

# FUNCIONALIDAD DE LOS MATERIALES DIDÁCTICOS EN EL APRENDIZAJE DE LA GEOMETRÍA

**Gaby Lili Cabello Santos**

*Profesora Universidad Nacional Mayor de San Marcos*

*Profesora Universidad Inca Garcilaso*

*Lima, Perú*

[gaby\\_cabellosantos@yahoo.es](mailto:gaby_cabellosantos@yahoo.es)

## Introducción

La geometría constituye el prototipo de una teoría axiomática, es reconocida universalmente. Sobre ello, en el siglo pasado y específicamente durante las últimas décadas como aseveró Jean Dieudonné en el ICME 4 (Berkeley, 1980), la geometría “exclamando desde sus estrechos confines tradicionales ha revelado sus poderes ocultos y su extraordinaria versatilidad y adaptabilidad, transformándose así en una de las herramientas más universales y útiles en todas las partes de las matemáticas” (J. Dieudonné: *The Universal Domination of Geometry*, ZDM 13 (1), pág. 5-7 (1981)).

De otro lado, con relación al arte de enseñar, la didáctica, todavía en la actualidad se registran vacíos, inseguridades y dificultades por parte del docente en cuanto a la aplicación de los medios, métodos y técnicas adecuadas para aprender significativamente la ciencia exacta, la matemática. En tal sentido, Chevallard (1991) afirma que la didáctica es el corazón en la formación todo maestro y, Briones (Universidad de Chile, 2002) luego de su vasta experiencia en cuanto a Didáctica de la Matemática sostiene, “a las matemáticas ¡por la geometría!”.

Teniendo como base los tópicos anteriores, consideramos que la “funcionalidad” forma parte del proceso de enseñanza-aprendizaje, es decir los contenidos deben mostrar su sentido de funcionalidad; el estudiante ha de saber para qué le sirve lo que estudia a fin de encontrar la utilidad de la materia para la solución de sus propios problemas. En consecuencia, cuando hablemos de “funcionalidad” nos referimos a todo objeto o medio que se “diseña o construye”, para un fin determinado; cumplir los objetivos educacionales y estos objetivos se realizan mediante tareas y, finalmente, de estas tareas se derivan las funciones.

Los materiales o recursos didácticos adecuados cobran una especial importancia en su faceta de motivadores del proceso formativo del niño y niña dado que fomentan la exploración, manipulación y comprensión; de modo tal que, efectivamente, favorecen el proceso de enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas.

Sin más preámbulos, desarrollaremos los siguientes tópicos, la geometría y su importancia, modelo de enseñanza de la geometría, importancia de los materiales didácticos en el aprendizaje de la geometría, aprendiendo geometría con materiales didácticos, aproximación de las nuevas tecnologías y herramientas para la geometría; por último las conclusiones y la bibliografía pertinente.

## 1. Geometría y su importancia

La Geometría es considerada como la herramienta para el entendimiento y, es parte de las matemáticas más intuitiva, concreta y ligada a la realidad. Por otra parte, la geometría como una disciplina, se apoya en un proceso extenso de formalización que se ha venido desarrollando por más de 2000 años en niveles crecientes de rigor, abstracción y generalidad.

Veamos a continuación las razones que justifican el aprendizaje de la geometría :  
En lo cognoscitivo,

- Otorga significado al hecho que la realidad tiene distintos posibles **puntos de vista** para su análisis (proyectivo, de coordenadas o métrico).
- Permite reconocer las diferencias y similitudes como características de los objetos (**propiedades** geométricas como paralelismos e igualdades)
- Identifica el valor de las **clasificaciones** como parte de un proceso de conceptualización (triángulos, cuadriláteros, etc.) y las jerarquías.
- Observa el papel de las **definiciones** como forma de integrar y caracterizar el conocimiento, estableciendo el juicio de validez o no de la definición, reconociendo el problema de los estereotipos. A todo ello le dedicamos cuatro horas aproximadamente, de las cuales dos se dedican a la clasificación.
- Su enseñanza serviría de apoyo en el aprendizaje de otras disciplinas matemáticas, como el **álgebra**, por ejemplo.

