

UNA EXPERIENCIA DIDÁCTICA: TARJETAS FRACTALES

Claudia Patricia Orjuela Osorio

Universidad Pedagógica Nacional

Clara Emilse Rojas Morales

Universidad Pedagógica Nacional

Introducción

Se presenta una propuesta para el aprendizaje de la geometría, la cual quiere contribuir a la enseñanza de las matemáticas, y en particular de la geometría fractal¹, partiendo de motivaciones intuitivas y relaciones con lo concreto. (Simmt, 1995). Se propone una actividad para la construcción y estudio de los fractales, aportando ideas enriquecedoras con recursos didácticos al alcance de todos. El trabajo se orienta en las ideas sobre tarjetas fractales de Uribe, estructuradas alrededor del algoritmo desarrollado por Simmt. Estas permiten la interpretación matemática y la investigación. El documento presenta en el primer apartado la noción de fractal, seguido de la actividad con las tarjetas fractales y por último algunas conclusiones.

¿Qué es un fractal?

¿Cómo reconocer si un objeto es un fractal? la formulación a la pregunta solo tiene sentido si tenemos una definición de lo que es un fractal. Es sorprendente que actualmente hay en uso diferentes definiciones de fractal, donde cada uno de éstas tiene como base las siguientes dos nociones: *autosimilaridad* y *dimensión no entera*.

¹Geometría fractal, llamada también “Geometría de la Naturaleza”, es un conjunto de estructuras irregulares y complejas descritas a través de algoritmos matemáticos y computacionales; los cuales reemplazan a los puntos, rectas, circunferencias y demás figuras provenientes de la matemática tradicional.

Ser *autosimilar* significa que si teniendo un objeto, se aplica un zoom para aumentarlo, los elementos que aparecen vuelven a tener el mismo aspecto independientemente de cual sea el número de veces de ampliación que se utiliza, es decir, si se observa dos fotografías de un objeto fractal con escalas diferentes (una en metros y otra en milímetros) sin nada que sirva de referencia para ver cual es el tamaño, resultaría difícil decir cual de las ampliaciones es mayor o si son distintas.

Para representar gráficamente un fractal basta encontrar la relación o la ley de recursividad entre las formas que se repiten. Es decir encontrar el objeto elemental y la ley de formación y establecer el algoritmo que lo genera.

Antes de que surgiera la geometría fractal se pensaba que todos los objetos existentes en la naturaleza tenían una, dos o tres dimensiones. Es decir, se podían representar dentro de una línea, en el plano o en el espacio. De hecho las magnitudes existentes refuerzan esto, longitud para figuras unidimensionales, el área para figuras bidimensionales, o el volumen para figuras tridimensionales.

A partir del surgimiento de la geometría fractal se ha reconocido la existencia de figuras con dimensiones distintas de 1, 2 o 3, a lo que se llamo dimensión no entera, es decir, objetos geométricos que podían habitar entre la línea y el plano; o entre el plano y el espacio. Este resultado fue muy sorprendente ya que casi todas las figuras que conocemos están en uno de los espacios mencionados antes.

Después de ésta breve descripción del concepto fractal, se presenta una propuesta para iniciar su estudio, las tarjetas fractales.

TARJETAS FRACTALES

Las tarjetas proporcionan una combinación de conocimiento en matemáticas, la exploración, el papel visual y la capacidad para sorprender; convirtiéndose en material potencial para el aula de clase.

La propuesta pretende construir fractales aplicando un proceso iterativo con hojas de papel y usando los objetos tridimensionales como base para la investigación en conceptos de la matemática. En particular, conceptos de medida, sistemas numéricos, secuencias, series y límites, además de las ideas de recursión, iteración, autosimilaridad y dimensiones no entera.

Generando una tarjeta fractal

La regla para construir la tarjeta fractal, incluye dobleces y cortes, que se definen y luego se repite iterativamente en escalas pequeñas hasta que las propiedades físicas del papel ya no den a la aplicación de la regla. En la figura 1, por ejemplo, la regla ilustra que haciendo un par de cortes, cada uno a un cuarto de la distancia desde los vértices de una hoja doblada, y luego doblar sobre el nuevo pedazo cortado y repetir el mismo proceso hasta que el papel lo permita. Para ver el fractal, se desdobra la hoja.

