocer regularidades), abstraer, aplicar, evaluar, usar símbolos, sustituir (traducir), aplicar fórmulas, expresar regularidades en términos abstractos, tantear (poner a prueba ideas), interpretar geométricamente, contar (calcular), transformar, interpolar y extrapolar, entre otros, la mayoría de ellos, transversales en la construcción de cualquier tipo de conocimiento (Luque, C. et al., 2006), por lo cual se consideran pertinentes de analizar en el marco de un proyecto educativo como Maloka en el que participan personas de cualquier edad o profesión.

Presentamos enseguida, a manera de conclusión y como ejemplo, dos talleres propuestos en el marco de la práctica desarrollada en Maloka en el primer semestre de 2006 junto con algunos de los procesos lógicos asociados.

Los talleres que presentamos se elaboraron en el marco del proyecto del Departamento Administrativo de Acción Comunal Distrital mencionado anteriormente.

[5]La idea general del trabajo realizado por los estudiantes en formación, en este proyecto, consistió en que, por medio de las matemáticas, los líderes comunitarios reconocieran el aporte al fortalecimiento de las distintas organizaciones comunitarias en el desarrollo científico, tecnológico, económico, administrativo en pro del reconocimiento social del lugar que habitan, evidenciando que las matemáticas se pueden constituir en un saber cultural.

[6]En términos de Cerchiaro, Paba, Sánchez y Tapia (2006):

> El término cognición es utilizado por los psicólogos para designar el proceso de conocer. Refleja la manera como el individuo construye una base de conocimientos y lo aplica, con sus propias estrategias, en ambientes diferentes; este concepto incluye actividades tales como percibir, observar, discriminar, identificar detalles, recordar, secuenciar, inferir, comparar, categorizar, describir, identificar causa efecto, predecir, analizar, resumir, razonar lógicamente y solucionar problemas (...) la cognición se considera entonces como un proceso activo e interactivo, es decir, es un proceso dialéctico, un constante ir y venir entre el individuo y el ambiente. (parra 2-3)

Ejemplo 1

2.0.1. Los fractales y el triángulo de Sierpinski

Objetivo General:

Establecer semejanzas entre algunas características de los Fractales y algunos organismos administrativos de Bogotá debido a que en las dos estructuras la parte es similar a la totalidad (autosemejanza).

Objetivos Específicos:

1. Acercar a los participantes a la noción de fractal con el fin de involucrarlos con algunas ideas matemáticas a través del triángulo de Sierpinski.
2. Identificar algunas formas de generar fractales mediante la experimentación con los módulos correspondientes a la mesa de matemática 2000 "Fractales y Repeticiones".
3. Propiciar la argumentación, la experimentación y la consolidación de acuerdos.

Temas a Trabajar:

- Concepto de Fractal.
- Relación de algunas características de los fractales con la organización de Bogotá.

Tiempo de Ejecución:

1. Aplicación de la actividad: "Construcción del triángulo de Sierpinski" (20 minutos).
2. Construcción fractal - Estructura social del Distrito Capital (20 minutos).
3. Acercamiento a la mesa de matemática 2000: "Fractales y Repeticiones" (10 minutos).

Desarrollo de la Actividad

Esta actividad está diseñada para tres momentos específicos, primero se hará una corta construcción del triángulo de Sierpinski, después se establecerá una socialización del taller y por último se realizará un acercamiento a tres módulos de la mesas de matemática 2000: Fractales y Repeticiones.

Materiales:

- 60 Triángulos equiláteros de lado 30 cm. Diseñados en papel para plegado.

- 60 Marcadores permanentes de diferentes colores.
- 2 Marcadores borrables negro y azul.
- Tablero acrílico.

¿Cómo se llevará a cabo?

Se inicia repartiendo a cada participante uno de los triángulos de papel, a continuación se dan las siguientes indicaciones:

1. ¿Qué figura es esta? En este momento se espera que los participantes identifiquen el triángulo entregado.
2. ¿Cuántos lados tiene esta figura?, ¿Son todos sus lados iguales? Se escriben en el tablero todas las características que las personas indiquen acerca del número de lados triángulo y la igualdad entre ellos. Es posible que algunos de los participantes mencionen que los triángulos entregados son isósceles, otros afirmarán que son triángulos equiláteros.

Con el triángulo de papel se realizan los siguientes pasos:

1. Se halla el punto medio de cada lado del triángulo. Una alternativa para encontrar dicho punto es haciendo un pequeño doblez uniendo los extremos de cada lado.