En lo procedimental,

- Reanalizamos el **valor de lo visual** en lo cotidiano (geometría intuitiva del entorno), utilizando el diseño como actividad que sirve de colofón para reconocer lo geométrico en lo funcional, lo estético o como una forma descriptiva especial (hasta llegar a distinguir forma y movimiento); Identificamos la visualización y representaciones desde el ejemplo de las proyecciones paralelas que no llegan a definirse, y saber mirar los cortes diferentes de un cubo. Para ello, se usan elementos manipulativos, descripciones verbales y construcciones con plastilina, arcilla o barro. Se generalizan algunas caracterizaciones de relaciones geométricas en poliedros como problemas de incidencia y descomposición.
- Reconocemos el **valor de codificación** de representaciones distintas de lo real (cortes, generaciones, etc.).
- Proponemos la **producción de imágenes** sobre contenidos como simetría axial, del que nos preocupamos de recordar como sirve para generar los movimientos de traslación y giro mediante doblado de papel y uso de espejos.
- Identificamos, mediante la lectura de dos artículos cómo funcionan los movimientos como las **ampliaciones** y **reducciones** (Castelnuovo, E. 1981) que se relacionan con la idea de proporcionalidad mediante el análisis de las tareas de Thales y Eratóstenes y consideramos la idea de limitaciones (Fielker, D.S 1979) en la construcción de conocimiento geométrico.

En lo actitudinal,

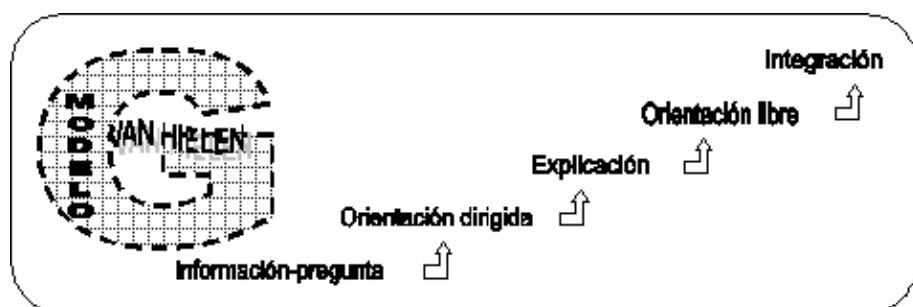
- Despertamos el **interés** y **curiosidad** del niño por su medio y desarrollamos su capacidad de observación.
- Promovemos la **recreación** y fomentamos el **desarrollo** de **actitudes positivas** para sus aprendizajes.
- Permite la **socialización** y desarrollo de una **escala** de **valores mínimos** como: la solidaridad, responsabilidad, libertad, creatividad, entre otros.

## 2. Modelo de enseñanza de la Geometría

El modelo metodológico seguido tanto en la elaboración como en la experimentación de los materiales está inspirado en el modelo de la Escuela de Van Hielen. Este modelo fue diseñado para la enseñanza de la geometría.

Se admite en todos los casos que la manipulación es un elemento clave que hace que *los niños se sienten felices, productivos y libres en el desarrollo de tareas geométricas*: "... contribuyó a crear un ambiente en el que se veían ganas de jugar y probar nuevas cosas".

La secuenciación de actividades dentro de una misma experiencia se ajustan a los niveles y fases del citado modelo:



### 2.1. Primera fase: Información-pregunta

El docente y los estudiantes toman contacto con el material y los objetos a estudiar. Se hacen las primeras preguntas y se realizan las primeras observaciones, surgen las primeras cuestiones y se introduce el vocabulario específico. El objetivo de las actividades de esta fase es doble:

- Por una parte le deben servir al profesor para conocer los conocimientos previos de los alumnos.
- En segundo lugar permitirán a los alumnos saber la dirección del estudio a seguir.

## **2.2. Segunda fase: Orientación dirigida**

Los estudiantes exploran el tópico propuesto utilizando el material según las orientaciones del docente. Las actividades permitirán descubrir a los estudiantes las propiedades de los objetos o ideas matemáticas exploradas.

## **2.3. Tercera fase: Explicación**

Los estudiantes construyen y expresan sus propios descubrimientos. El docente realizará las correcciones de lenguaje necesarias.

