

¿CONFÍA EN SUS CONOCIMIENTOS GEOMÉTRICOS PARA CONSTRUIR FIGURAS SEMEJANTES?¹

Edgar Guacaneme

Una Empresa Docente

Universidad de los Andes

Bogotá D.C, Colombia

eguacane@yahoo.com.mx

Luisa Andrade

Una Empresa Docente

Universidad de los Andes

Bogotá D.C, Colombia

luiandrade2003@yahoo.com.mx

Patricia Perry

Una Empresa Docente

Universidad de los Andes

Bogotá D.C, Colombia

pperry@yahoo.com.mx

Felipe Fernández

Una Empresa Docente

Universidad de los Andes

Bogotá D.C, Colombia

fefernan2003@yahoo.com.mx

Introducción

La semejanza geométrica, en tanto tema matemático propuesto para ser estudiado en la escuela, puede ser uno de los temas sobre los que muy posiblemente los profesores de matemáticas hacen exposiciones y/o proponen a sus estudiantes tareas para procurar tal formación. Dichas exposiciones y tareas abordan diversos aspectos relativos a tal temática, dentro de los cuales se encuentran: la identificación de figuras semejantes, la definición de la semejanza entre figuras planas, el establecimiento de las características geométricas invariantes y variables entre figuras semejantes, la construcción de figuras semejantes, y la solución de problemas utilizando las propiedades de las figuras semejantes.

¹Una versión ampliada de este documento, con el mismo título, constituye el segundo capítulo del libro *Transformar la enseñanza de la proporcionalidad en la escuela: un hueso duro de roer* recientemente editado por “una empresa docente”. Aquel capítulo incluye además un reporte sobre la implementación, observación y análisis del taller con un grupo de profesores.

Estos aspectos, como la mayoría de los aspectos de cualquier temática matemática, al ser objeto de reflexión matemática y didáctica revisten una complejidad que logra cuestionar fuertemente el conocimiento profesional de los profesores así como la información contenida en textos y propuestas curriculares de matemáticas. Para ilustrar lo anterior basta pensar en si la expresión “dos figuras son semejantes si tienen la misma forma aunque no necesariamente el mismo tamaño”-tradicionalmente enunciada en textos y clases de matemáticas- recurre a nociones o conceptos matemáticos explícita y claramente definidos, o si por el contrario recurre a nociones que tan sólo permiten una aproximación intuitiva al establecimiento de la semejanza en tanto relación geométrica binaria.

En este documento explicitamos en primer lugar algunos asuntos relativos a la reflexión que se puede dar en torno a dos de los aspectos mencionados, a saber: la construcción de figuras semejantes y la definición de criterios para decidir sobre la semejanza de dos figuras. En segundo lugar, presentamos elementos descriptivos de un taller para profesores que aborda los dos aspectos señalados.

1. Construcción de Figuras Semejantes

Mucho antes de que los profesores de matemáticas lo propongan como una tarea matemática, los estudiantes han desarrollado tareas que implican la construcción de figuras semejantes; basta pensar, por ejemplo, en la actividad de copiar en el cuaderno un dibujo hecho en el tablero, para reconocer que los estudiantes se enfrentan a esta tarea sin que alguien les haya enseñado cómo hacerlo y -aun así- logran desarrollarla de manera relativamente exitosa. Algunos profesores, incluso de disciplinas diferentes a las matemáticas, eventualmente proponen a sus estudiantes la reproducción de dibujos a través del uso de cuadrículas, por medio de un pantógrafo, o utilizando unas reglas escaladas, para generar ampliaciones o reducciones de los mismos; también los involucran en tareas que implican la construcción de figuras semejantes, tales como el dibujo del plano de la casa o del salón, o el dibujo de objetos del entorno cuyo tamaño supera el de la superficie donde se va a reproducir.

No obstante las tareas que escolarmente pueden proponerse a los estudiantes,

la construcción de figuras semejantes en el plano puede no ser una tarea habitualmente planteada por los profesores de matemáticas a sus estudiantes como parte de las tareas a realizar para el aprendizaje de la semejanza geométrica. Quizás es más usual que los profesores trabajen con sus estudiantes los teoremas y propiedades de la semejanza para el caso de los triángulos, que la construcción de figuras geométricas semejantes (incluso triángulos). Este hecho puede deberse a que ha sido tradicional que en el estudio escolar de la geometría se enfatice en los aspectos conceptuales más que en los procedimentales (Andrade et al., 2002), a la exigua confianza que el profesor tenga en su información y conocimiento sobre aquellos teoremas y propiedades, o a la poca pericia, conocimiento y reflexión del maestro sobre los procedimientos para construir figuras semejantes.