Figura 1

2. Se unen los puntos obtenidos por medio de dobleces, esperando que los asistentes doblen el papel y consigan la imagen de la figura 2. Seguido de esto se formulan las preguntas ¿Cuántos triángulos se formaron?, ¿Cuántos triángulos hay?. *Aquí es importante aclarar que se forman 4 triángulos pero en total hay 5 triángulos (los cuatro que se formaron más el triángulo original)*

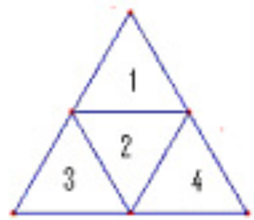


Figura 2

3. Con uno de los marcadores se colorea el triángulo central (triángulo No. 2 de la figura 2) así:

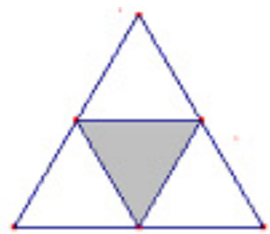


Figura 3

4. Con los tres triángulos en blanco, se realizan nuevamente los pasos del 1 al 3.

5. Se pregunta a los participantes ¿Qué obtuvieron? y se hace la siguiente figura en el tablero:

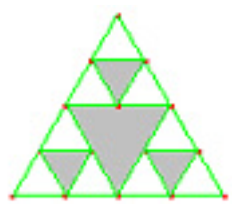


Figura 4

6. Se solicita a los participantes que repitan el procedimiento con los nueve triángulos en blanco, se sugiere esperar 2 o 3 minutos.

7. Se cuestiona sobre ¿Qué se obtuvo entonces?. *Una posible respuesta es: Un triángulo con 13 triángulos sombreados dentro*

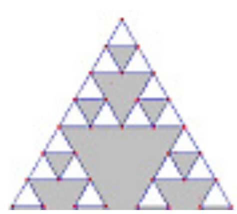


Figura 5

8. Se pide a los asistentes que se imaginen qué pasaría si se continúa con el proceso y se pregunta ¿Qué creen que sucederá si este ejercicio se desarrolla indefinidamente? Las diversas respuestas pueden ser: Un triángulo con miles y miles de "triángulitos" dentro, cada vez más pequeños.

Por último se debe finalizar esta primera parte diciendo:

Al dejar solamente los triángulos sombreados, obtenemos una región formada por triángulos de diferentes tamaños. Esta figura matemáticamente se denomina triángulo de Sierpinski.

Se finaliza la actividad y se debe conservar la figura realizada en el papel para la próxima actividad.

Construcción fractal - Estructura social del Distrito:

Se socializa el concepto de fractal en el triángulo de Sierpinski:

Fractal [7]: es una figura geométrica cuya estructura básica se repite en diferentes escalas. Normalmente los fractales son *autosemejantes*, es decir tienen la propiedad de que una pequeña sección fractal puede ser vista como una réplica a menor escala de todo el fractal.

El triángulo de Sierpinski fue introducido en 1916 por el matemático polaco Maclaw Sierpinski (1882 - 1969). Este científico fue uno de los matemáticos más influyentes de su época, siendo reconocido a nivel mundial. En su honor, uno de los cráteres de la luna fue bautizado con su nombre. El triángulo de Sierpinski es otro de los fractales clásicos[8].

Se le sugiere a las personas presentes:

[7] Catálogo Mesas de Matemática, 2000.

[8] Un **fractal** es un objeto geométrico cuya estructura básica se repite en diferentes escalas. El término fue propuesto por Benoit Mandelbrot en 1975. En muchos casos los fractales pueden ser generados por un proceso recursivo o iterativo capaz de producir estructuras autosimilares independientemente de la escala específica.
Aunque muchas estructuras naturales tienen estructuras de tipo fractal, un *fractal matemático* es un objeto que tiene por lo menos una de las siguientes características: tiene detalle en escalas arbitrariamente grandes o pequeñas, es demasiado irregular para ser descrito en términos geométricos tradicionales, tiene auto-similitud exacta o estadística, es definido recursivamente. La recursión es la forma en la cual se especifica un proceso basado en su propia definición; es decir, las instancias *complejas* de un proceso se definen en términos de instancias más *simples*, estando las finales más simples definidas de forma explícita.
El problema con cualquier definición de fractal es que existen objetos a los que se les puede denominar fractal sin satisfacer alguna de las propiedades mencionadas anteriormente.
Por ejemplo, fractales de la naturaleza como nubes, montañas y vasos sanguíneos, tienen límites inferiores y superiores en detalle; no existe un término preciso para "demasiado irregular"; existen diferentes maneras para definir "dimensión" con valores racionales; y no todo fractal es definido recursivamente.