## **2.4. Cuarta fase: Orientación libre**

Los estudiantes realizan tareas más complicadas pudiendo ellos mismos orientar sus investigaciones más o menos abiertas, utilizando otros materiales complementarios. Habrán de explicar y justificar sus resultados

## **2.5. Quinta fase: Integración**

Los estudiantes revisan los resultados y se forman una idea global de las relaciones y propiedades aprendidas. El docente ayudará a realizar esta síntesis de conocimientos.

# **3. Importancia de los materiales didácticos en el aprendizaje de la Geometría**

La Geometría vista desde los ángulos de la pedagogía y didáctica, los docentes se esfuerzan por presentar sus lecciones a los estudiantes de la forma más interesante con la finalidad de lograr mejores éxitos. Indudablemente que para lograr este propósito, entre otras cosas, deben hacer un uso adecuado de los materiales didácticos, entonces ¿qué entendemos por material didáctico? y ¿cuáles son las razones que justifican su intervención en la clase de geometría?.

Al respecto, Gimeno Sacristán (1992) afirma, "...instrumento u objeto que pueda servir como recurso para que, mediante su manipulación, observación o lectura se ofrezcan oportunidades de aprender algo, o bien con su uso, se intervenga en el desarrollo de alguna función de la enseñanza"; y, con relación a las razones que justifican su valía y participación en el proceso de aprendizaje, tenemos:

- a. Es un medio que estimula y orienta el proceso aprendizaje del estudiante, permitiéndole la adquisición de información y experiencias; el desarrollo de actitudes y adopción de normas de conducta, de acuerdo a los objetivos que se quieren lograr.
- b. Forma parte de los procesos comunicativos que se dan en la enseñanza.
- c. Ofrecen a los alumnos experiencias de conocimiento difícilmente alcanzables por la lejanía en el tiempo y en el espacio.
- d. Son potenciadores de habilidades intelectuales en los alumnos.
- e. Son el vehículo expresivo para comunicar las ideas, sentimientos, opiniones de los alumnos.
- f. Representan el recurso muy satisfactorio para el docente creativo. En este caso la satisfacción es triple: diseñar y elaborar los materiales que se necesitan, observar que se facilita el aprendizaje y atestiguar la satisfacción del propio educando a medida que ha dominado las tareas inmediatas.
- g. Son recursos facilitadores de aprendizajes académicos, sino también deben convertirse en objeto de conocimiento para los alumnos.
- h. Contribuyen al logro de los objetivos educacionales de una forma más agradable, amena y objetiva.

En síntesis, los materiales didácticos en la clase de matemática cumplen un rol importante, dado que se educa al niño en base a lo concreto y se desarrolla su inteligencia potenciando sus operaciones mentales de observación, manipulación y experimentación; del mismo modo, permite establecer relaciones de comparación para así poder obtener sus propias conclusiones en forma significativa.

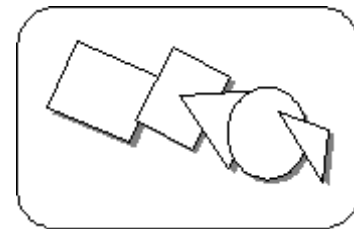
## 4. Aprendiendo Geometría con materiales didácticos

Luego de puntualizar la valía y participación del material didáctico en las sesiones de aprendizaje de la matemática en especial en el nivel básico y fundamental, la Educación Primaria, en donde somos concientes que los niños y niñas requieren de actividades significativas innovadoras que le ayuden a comprender y asimilar con eficacia y agrado la diversidad de los contenidos matemáticos; proponemos a continuación algunas actividades recreativas y significativas que promuevan el desarrollo de su pensamiento lógico matemático y demás habilidades en los niños y niñas.

Cabe destacar, que si bien los materiales didácticos (bloques lógicos, geoplano, tangram y origami) registran notoriedad en el tiempo y en el espacio, todavía en la actualidad se ha constatado en las sesiones de aprendizaje de los centros educativos estatales de las zonas urbanas y rurales, la ausencia del material didáctico, el desconocimiento de su funcionalidad y; apatía en muchos docentes que tienen bajo su responsabilidad la enseñanza de la matemática (MECEP, 1998,1999, 2000 y 2001); en tal sentido, se ha desarrollado experiencias piloto de capacitación docente a cargo de la instancia máxima, Ministerio de Educación del Perú, universidades e instituciones educativas para difundir la existencia de ellos así como su funcionalidad en la clase de matemática y sus ventajas que se derivan, pero lo cierto, es que todavía existen un porcentaje de docentes que desconocen su utilidad, sentido y funcionalidad, es por tal motivo, que en concordancia con las demandas educativas revaloramos el rol de los materiales didácticos y sus implicancias positivas.

