

GEOGEBRA Y LOS SISTEMAS DE REPRESENTACIÓN SEMIÓTICOS

Ana Elena Gruszkycki, Luis Oteiza, Patricia Maras, Liliana Gruszkycki y Hugo Ballés
Universidad Nacional del Chaco Austral.
ana@uncaus.edu.ar

Argentina

Resumen. El objetivo del presente trabajo, es diseñar y evaluar la efectividad de secuencias didácticas empleando el software dinámico GeoGebra, con el propósito de mejorar la aprehensión conceptual en Geometría Analítica, utilizando los distintos registros de representación semióticos propuestos por Raymond Duval, quien afirma que ningún tipo de proceso matemático puede ser ejecutado sin el uso de un sistema semiótico de representación, que son esenciales para la actividad cognitiva del pensamiento. Se eligió GeoGebra, software libre y gratuito, ya que permite trabajar con diferentes registros de representación de un mismo objeto matemático a través de sus distintas vistas. Ésta combinación permitirá realizar intervenciones didácticas innovadoras.

Palabras clave: registros de representación, geometría analítica.

Abstract. The aim of this work is to design teaching sequences using the dynamic software GeoGebra, in order to improve the conceptual apprehension in analytic geometry, using the different semiotic registers of representation proposed by Raymond Duval, who claims that no mathematical process can be executed without the use of a semiotic system of representation, which are essential for the cognitive activity of thought. GeoGebra, a free and open software, was chosen as it allows working with different registers of representation of the same mathematical object through its different views. This combination will enable innovative teaching interventions

Key words: representation registers, analytic geometry

Introducción

El presente trabajo, se encuentra en el marco del proyecto de investigación: Diseño de Secuencias Didácticas con GeoGebra para Mejorar la Aprehensión Conceptual de los Alumnos de Ingeniería en Geometría Analítica, llevado a cabo en la Universidad Nacional del Chaco Austral.

Un gran número de alumnos que comienza una carrera universitaria no llega a terminarla, lo cual genera costos económicos y sociales. Dentro de ese grupo un porcentaje elevado corresponde a alumnos de primer año. Las Autoridades de la Universidad Nacional del Chaco Austral (UNCAUS) sugieren que esta situación puede hacerse menos preocupante si se logra aumentar la retención con la incorporación de diversas metodologías de enseñanza entre otras medidas.

A partir de las observaciones de clases teóricas y el trabajo con los estudiantes en las clases prácticas, se detectaron problemas que obstaculizan la comprensión de conceptos vinculados a geometría analítica, entre ellos la dificultad de identificar cónicas, realizar la interpretación gráfica y algebraica y por sobre todo la relación entre distintos registros.

La utilización de herramientas informáticas como apoyo a la enseñanza y el aprendizaje de la matemática, da una amplia gama de aportes, no sólo por la forma de trabajo sino porque permite

además, acercarse a los conceptos a través de diferentes representaciones de los mismos.

Estos aspectos forman parte de la motivación inicial para la realización de la propuesta didáctica que se presenta, priorizando el uso de tecnología informática a través de aplicaciones realizadas con el software dinámico GeoGebra. Su uso en geometría analítica podría ayudar a los estudiantes a ver determinados conceptos desde una nueva perspectiva. La manipulación de un entorno dinámico como este, posiblemente ayude al estudiante a ampliar su experiencia permitiendo coordinar diferentes registros de representación. Es muy probable también, que a través de él, se puedan discriminar unidades significantes de una representación, posibilitando la aprehensión de un campo de variaciones posibles relacionadas a uno o varios registros, algo que es muy difícil de lograr sin la mediación de este tipo de software.

Marco Teórico

El marco teórico de este trabajo está basado en la teoría de registros de representación semiótica desarrollada por Raymond Duval, que permite explicar el nivel de conceptualización en base a los cambios entre los distintos registros de representación exigiendo el conocimiento, el tratamiento y la conversión de éstos, para ser utilizados en las distintas actividades planteadas. Afirma que ningún tipo de proceso matemático puede ser ejecutado sin usar un sistema semiótico de representación que es esencial para la actividad cognitiva del pensamiento.

Por representaciones se entiende, en el ámbito de las matemáticas, notaciones simbólicas o gráficas, o bien manifestaciones verbales, mediante las que se expresan los conceptos y procedimientos en esta disciplina así como sus características y propiedades más relevantes.