2. Criterios para Decidir Sobre la Semejanza de Dos Figuras

En el informe de los resultados del TIMSS en Colombia se afirma que “los estudiantes colombianos reconocen con relativa facilidad figuras congruentes o semejantes, pero presentan serias dificultades en el manejo de las propiedades geométricas determinadas por estas relaciones” (Díaz et al., 1997, p. 83). En este sentido se puede suponer que el reconocimiento de la semejanza es un conocimiento que no implica mayores exigencias y/o que se logra construir durante los primeros años de la escolaridad. En tal reconocimiento se involucra fuertemente la percepción de la proporcionalidad, o mejor de la desproporcionalidad, cuestión que según algunos investigadores (Fiol y Fortuny, 1990, p. 20) se adquiere o construye desde muy temprana edad, al menos para contextos gráficos (v.g., fotografías, dibujos). Sin embargo, explicitar a través de un enunciado los criterios que se tienen en cuenta para resolver la tarea y/o dar una respuesta a la pregunta ¿cuándo dos figuras son semejantes? pueden ser problemas mayores. Como respuesta a tal pregunta se podría enunciar la frase “son semejantes porque tienen la misma forma aunque no el mismo tamaño”, pero para algunos esta respuesta puede no ser suficientemente clara, pues en ese sentido serían semejantes entre sí todos los rectángulos, o todos los triángulos isósceles, pues “tienen la misma forma”.

Si bien en algún momento de la escolaridad tal frase puede ser aceptable como definición de semejanza, la ambigüedad de la misma conmina a hacer un trabajo para mejorar tal aproximación definicional y construir una que utilice criterios o nociones matemáticas de significado preciso.

La construcción de una definición de figuras semejantes puede ser un proceso escolar y personal que tome bastante tiempo. Quizá, luego de haber llegado a una aproximación intuitiva a la definición que calificamos como ambigua, uno de los momentos de tal proceso pueda ser la construcción de una definición de triángulos semejantes, para lo cual los criterios de semejanza entre triángulos² puedan constituir definiciones matemáticas adecuadas. En otro momento posterior, la semejanza podría entenderse como una correspondencia en la que “(i) A puntos alineados en la figura original corresponden puntos alineados en igual orden en la figura homotética. (ii) Los segmentos homólogos son proporcionales. (iii) Los ángulos homólogos son iguales.” (Grupo Beta, 1990, p. 77), a pesar de que esta definición no sea aplicable a figuras formadas por líneas no rectas, o por curvas que no definan ángulos (v.g., una circunferencia, una elipse, un sector circular). Incluso podría llegar a plantearse la semejanza como una relación que se define como la composición de la homotecia con otras transformaciones geométricas (v.g., rotación, traslación, simetría).

Los profesores de matemáticas, en tanto personas que seguramente han transitado por tal proceso, o por uno similar, ante una situación que les exija explicitar o usar una definición de semejanza podrían recurrir a una de las definiciones presentadas en el párrafo anterior. Sin embargo, para algunos de ellos su proceso pudo haber quedado a medio camino y en consecuencia tanto su forma de solucionar problemas como el trabajo escolar que proponen a sus estudiantes, puede reducirse al uso y comprensión de sólo algunas de las definiciones, incluso únicamente a las más elementales o restringidas como aquella que calificamos de ambigua.

²“(i) Dos triángulos son semejantes si tienen un ángulo igual y proporcionales los lados que lo forman.

(ii) Si dos triángulos tienen dos ángulos iguales también son semejantes.

(iii) Dos triángulos son semejantes si tienen sus tres lados homólogos proporcionales.” Grupo Beta (1990, pp. 80-81). Nosotros preferiríamos hablar de ángulos correspondientes congruentes, más que de ángulos iguales.

3. El Diseño

El Taller

Con la intención de trabajar tanto la construcción de figuras semejantes, como la definición de semejanza geométrica con profesores de matemáticas, diseñamos un taller que tuvo como fuente de inspiración una breve indicación realizada por Fiol y Fortuny (1990, pp. 129, 131). El siguiente es el texto del taller.

Taller sobre semejanza geométrica

Parte 1 (tiempo estimado: una hora y media)

El siguiente trabajo es para realizar en grupo de tres o cuatro profesores. Cada grupo deberá registrar por escrito los resultados de las tareas propuestas.

Para cada una de las figuras que se van a ir entregando³:

- a. Dibujen una figura que no sea congruente pero sí semejante (para esta tarea pueden emplear los materiales, instrumentos y equipos que están sobre la mesa⁴).
- b. Den cuenta de los pasos que siguieron para hacer la nueva figura, registrando detalles de los aspectos geométricos involucrados.
- c. Justifiquen por qué las figuras son semejantes.

Parte 2 (tiempo estimado: una hora y media)

- d. El siguiente trabajo es para realizar en el grupo o entre grupos. Cada grupo deberá registrar por escrito los resultados de las tareas propuestas.