1. Nombrar algunas características del Triángulo de Sierpinski. Se espera que los participantes mencionen como característica primordial la autosemejanza, si esto no ocurre, el guía debe inducir a que ésta sea mencionada, tales ideas se escriben en el tablero.

2. Organizar los entes administrativos: Alcaldía local, Junta de Acción Comunal, Grupo Ambiental, Grupo de Teatro y Grupo de Madres Cabeza de Familia en el Triángulo de Sierpinski construido en el primer momento. Se espera que los asistentes utilicen la autosemejanza del triángulo con la estructura social de Bogotá.

Después de eso se socializa en el tablero la debida estructura social, comparando las organizaciones propuestas con la siguiente:

Figura 6

Como conclusión:

Esta autosemejanza se puede observar en muchos aspectos de la vida (ciudad en conjunto), entes tales como: Alcaldía Mayor, Alcaldía Local, Junta de Acción Comunal, hacen parte del todo y a su vez, aunque cada una de estas partes funciona autónomamente, todas tienen un fin común.

Acercamiento a la mesa de matemática 2000: "Fractales y Repeticiones".

En esta instancia del taller se pretende ver otras formas o clases de fractales mediante la experimentación de las cuatro actividades que componen la mesa "Fractales y repeticiones", el fin de esta actividad es que los participantes vean otros tipos de fractales y al igual que el triángulo de Sierpinski conserva la característica de la "autosemejanza" y se introduzcan en el significado de dimensión.

Módulo 1: Las Islas siempre vuelven a comenzar:

El ejercicio que se presenta tiene la finalidad que los participantes realicen construcciones en las que una parte sea similar al conjunto. Para ello se toma una de las piezas que aparecen en la figura 7 y observando la disposición dentro de ella se repite el mismo motivo con cinco piezas, luego se elabora el mismo diseño con 25 piezas, el resultado final tiene que ser similar al diseño escogido al principio.

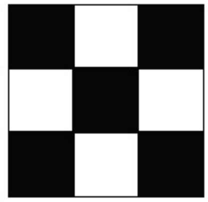


Figura 7

El diseño construido en esta actividad es una representación fractal (figura 8), es un diseño fractal, una de las características de los objetos fractales es la invariabilidad de la escala, eso significa que cualquiera que sea la escala de observación la misma forma o estructura es repetida. Toda pequeña parte contiene en ella una imagen reducida del ensamble, esta cualidad se llama autosimilaridad y es común en la naturaleza, una hoja de helecho es similar a la rama entera, un pedazo de coliflor es similar a la legumbre entera.

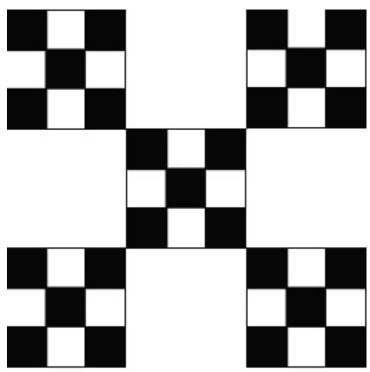


Figura 8

Módulo 2: Fractales Iluminados:
Esta sección presenta otra alternativa para la construcción de fractales autosemejantes. Con base al triángulo de Pascal se puede lograr una representación finita del triángulo de Sierpinski[9] .

Si un número en el triángulo de Pascal es impar se tapa, de lo contrario se deja en su estado inicial. También se puede hacer el ejercicio por medio de la división por 3. En este caso se escogen tres colores, por ejemplo azul, rojo y verde. Si la división tiene residuo cero, el número se rellena con azul, si tiene como residuo uno, se rellena con rojo y si tiene residuo dos se rellena con verde. El resultado, el triángulo autosimilar de Sierpinski (Figura 9).

[9]El triángulo de Sierpinski fue introducido en 1916 por el matemático polaco Maclaw Sierpinski (1882 - 1969). Este científico fue uno de los matemáticos más influyentes de su época, siendo reconocido a nivel mundial. En su honor, uno de los cráteres de la luna fue bautizado con su nombre. El triángulo de Sierpinski es otro de los fractales clásicos.