Estas representaciones se agrupan en diferentes registros de representación (Duval, 1998), según sean las características que posean; así, considerando por ejemplo la noción de función, existe un registro gráfico, uno algebraico o analítico y uno tabular, y aunque hay otros, estos han sido lo más usados en enseñanza hasta hoy. Siguiendo las ideas de este autor, dentro de estos registros se pueden llevar a cabo tratamientos, es decir, transformaciones de las representaciones en el mismo registro donde fueron creadas. El tratamiento es una acción sobre la representación interna a un registro. Asimismo, entre diferentes registros de representación se pueden realizar conversiones, que son transformaciones de una representación en otra que pertenece a otro registro diferente al de la primera. En el ejemplo de las funciones antes citado, una operación de conversión puede ser la de traducir información tabular sobre una función, en una gráfica.

Tradicionalmente, una clasificación inicial de representaciones consiste en dividir las en externas e internas. Las primeras abarcan todas aquellas representaciones que son susceptibles de ser percibidas por los sentidos, mientras que las internas, son imágenes mentales que el sujeto tiene

de los objetos y relaciones que forman parte de su conocimiento. Pero ambos dominios, desde un punto de vista genético, no pueden verse como aislados entre sí, pues las representaciones mentales pueden desarrollarse, únicamente, según un proceso de interiorización de las representaciones externas (Duval, 1998). También es importante señalar que esta distinción no habla acerca de la naturaleza de las representaciones, que a menudo es la misma en ambos casos, sino de la manera de producirlas, del modo en el que son creadas. Las representaciones externas, como lo son los enunciados en el lenguaje natural, las fórmulas algebraicas, las gráficas, las figuras geométricas, entre otras muchas, son el medio por el que los individuos exteriorizan sus imágenes y representaciones mentales haciéndolas accesibles a los demás. Estas representaciones juegan, desde este punto de vista, una doble función:

1. Actúan como estímulo para los sentidos en los procesos de construcción de nuevas estructuras mentales.
2. Permiten la expresión de conceptos e ideas a los sujetos que las utilizan.

Dependiendo del tipo de símbolos, gráficos o notaciones con los que un estudiante interactúe en el proceso de aprendizaje de un concepto matemático, dará lugar a unos tipos determinados de representaciones internas del mismo. De igual manera, las vías que un sujeto utilice para representar externamente un concepto sirven para mostrar, generalmente, cómo es la información que posee sobre tal concepto.

A la aprehensión o a la producción de una representación semiótica, Duval la denomina “semiosis” y postula que para que un sistema semiótico pueda ser un registro de representación debe permitir las tres actividades cognoscitivas fundamentales ligadas a la semiosis, a saber:

- ❖ *Formación de una representación*, identificable como una representación de un registro dado.
- ❖ *Tratamiento de la representación* esto es, la transformación de la representación realizada en el mismo registro en que ha sido formulada. El tratamiento es una transformación interna a un registro.
- ❖ *Conversión de la representación*, es la transformación de la representación en una representación de otro registro, conservando la totalidad o una parte solamente del contenido de la representación inicial.

Dominar un concepto matemático requiere conocer y reconocer sus principales representaciones, para así convertirlas o traducirlas de un modo a otro.

Duval subraya la importancia que tiene la conversión de las representaciones, en la formación de

conceptos matemáticos:

Para la actividad matemática es esencial poder movilizar varios registros de representación semiótica (figuras, gráficas, simbólica, lengua natural, etc.) en el transcurso de una misma tarea, ya sea escogiendo un registro más bien que otro. E independientemente de toda comodidad de tratamiento, este recurso a varios registros parecen una condición necesaria para que los objetos matemáticos no sean confundidos con sus representaciones y para que sean reconocidos en cada una de ellas. (Duval, 1998, p.5-6).

El aprendizaje de las matemáticas constituye un campo de estudio apropiado para el análisis de actividades cognitivas relacionadas a la conceptualización. Estas actividades requieren diferenciar un objeto de su representación.

Toda confusión entre el objeto y su representación provoca, en un plazo más o menos amplio, una pérdida de la comprensión: los conocimientos adquiridos se hacen rápidamente inutilizables por fuera de su contexto de aprendizaje, sea por no recordarlos, o porque permanecen como representaciones “inertes” que no sugieren ningún tratamiento productor (Duval, 2004, p.14).

El manejo de diferentes sistemas de representación y la conversión entre unos y otros no es suficiente para obtener una comprensión integral. Es necesario crear condiciones donde sea posible establecer una coordinación entre los diferentes registros de representación.