³En la figura N° 2 se muestran las figuras sobre las que se trabaja en el orden en que se abordan.

⁴Reglas graduadas, escuadras, compases, transportadores, un retroproyector de acetatos, transparencias, marcadores, bandas de caucho, papel cuadriculado y papel blanco.

- e. Expliciten todos los procedimientos diferentes que hayan sido utilizados en la construcción de figuras semejantes. Pongan a prueba cada uno de tales procedimientos para determinar para cada figura cuáles sirven y cuáles no.
- f. Identifiquen o diseñen un procedimiento que permita construir figuras semejantes a cualquiera de las trabajadas. Descríbanlo.
- g. Examinando las justificaciones dadas para la tarea del literal c, describan las condiciones para que dos figuras sean semejantes. Procuren que la descripción sea aplicable a la mayor cantidad de figuras abordadas. El reto es que su descripción pudiera aplicarse a todas las figuras abordadas.

Parte 3 (tiempo estimado: una hora y media)

En plenaria cada grupo presentará el resultado de las tareas de la Parte 2 del taller.

Los Propósitos del Taller y las Intenciones de las Tareas

Los propósitos que planteamos para el taller son:

- Puntualizar diferentes procedimientos para construir figuras semejantes a partir de unas dadas.
- Explorar qué tan generalizables son esos procedimientos.
- Destacar los elementos que determinan la semejanza de figuras geométricas.

Con la tarea propuesta en el primer literal pretendemos que los profesores hagan uso de su conocimiento geométrico sobre la semejanza, más que lograr una verbalización del mismo; en otras palabras, procuramos que los profesores exhiban sus competencias geométricas y no la información geométrica que conocen y que posiblemente presentan en sus clases. Además, queremos

disponer de un registro del resultado del trabajo de construcción. Entre tanto, con la tarea del literal b. procuramos disponer de un registro escrito del procedimiento a través del cual se explicita la estrategia geométrica utilizada; este registro le servirá a los profesores para trabajar la tarea del literal d. y a nosotros para interpretar el dibujo resultante en el literal a. Al pedir una justificación respecto de la semejanza entre las figuras dadas y construidas, en la tarea del literal c., pretendemos brindar la oportunidad a los profesores de poner en juego sus definiciones sobre semejanza geométrica y su relación con el procedimiento utilizado en la construcción, a la vez que tendremos un registro de las mismas.

Como se señala en la instrucción de la primera parte del taller, las tareas de los literales a., b. y c. se deberán realizar para cada una de las figuras que se irán entregando en el orden en que se muestran en la Figura N° 1. El orden de las figuras fue intencionalmente determinado y definido por la aparición de nuevas condiciones (v.g., contemplar segmentos no rectilíneos o figuras sin ángulos) para las cuales podrían no funcionar adecuadamente los criterios de semejanza y/o las estrategias para construir figuras semejantes utilizadas previamente; estas condiciones pretenden entonces o bien generar conflictos y promover la aparición de nuevas estrategias, o consolidar las estrategias empleadas y definiciones propuestas.

En la segunda parte del taller se presentan tareas ligadas al propósito de generalizar procedimientos y definiciones relativos a la semejanza geométrica. Con la tarea del literal d. esperamos que cada grupo identifique si utiliza o no procedimientos diferentes en la construcción de las figuras semejantes. Entre tanto, la tarea del literal e., propicia la oportunidad para aproximarse a una estrategia única de construcción de las figuras presentadas. Finalmente, con la tarea propuesta a través del literal f. se pretende aproximar a los profesores a la construcción de una nueva definición de semejanza geométrica. Los registros de la descripción de tales definiciones podrían permitirnos reconocer evidencias de algún aprendizaje logrado por los profesores.

La condición de trabajo en grupo se justifica en la posibilidad que éste nos brinda de registrar opiniones, acuerdos y desacuerdos, discusiones, etc. en torno al desarrollo de cada una de las tareas del taller.

Bibliografía

- [1] L. Andrade, P. Perry, F. Fernández, y E. Guacaneme, (2002), *Rutas pedagógicas de las matemáticas escolares, Una mirada a la práctica del profesor*, (Documento no publicado), Bogotá: “una empresa docente”.
- [2] C. Díaz, J. Álvarez, L. Torres Y E. Guacaneme, (1997), *Análisis y resultados de las pruebas de matemáticas, TIMSS Colombia*, Bogotá: Ministerio de Educación Nacional.
- [3] M. Fiol y J. Fortuny, (1990), *Proporcionalidad directa la forma y el número*, (Colección Matemáticas: cultura y aprendizaje), Madrid: Editorial Síntesis.
- [4] Grupo Beta (1990), *Proporcionalidad geométrica y semejanza*, (Colección Matemáticas: cultura y aprendizaje), Madrid: Editorial Síntesis.