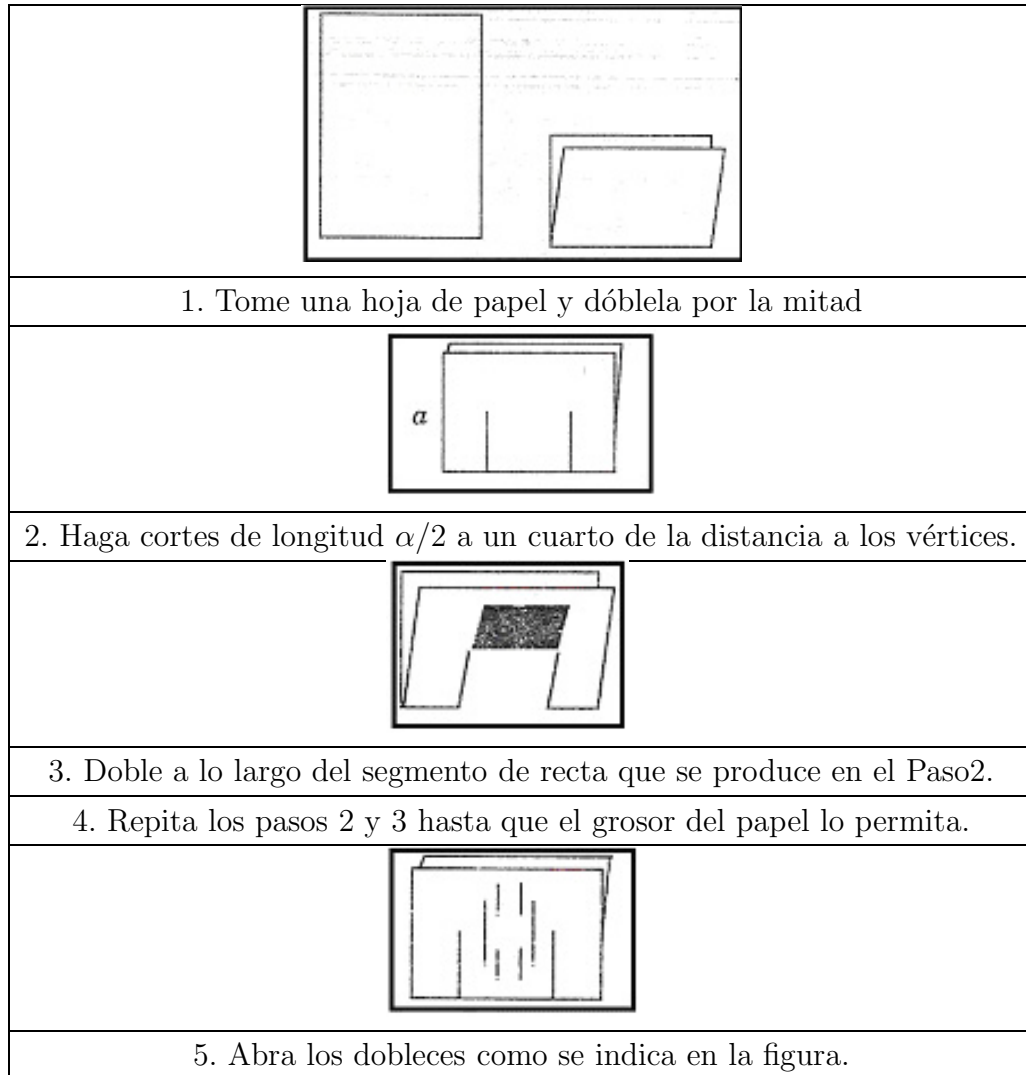


Fig. 1

El objeto que resulta es una curva de nivel finito que debería ser generado por un número infinito de pasos.

Para observar la tarjeta de manera tridimensional, creada por este procedimiento, se abre a 90 grados, y el resultado es una serie de cajas entre abiertas y/o cerradas, que van decreciendo en su tamaño en cada iteración. Figura 2.

Cuando se abre la tarjeta y se examina causa una reacción de sorpresa; las celdas o cajas son algunas veces inexplicables, por lo hermoso, simple y elegante de éstos objetos.

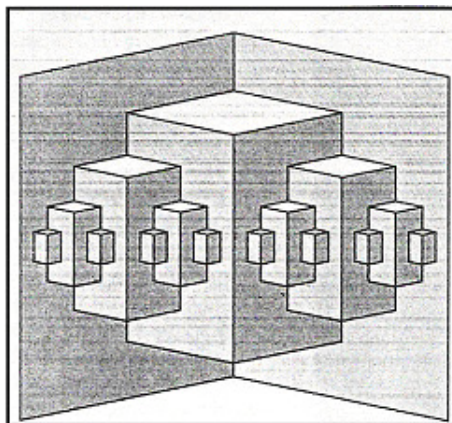


Fig. 2

La investigación sobre las tarjetas fractales puede ser de manera informal e intuitivo, en donde se nombran propiedades, se formalizan ideas, desarrollan y usan notaciones matemáticas apropiadas, generalizando posibles conjeturas.