La coordinación entre las representaciones que provienen de sistemas semióticos diferentes no es espontánea. Su puesta en juego no resulta automáticamente de los aprendizajes clásicos demasiado directamente centrados en los contenidos de la enseñanza. Lo necesario para favorecer tal coordinación parece ser un trabajo de aprendizaje específico centrado en la diversidad de los sistemas de representación, en la utilización de sus posibilidades propias, en su comparación por la puesta en correspondencia y en sus “traducciones” mutuas. (Duval, 2004, p.17)

La realidad marca que actualmente los diferentes niveles de enseñanza no ponen mucho énfasis en la utilización de diferentes sistemas de representación, ni en la coordinación entre ellos, por el contrario, es más usual ver el predominio de algún sistema en particular, reduciendo el aprendizaje del alumno incluso a un mono-registro. Desde esta mirada y considerando que los objetos matemáticos son, por naturaleza, abstractos, accesibles sólo por medio de representaciones y que

su conceptualización pasa por la capacidad de identificar un mismo concepto en diferentes perspectivas, surge la necesidad de reconsiderar la forma en que se enseñan estos conceptos.

En este sentido, la utilización de herramientas informáticas como apoyo a la enseñanza y el aprendizaje de la matemática, da una amplia gama de aportes, no sólo por la forma de trabajo sino porque permite además, acercarse a los conceptos a través de diferentes representaciones de los mismos y “no es posible estudiar los fenómenos relativos al conocimiento sin recurrir a la noción de representación” (Duval, 2004, p.25), y según Santos, (2000) el uso de la tecnología, permite establecer representaciones exactas de configuraciones geométricas y que estas pueden ayudar a los estudiantes en la visualización de relaciones matemáticas. Duval (1992), presenta un análisis cuidadoso de cómo la acción de graficar por parámetros es un recurso que permite la articulación de los registros gráficos y algebraicos mediante el establecimiento de relaciones entre variables algebraicas y lo que él denomina “variables visuales”.

Para un proceso efectivo de aprendizaje los entornos de enseñanza- aprendizaje sustentados por la computadora deberían crear situaciones y ofrecer herramientas que permitan estimular a los alumnos y alcanzar así, el máximo potencial cognitivo. Esta nueva tendencia en el uso de la computadora en educación se caracteriza por una clara inclinación hacia sistemas que involucran herramientas puestas a disposición de los alumnos, con el rol de facilitadoras para la indagación y la adquisición de conocimiento, en ambientes de aprendizaje colaborativos e interactivos.

Resultados interesantes sobre cómo la tecnología puede mejorar el aprendizaje, enfocan su atención en softwares dinámicos. En este sentido se pueden citar investigaciones realizadas en Argentina como:

- ❖ Gatica, S.N. y Ares, O.E. (2012) quien indagó su estudio en la importancia de la visualización y la necesidad de conversiones entre registros. San Luis.
- ❖ Aznar, M.A., Distéfano M.L., Prieto G. y Moler, E. (2010) analizó los errores en la conversión de representaciones de números complejos del registro gráfico al algebraico .Mar del Plata.

En Latinoamérica investigadores como:

- ❖ Villarraga R., Fredy Saavedra D. y otros (2012) han indagado los procesos cognitivos de representación en conexión con los tipos de procesos y pensamiento matemático empleando 10 software libres, entre ellos GeoGebra. Colombia.
- ❖ Bernal, M., Rodríguez, M. y otros (2013) investigaron sobre la coordinación de los diferentes registros de representación en Geometría Analítica utilizando GeoGebra.

México.

En Argentina son insipientes las investigaciones sobre esta temática utilizando GeoGebra, de allí que la UNCAUS con el propósito de intervenir alrededor de los problemas de la educación matemática plantea abordarlos con ésta nueva línea de investigación.

Metodología

Se realiza utilizando el método experimental-puro-cuantitativo cuyo objetivo es diseñar y evaluar la efectividad de secuencias didácticas utilizando el software GeoGebra, con el propósito de mejorar la aprehensión conceptual en geometría analítica, a través de la coordinación entre los diferentes registros de representación de un mismo objeto matemático.

Para ello, de acuerdo a los objetivos del proyecto se definieron los instrumentos de evaluación y se elaboraron las secuencias didácticas orientadas a trabajar con distintos registros de representación semiótica, como así también ejercicios que requieren de tratamientos y conversiones utilizando GeoGebra, ya que permite trabajar de ésta manera, a través de sus distintas vistas.

A modo de ejemplo se presenta una secuencia didáctica específica utilizando los diferentes registros de representación que ofrece GeoGebra a través de sus vistas: algebraica, cálculo simbólico y gráfica.

Tema: Ecuación de segundo grado sin término rectangular.

Objetivo:

- ❖ Reconocer por medio de los distintos registros si la ecuación es del género de una elipse o de una hipérbola.