### 4.1. Bloques lógicos

Los bloques lógicos material concreto que adoptan formas geométricas en cartón o madera facilitan la representación de nociones conjuntistas y de lógica, fue creado por Dienes.



“Consta de 24 ó 48 piezas, las variables contempladas son:”<sup>1</sup>

Variables	Valores
Color	Rojo, amarillo, azul.
Forma	Cuadrado, círculo, triángulo y rectángulo
Tamaño	Grande y pequeño
Grosor	Grueso y delgado

### Competencias

Con este material los niños:

- Reconocen colores, tamaños, grosores y formas.
- Clasifican de acuerdo criterios (uno, dos, tres o más).
- Establecen semejanzas y diferencias al compararlos.
- Forman series siguiendo distintas reglas.
- Se aproximan al concepto de número.
- Se Inician en el juego de reglas.
- Realizan muchos juegos lógicos.
- Establecen la relación de pertenencia a conjuntos.
- Emplean los conectivos lógicos (conjunción, negación, disyunción, implicación).
- Definen elementos por la negación.

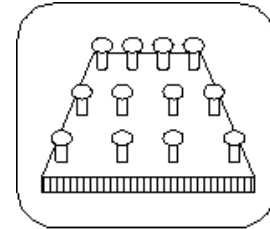
---

<sup>1</sup>Cofré, Alicia y Tapia, Lucila. “Cómo desarrollar el razonamiento lógico matemático”. Pág. 35 y 36.



## 4.2. El geoplano

“Existen diferentes versiones. El geoplano de madera consta de un tablero de 20 centímetros cuadrados por 2 cm. De grosor con 25 clavos pequeños distribuidos en 5 filas y 5 columnas separados entre sí por 4 centímetros. Se requiere ligas o trozos de lana de diferentes colores para armar las figuras.”<sup>2</sup>



### Competencias

Cuando los niños interactúan con este material desarrollan las siguientes capacidades:

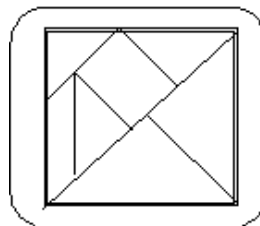
- Construyen figuras geométricas, en forma libre o partir de modelos dados.
- Reconocen y describen figuras geométricas y las relacionan con objetos de su entorno.
- Reconocen propiedades de las figuras geométricas básicas.
- Identifican polígonos regulares y encuentran sus características.
- A partir de las construcciones que realizan redactan cómo encontraron ciertas propiedades de lados y diagonales, de cuadriláteros y otros polígonos.
- Diseñan guardillas y mosaicos a partir de diferentes figuras geométricas.
- Relacionan los vértices de las figuras con puntos de un plano usando el primer cuadrante cartesiano.
- Realizan traslaciones, rotaciones, ampliaciones, reducciones y simetrías de diferentes figuras.

<sup>2</sup>Ministerio de Educación del Perú. “Materiales educativos”. Catálogo Pedagógico. Pág. 60.

- Formulan y resuelven problemas relacionados con figuras geométricas a partir de situaciones de la vida cotidiana.

### 4.3. El tangram

El Tangram es un juego chino muy antiguo llamado “*Chi Chiao Pan*” que significa “juego de los siete elementos” o “tabla de la sabiduría”.



Se considera como un rompecabezas geométrico tiene siete piezas. La dinámica consiste en que las piezas al unir las pueden formar un cuadrado, un triángulo, un rectángulo, un trapecio, un romboide y tantas figuras como se puede imaginar.

Hoy en día el Tangram no se usa sólo como un entretenimiento, se utiliza también en la psicología, en diseño, en filosofía y particularmente en la pedagogía.

#### Competencias

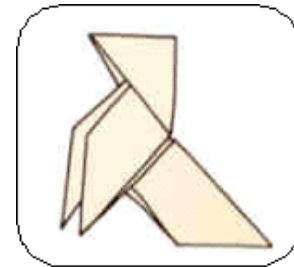
Permite que los niños:

- Desarrollen la concentración, memoria y creatividad.
- Identifiquen las formas geométricas básicas.
- Identifiquen tamaños (grande, mediano y pequeño).
- Conciban la noción de mitad, cuarta, etc.
- Fijen la noción de número.
- Desarrollen secuencias lógicas.
- Armen siluetas de objetos, frutas, animales y gestos personas.
- Determinen la noción de simetría y asimetría.