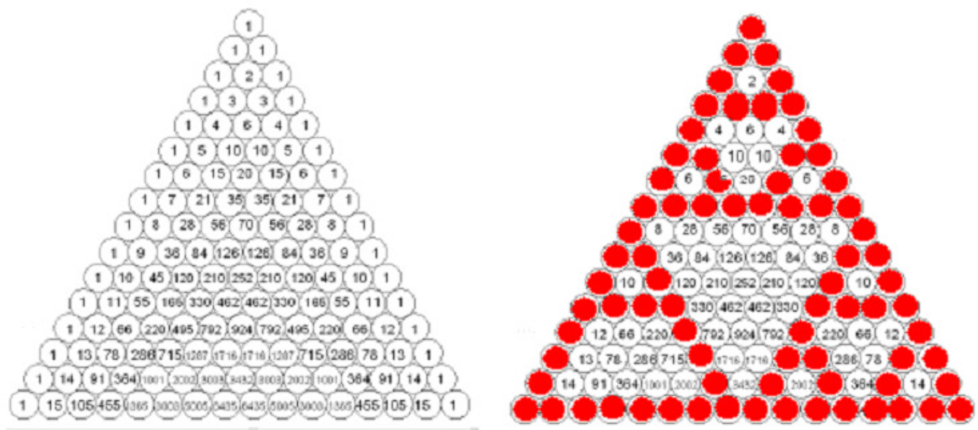


Figura 9

Módulo 3: Nuevas Dimensiones:

La curva usada para estudiar un ejemplo de dimensión es la curva de Koch, la cual se puede construir mediante un proceso de iteración. La curva de Koch fue creada en 1904 por el matemático sueco Helge von Koch como un ejemplo de una curva continua pero no diferenciable en alguno de sus puntos, generada por construcciones geométricas elementales. Este fractal se genera por una sucesión infinita de adiciones de segmentos de recta a un segmento inicial, lo que hace que al final se obtenga una curva de longitud infinita (Figura 10):

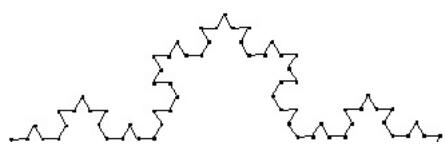
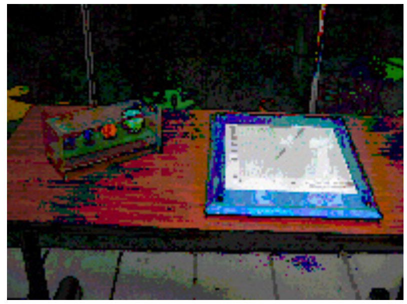


Figura 10

La actividad consiste en cubrir la costa de la isla con esferas de distinto tamaño, contarlas y graficar en el papel logarítmico la cantidad de canicas contra el diámetro de las misma, tal gráfica debe dar una recta cuya pendiente es la dimensión fractal de la curva en cuestión. Esta curva fue usada como modelo de costa por Benoit Mandelbrot de la homotecia (grado de irregularidad: "partición") de la costa, tal dimensión[10] es aproximadamente 1.26.

Módulo 4:Bolas fractales:

[10]Con la formalización de los fractales, los matemáticos indagaron por la noción de dimensión. Se cuestionó la percepción intuitiva de curvas como objetos de una dimensión porque con ellas es posible rellenar el plano (objeto que se percibe intuitivamente como objeto de dos dimensiones) y se denominó a la dimensión fractal como aquel número que indica la cantidad de espacio que llena un objeto.



El ejercicio que se propone es simple, se toman cuadrados de papel de distintos tamaños y se arrugan formando una bola. Se hace una gráfica en el papel logarítmico, del diámetro de las bolas así formadas contra el lado de los cuadrados correspondientes. De esta manera se obtiene una línea recta cuya pendiente es la dimensión fractal de las bolas. Es así como se puede mostrar la construcción de un fractal en el que se optimiza su dimensión.

Al observar las bolas de papel corrugado, la forma en que se arruga es fractal, la gráfica que se encuentra describe una recta generada por los datos correspondientes al lado del papel cuadrado y el diámetro de la bola, la pendiente de esa recta es la dimensión fractal de las bolas de papel. Cualquiera que sea el material que se escoja, cualquiera que sea la bola que se haga, el resultado de las medidas sobre el papel siempre estará situado en la vecindad de la recta.

Algunos procesos lógicos asociados al taller Nº1.