Las tarjetas fractales son una actividad interesante, pues combinan la curiosidad, sencillez y belleza permitiendo desarrollar e introducir los conceptos de iteración y autosimilaridad. Es necesario, introducir ésta terminología solo después de realizar la actividad de cortar, doblar y hacer un análisis preliminar de la creación.

Sin embargo, cuando la experiencia se aplica con estudiantes que tienen un bagaje matemático, ha ayudado a aclarar conceptos y propiedades y hacer exploraciones de más alto nivel.

Las tarjetas fractales ofrecen un espacio de exploración matemática y discusión acerca de la naturaleza de las matemáticas y de la exploración que se puede realizar en clase de matemáticas

Algunos tópicos que se pueden dar para la exploración y discusión en la clase utilizando como elemento didáctico las tarjetas fractales:

- Discutir el lenguaje asociado con los fractales y su construcción.
- Describir la regla de formación o ley de recursividad
- Indagar la relación entre el número de cajas y el número de iteraciones
- Área generada por el fractal
- Volumen contenido en el fractal
- Creación de nuevos fractales, ¿qué elementos son necesarios cambiar en el proceso de construcción de la tarjeta fractal? La siguiente figura ilustra otro fractal, conocido como Canasta de Sierpinski.

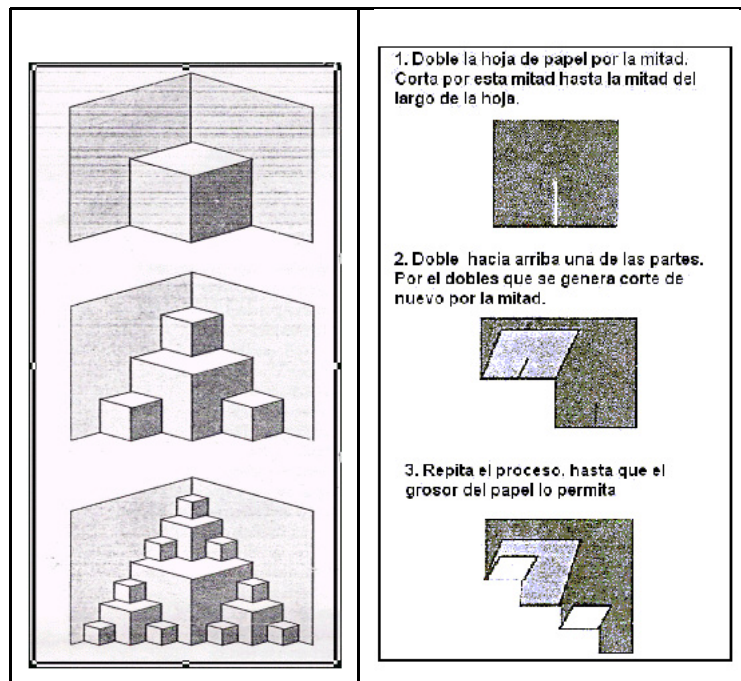


Fig.3. Canasta de Sierpinski

Conclusiones

Algunas de las conclusiones que resultan del trabajo con las tarjetas fractales son:

- Los objetivos básicos de esta experiencia son conocer las propiedades básicas de los fractales y utilizarlos para el trabajo práctico en la clase.
- Los fractales solo existen en su estado infinito, pero en la práctica nos conformamos con visualizarlos en alguna etapa finita de su construcción.
- A partir de las figuras obtenidas en las tarjetas, se desarrollan conceptos matemáticos y geométricos propios del currículo de matemáticas.
- La aplicación de esta propuesta puede hacerse en diferentes niveles educativos, teniendo en cuenta las recomendaciones dadas.

Referencias

- [1] Simmt, E y Davis, B. (3 de julio de 2003). “*Fractal Cards: A space for exploration in Geometry and Discrete Mathematics*” En: Mathematics Teacher. Vol.91. No.2. Febrero de 1998
- [2] Otto, H y Jurgens, H. (1991). *Fractals for the class room, strategic activities..* Vol. 1 . New York: Springer Verlag.
- [3] Spinadel de, Vera. “*Geometría Fractal y Geometría Euclidiana*”. En: Educación y pedagogía. No.35. Vol.XV. (enero-abril), 2003.pp.85-91.
- [4] *Fractales en el encuentro de geometría (2000)*. Universidad Pedagógica Nacional. Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Grupo Vialtopo. Cuadernillo.