- Fijen los conceptos de líneas paralelas, perpendiculares, punto medio de un segmento, y diagonales de un cuadrado.

#### 4.4. El origami

“**Origami**”, es el arte japonés del plegado de papel, viene de las palabras Japonesas “**ori**” que significa plegado, y “**gami**” que significa papel. El Origami es una ocupación apasionante para aquel que siente placer en las figuras y las formas, también apropiado como ocupación de grupo, sirve para ayuda y estímulo ya sean niños, jóvenes o adultos. Su gran ventaja es sin dudas el material empleado, solamente “**papel**”.



Muchos de nosotros recordará vasos plegados, el salero-pimentero y globos de papel, cajitas, y por supuesto el “pájaro aleteador” hechos alguna vez en la escuela.

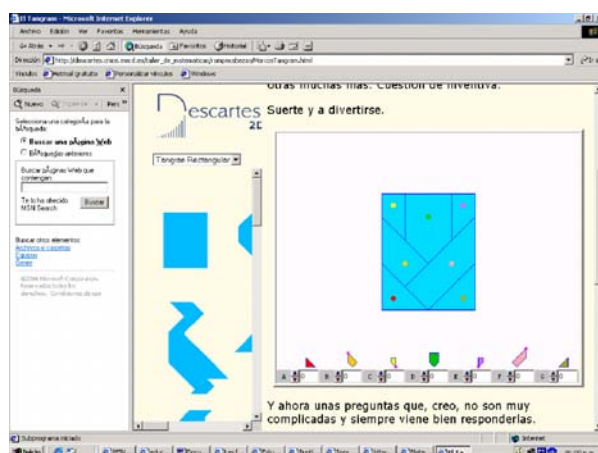
#### Competencias

Permite que los niños:

- Despierten su curiosidad por su medio.
- Desarrollen la concentración, memoria y creatividad.
- Adquieran motricidad.
- Entiendan las consignas y sigan la secuencia lógica para plegar.
- Discriminen formas, tamaños y colores.
- Conciban la noción de mitad, cuarta.
- Perciben los grosores y pliegues.
- Compartan con sus compañeros experiencias.

## 5. Aproximación de las nuevas tecnologías y herramientas para la Geometría

Hay una larga tradición de matemáticos que hacen uso de herramientas tecnológicas y recíprocamente, el uso de estas herramientas ha hecho surgir nuevos retos en problemas matemáticos (por ejemplo, la regla y el compás para las construcciones geométricas, los logaritmos y los instrumentos mecánicos para los cálculos numéricos). En años recientes la nueva tecnología, y en particular las computadoras han afectado dramáticamente todos los aspectos de nuestra sociedad. Muchas actividades tradicionales se han vuelto obsoletas mientras que nuevas profesiones y nuevos retos emergen. Por ejemplo, el dibujo técnico ya no se hace a mano. En su lugar uno usa software comercial, plotters y otros accesorios tecnológicos. CAD-CAM y software para álgebra simbólica están ampliamente disponibles.



Las computadoras también han hecho posible la construcción de “realidades virtuales” y la generación de animaciones interactivas o cuadros maravillosos (por ejemplo, imágenes fractales). Más aún, los accesorios electrónicos pueden ser usados para lograr experiencias que en la vida cotidiana son inaccesibles, o accesibles solamente a través de trabajo sumamente tedioso y que generalmente consume muchísimo tiempo.

Por supuesto, en todas estas actividades la geometría está profundamente involucrada tanto para promover la habilidad de usar herramientas tecnológicas apropiadamente, como para interpretar y entender el significado de las imágenes producidas.

Las computadoras pueden también ser usadas para obtener un entendimiento más profundo de las estructuras geométricas gracias al software específicamente diseñado para fines didácticos. Los ejemplos incluyen la posibilidad de simular las construcciones tradicionales con regla y compás, o la posibilidad de mover los elementos básicos de una configuración sobre la pantalla mientras se mantienen fijas las relaciones geométricas existentes, lo cual puede conducir a una presentación dinámica de objetos geométricos y favorecer la identificación de sus invariantes.