En la primera actividad se tendrán en cuanta los siguientes procesos:

Identificar: Reconocer un objeto dadas sus características, determinar un elemento dentro de un conjunto. *Este proceso se hará cuando los participantes identifiquen el triángulo como una figura geométrica la cual tiene algunas características propias.*

Discriminar: Diferenciar objetos por sus características, distinguir semejanzas y diferencias. *Al igual que el proceso anterior, éste se desarrollará a la par, en el momento de describir el triángulo equilátero y diferenciarlo de otro parecidos tales como el isósceles o el rectángulo isósceles.*

Enunciar: Expresar una idea. Formular una proposición. Exponer alguna propiedad de un objeto o alguna relación entre objetos. *Todos los asistentes tendrán la oportunidad de expresar sus opiniones durante el proceso el desarrollo de la primera y segunda actividad, ya que se harán preguntas y habrá un tiempo prudente para cada intervención.*

Describir: Relatar las características de un objeto. *Este proceso está implícito en el de Identificar y discriminar.*

En la segunda actividad se tendrán en cuanta los siguientes procesos:

Seguir algoritmos: Ejecutar una secuencia finita de instrucciones, con el fin de solucionar un problema. *Realizado mediante todo el proceso del taller ya que aunque se hagan preguntas de cómo hacer cada paso, también se socializaran las respuestas lo cual implica que las personas distraídas o poco interesadas sigan el proceso.*

Representar: Presentar una idea o un objeto utilizando dibujos, símbolos, códigos. Este proceso se puede realizar a través de otros como: **Dibujar**: Hacer una representación gráfica de una idea o un objeto. *Para ello se utilizará el tablero debido a que cada aporte y cada representación sobre la construcción del triángulo de Sierpinski se hará explícita.*

Relacionar: Establecer relaciones (subconjuntos de un producto cartesiano) entre conjuntos. Formar vínculos entre proposiciones, características de objetos, etc. Establecer correspondencias para ello se hará necesario: **Comparar**: Observar diferencias y similitudes, implica abstraer y retener mentalmente la abstracción mientras se concentra la atención en los objetos comparados, **Identificar diferencias**: Descubrir los cambios en una secuencia. **Hacer analogías**: Expresar una relación de semejanza. Encontrar similitudes en dos contextos. *Todo este proceso se hará exactamente durante la segunda y tercera actividad ya que se hace necesario establecer diferencias entre los dos contextos (social - matemático) para lograr los objetivos del taller.*

Argumentar: Presentar justificaciones o refutaciones de proposiciones. *Este proceso se espera llevar a cabo en la socialización de la segunda actividad.*

Evaluar: Emitir juicios de valor sobre proposiciones o procesos. *Se hará implícito durante el proceso anterior.*

Ejemplo N°2.

2.0.2. Los cinco poliedros regulares

Objetivo General:

Ilustrar, mediante trabajo matemático, un proceso de organización interna, en el cual se evidencia la importancia del trabajo en equipo.

Objetivos Específicos:

1. Integrar a los participantes en la construcción de una tarea matemática.
2. Construir e identificar los cinco poliedros regulares.

Temas a Trabajar:

- Organización interna de comunidades.
- Poliedros regulares.

Tiempo de Ejecución: 40 minutos

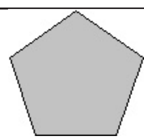
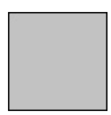
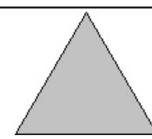
Desarrollo de la Actividad

Este taller tiene un solo momento en el cual los líderes comunitarios, por medio de trabajo en equipo hacen la construcción de cada uno de los poliedros regulares teniendo en cuenta el primer módulo "Cinco poliedros regulares" de una de las mesas de matemática 2000 (si no se cuenta con los materiales de la mesa, éstos se pueden reemplazar por papel y sugerir la construcción de los poliedros regulares con origami, ver al final de esta memoria cómo construir dos de tales sólidos usando plegados (Anexo 1)).

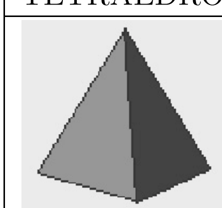
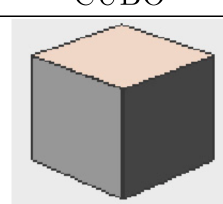
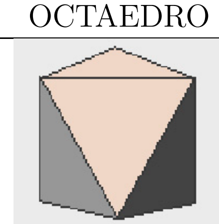
Los 5 Poliedros Regulares

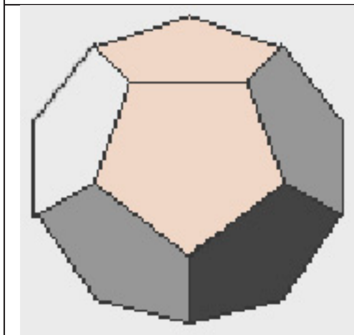
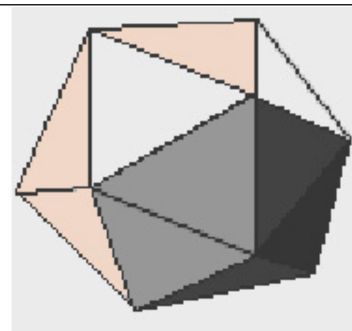
Materiales:

Se necesitan materiales similares al empleado en el primer módulo de la mesa de matemática 2000 número tres. Fichas en cartón con pestañas de medio centímetro: así:

		
Pentágono Regular	Cuadrado	Triángulo equilátero
	CANTIDAD DE PIEZAS	
120	60	320
Tamaño: 8 cm. de lado		

- 500 Cauchos
- Modelos de cada poliedro regular

TETRAEDRO	CUBO	OCTAEDRO
		

DODECAEDRO	ICOSAEDRO
	

¿Cómo se llevará a cabo?

En el primer momento, se presentan los modelos de los poliedros regulares y se cuestiona sobre las características de tales sólidos en comparación con otros que conozcan los participantes, con base en lo que manifiesten se concluyen las características propias de los poliedros regulares y la imposibilidad matemática de existencia de otro objeto de esa naturaleza (Anexo 2).

Se conforman grupos y se solicita a cada grupo que realice la construcción de los cinco poliedros regulares con el material entregado observando los modelos presentados inicialmente.

Transcurridos 20 minutos, se pide a cada grupo que muestre los resultados y haga una descripción del trabajo realizado.

Si un grupo logra construir los cinco poliedros, se pregunta sobre las causas de su éxito; *se espera que el grupo describa entre otros que la causa de su éxito se debe al trabajo en equipo, enfocado en la colaboración que cada integrante presto a los demás.*

De la misma manera si el grupo no termina la tarea propuesta se indaga sobre las posibles causas de su labor en grupo, *esperando de consideren la falta de colaboración y apoyo de algunos integrantes en el trabajo realizado.*

Se finaliza, dejando la puerta abierta a la reflexión sobre la importancia del trabajo en grupo y sus implicaciones en el funcionamiento de una comunidad.

Puesto que si realizaron un análisis del trabajo llevado a cabo durante la construcción de los polígonos encontraran que al trabajar en equipo se necesita no sólo del trabajo personal, sino el trabajo cooperativo, que permita la integración de las personas del grupo y de los demás grupos. Tejiendo de esta forma redes de relaciones que faciliten la interacción y colaboración entre personas que pertenecen a diferentes instituciones que buscan el mismo fin, el bien de la comunidad.

Algunos procesos lógicos asociados al taller Nº2.

Observar . Notar, percibir, concentrarse en los detalles y/o procedimientos de lo que se observa. *Descubrir características de los poliedros regulares.*

Identificar: Reconocer un objeto dadas sus características, determinar un elemento dentro de un conjunto. *Este proceso se hará cuando los participantes identifiquen los cinco poliedros regulares como figuras geométricas las cuales tiene algunas características propias que las destacan de otros sólidos.*

Discriminar: Diferenciar objetos por sus características, distinguir semejanzas y diferencias. *Este proceso se relaciona con los dos anteriores, se desarrollará a la par, en el momento de visualizar y describir los poliedros regulares, identificando sus diferencias y similitudes en forma, construcción comparándolos entre ellos y con otros sólidos.*

Enunciar: Expresar una idea. Formular una proposición. Exponer alguna propiedad de un objeto o alguna relación entre objetos. *Todos los participantes tienen la oportunidad de expresar sus ideas sobre las características especiales de cada una de las figuras creadas basados en la construcción mostrada inicialmente.*

Asociar: *Establecer vínculos entre los diferentes poliedros que permitan identificar las características que los hacen especiales.*

Esperamos que estos talleres sean modificados, criticados y evaluados llevándolos a cabo en las aulas regulares de educación básica, propendiendo por el desarrollo de procesos lógicos con el ánimo de contribuir a la formación ciudadana de los niños y jóvenes colombianos, mostrando que las matemáticas son accesibles a cualquier persona.

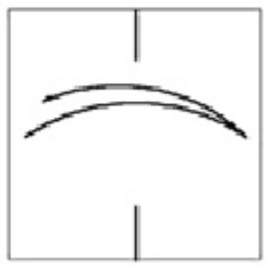
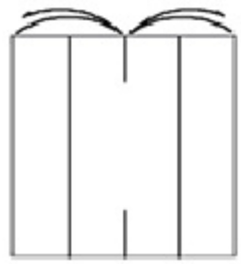
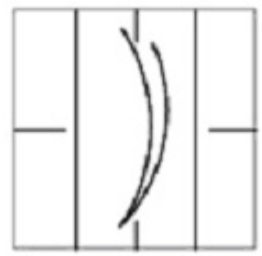
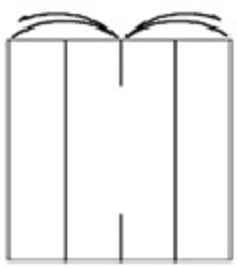
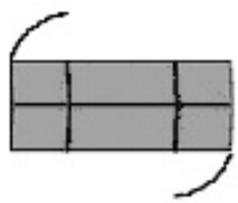
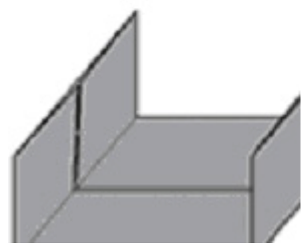
3. Anexos

3.1. Anexo 1

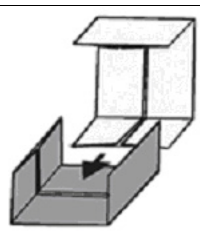
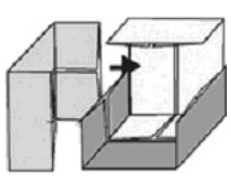
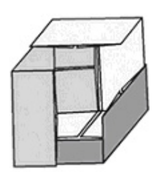
Construcción del cubo[11]:

Se inicia con cuadrados de papel y a partir de los siguientes pasos se construye un cubo:

[11] GONZÁLEZ, Noraísa. LARIOS, Víctor. *Origami modular: una oportunidad para estudiar poliedros en secundaria*. Correo del Maestro Núm. 87, agosto 2003.

1	2	3
		
4	5	6
	En este paso los dobleces se hacen de sólo 90° sobre la superficie horizontal en la que se trabaja para obtener algo como lo que se muestra en el siguiente paso 	

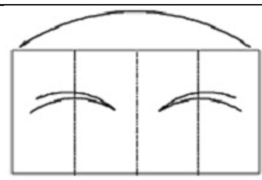
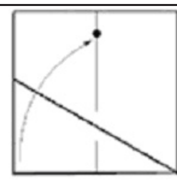
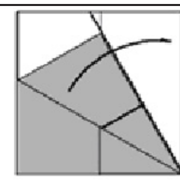
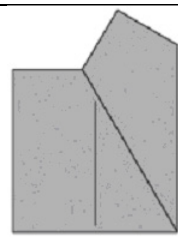
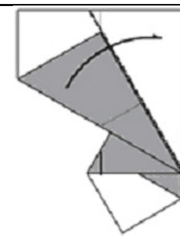
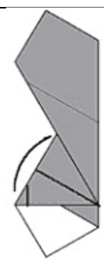
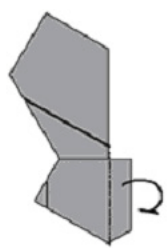
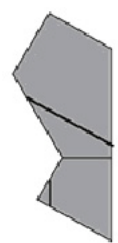
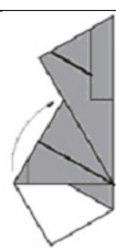
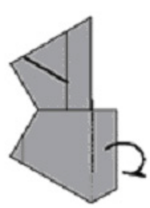
Se hizo notar, tras la construcción de algunos módulos, que cada uno de ellos correspondía a una cara del poliedro, así que fueron necesarios seis que se ensamblaron así:

1	2	3
		 Nota: Aquí se muestran sólo tres módulos ensamblados, por lo que habría que continuar de manera semejante con los tres restantes. Para construir al final

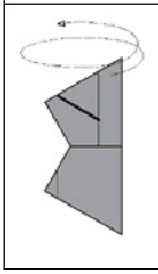
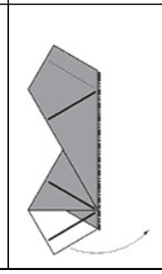
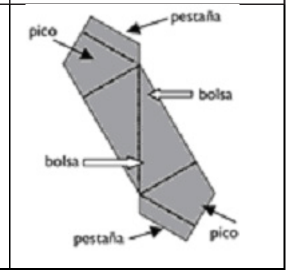
Construcción del icosaedro[12] :

Para la construcción del icosaedro se parte de la mitad de un cuadrado cortado longitudinalmente.

El siguiente diagrama ilustra su construcción:

1	2	3
		
4	5	6
		
7	8	9
		
10	11	
		En este paso hay que desdoblar la construcción hasta regresar al paso 7

[12]GONZÁLEZ, Noraísa et al., op. cit.

12	13	14
		

Para construir al final

Para el ensamble se insertan los ‘picos’ en las ‘bolsas’ de tal manera que coincidan los dobleces. Se requieren 30 módulos, ensamblados 5 en cada vértice, realizando el modelo anterior.