Hasta ahora, la práctica escolar ha sido sólo marginalmente influida por estas innovaciones. Pero en el futuro cercano es posible que al menos algunos de estos tópicos encontrarán su camino dentro de las currícula. Esto implicaría en grandes términos los siguientes cuestionamientos: ¿Cómo afectará el uso de las computadoras la enseñanza de la geometría, sus propósitos, sus contenidos y sus métodos?, ¿Serán preservados los valores culturales de la geometría clásica, o éstos evolucionarán, y cómo?, estas y otras interrogantes son motivo de nuestra preocupación y que esperamos abordarla en una próxima comunicación.

## 6. Conclusiones

- La Geometría constituye uno de los medios eficaces para aprender la matemática en forma experimental, recreativa y reflexiva.
- La Geometría está presente en múltiples ámbitos del sistema productivo de nuestras actuales sociedades (producción industrial, diseño, arquitectura, topografía, etc.).
- La manipulación es un elemento clave del aprendizaje con los niños, ellos se sienten felices, productivos y libres en el desarrollo de tareas geométricas.
- El material que se elabora y utiliza con propiedad, es considerado como educativo por las derivaciones de esta índole que tiene su aplicación en la enseñanza, sobre todo, en lo que atañe a la educación intelectual y, en términos generales, respecto del desarrollo y la formación del alumno.
- Existen muchos materiales educativos diseñados y elaborados para el área lógico-matemática pero en la actualidad son pocos los docentes del nivel que conocen y manejan tanto creativamente y adecuadamente en el proceso enseñanza-aprendizaje.
- Los materiales didácticos como por ejemplo: los bloques lógicos, geoplano,

tangram y el origami constituyen los facilitadores y potenciadores de habilidades intelectuales en lo referido a la Geometría.

## Bibliografía

- [1] Alsina, Burgués, Fortuny (1988). *Invitación a la didáctica de la geometría*. Edit. Síntesis. Madrid.
- [2] Blanco, L. (1996). *Aprender a enseñar matemáticas: tipos de conocimiento*. En J. Giménez ; S. Llinares, y V. Sánchez. (Eds.), *El proceso de llegar a ser un profesor de primaria. Cuestiones desde la educación matemática*. Comares. Granada.
- [3] Castelnuovo, E. (1981). *La Geometría*. Ketrés. Barcelona.
- [4] Cofré J. Alicia y Tapia A. Lucila. (1997) *Cómo desarrollar el razonamiento lógico matemático*. Edit. Universitaria. Santiago de Chile.
- [5] Fernández Manuel y otros (1996) *Circulando por el círculo*. Edit. Síntesis. Madrid.
- [6] Fielker, D.S. (1979): *Strategies for Teaching Geometry to Younger Children*. *En Educational Studies in Mathematics*. 10, 85-133.
- [7] Fiol, M.L. (1996). *Geometría y formación de profesores*. Memoria no publicada. Universitat Autònoma de Barcelona.
- [8] Giménez, J. (1984). *Aprender geometría elemental explicándola*. Actas de las IV JJAEM. Tenerife.
- [9] Giménez, J. y Fortuny, J.M. (1996). *Explorado un modelo integrado de evaluación con profesores en formación*. En J. Giménez; S. Llinares y V Sánchez. (Eds). *El proceso de llegar a ser un profesor de Primaria. Cuestiones desde la educación matemática*. Comares. Granada.

- [10] Hershkowitz, R. (1990). *Psychological aspects of learning geometry*. En P. Neshier y J. Kilpatrick (Eds). *Mathematics and Cognition*. Cambridge: Cambridge UP, (Pág. 70-95).
  
- [11] Martinez, Angel y otros (1989). *Una Metodología activa y lúdica de enseñanza de la geometría elemental*. Edit. Síntesis. Madrid.
  
- [12] Ministerio de Educación del Perú. (2000) *Materiales educativos*. Catálogo pedagógico. Lima.
  
- [13] Whitebread, G. (1995). Emergent Mathematics or How to Help Young Children Become Confident Mathematicians. En J. Anghileri. (Ed), *Children's Mathematical Thinking in the Primary Years*. Cassell. Londres. (Pág.11-40).