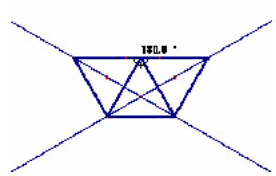
Anexo 2

Hay exactamente 5 sólidos regulares: el tetraedro regular, el cubo, el octaedro regular, el dodecaedro regular y el icosaedro.

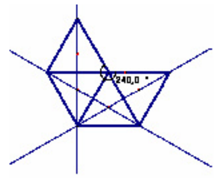
Esto se puede justificar a partir de construcciones dinámicas usando Cabri, considerando todas las posibilidades que dan origen a un poliedro regular y teniendo en cuenta que cada una de sus caras deben ser polígonos regulares.

Para iniciar se puede tomar un triángulo equilátero y estudiar todas sus posibilidades:

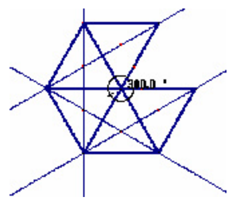
1. Tomar 3 triángulos equiláteros, unidos por uno de sus vértices obteniendo un ángulo de 180º ¡360º, que forma una pirámide triangular o tetraedro, pues su cuarto lado es un triángulo equilátero.



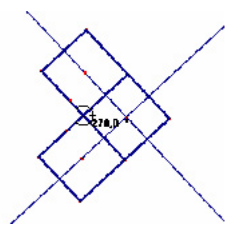
2. Con cuatro triángulos equiláteros se obtiene un ángulo de 240º ¡360º, que forman una pirámide de base cuadrada. Al replicar el procedimiento con otros cuatro triángulos y unir las pirámides por sus bases se obtiene un octaedro.



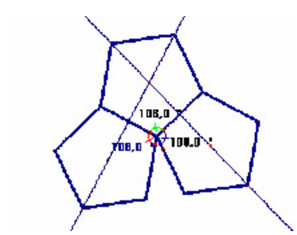
3. Al unir cinco triángulos equiláteros se obtiene un ángulo de 300º ¡360º, que forman una pirámide de base pentagonal (el pentágono de la base es regular), que al unir a otra pirámide pentagonal similar a la primera, por un cinturón de 10 triángulos equiláteros, se obtiene un icosaedro. Al unir seis triángulos se obtiene un plano.



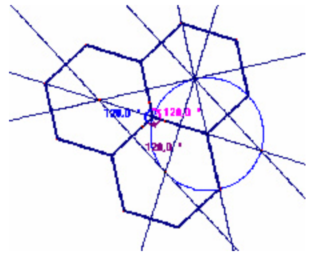
4. Se puede continuar la exploración uniendo tres cuadrados por uno de sus vértices, obteniendo un ángulo de 270º ¡360º, que al unirlo por las aristas con un arreglo similar de cuadrados se obtiene un cubo. Uniendo cuatro cuadrado se forma un plano.



5. Uniendo tres pentágonos se forma un ángulo de 324º ¡360º, que al unirlo con otros tres arreglos similares, siempre uniéndolos por las aristas, se obtiene un dodecaedro. No se pueden unir cuatro pentágonos, pues lo que le falta al ángulo para representar un plano son 36º y la medida de uno de los ángulos interiores de un pentágono es 108º.



6. Para concluir podemos unir tres hexágonos, pero lo que se obtiene al realizar esta unión por un vértice es un plano. No se pueden formar mas poliedros regulares usando otros polígonos como el octágono regular, pues al unir 3 polígono regulares cuyos lados sean superiores a 6, los ángulos obtenidos son superiores a 360º y por tanto no dan origen a un ángulo diedro.



Bibliografía

[1] GONZÁLEZ, N. LARIOS, V. *Origami modular: una oportunidad para estudiar poliedros en secundaria*. Correo del Maestro, 87. 2003.

[2] LUQUE, C. et al. *Informe de investigación: Actividades matemáticas para el desarrollo de procesos lógicos: El proceso matemático de representar*. Centro de Investigaciones de la Universidad Pedagógica Nacional. 2006.

[3] LUQUE, C. et al. *Informe de investigación: Actividades para el desarrollo del pensamiento lógico: El proceso de contar*. Centro de Investigaciones de la Universidad Pedagógica Nacional. 2000.

[4] MALOKA. Propuesta Departamento Administrativo de Acción Comunal. Bogotá, D.C. MORENO, Á., MOLINA, M. 2006.

[5] MALOKA. Misión y Visión. En: www.maloka.org. 2006.