Consigna:

- ❖ Escribir una ecuación de segundo grado sin término rectangular de la forma $ax^2 + bx + c = 0$, sin que a y c sean simultáneamente nulos.
- ❖ Asociar deslizadores a los coeficientes de los términos.
- ❖ Analizar las distintas posibilidades que se presentan cuando el producto de los términos cuadráticos es positivo, negativo o cero; y clasificar a la ecuación según corresponda al género de la elipse o de la hipérbola.
- ❖ Reescribir la ecuación anterior de la siguiente manera: $ax^2 + bx + c = 0$. Evaluar que ocurre cuando q es mayor, menor o igual a cero.

A modo de ejemplo, a continuación se da la respuesta cuando

La ecuación es del género de la elipse se presentan las siguientes posibilidades:

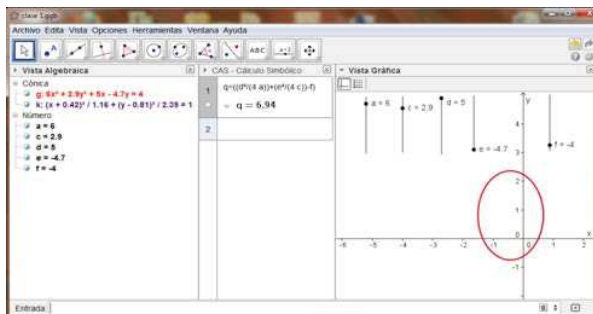


Figura 1. La gráfica es una elipse

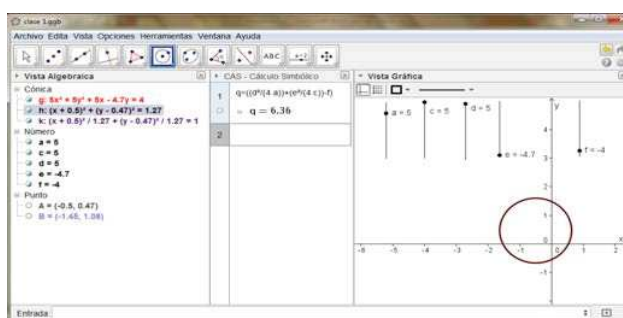


Figura 2. La gráfica es una circunferencia.

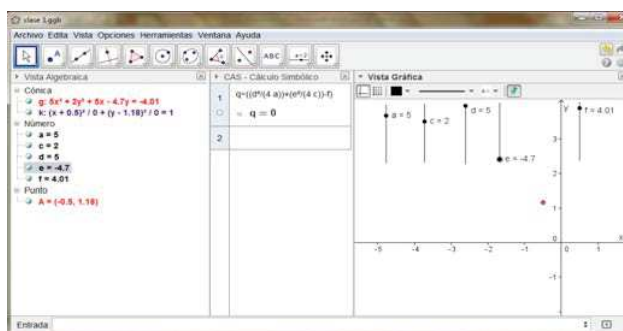


Figura 3. La gráfica se reduce a un punto de coordenadas

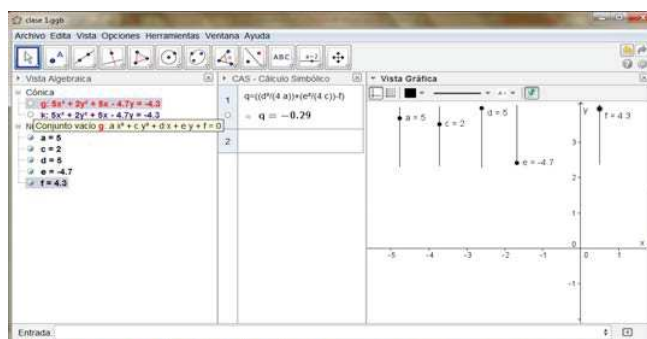


Figura 4. La gráfica es el conjunto vacío.

Conclusión

El presente trabajo está en ejecución, una vez concluido se espera que contribuya a:

- ❖ Profundizar sobre el conocimiento de actividades cognitivas ligadas a la semiosis del alumno de primer año de la UNCAUS.
- ❖ Reflexionar sobre la importancia de los sistemas semióticos de representación y de la utilización de software dinámicos en la didáctica de la Matemática.

De cumplirse con los objetivos propuestos, será un aporte científico para la Universidad Nacional del Chaco Austral.

Referencias bibliográficas

- Duval R. (1998). *Registros de representación semiótica y funcionamiento cognitivo del pensamiento*. En Investigaciones en Matemática Educativa II (Editor F. Hitt). Grupo Editorial Iberoamérica. Traducción de: Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, Vol. 5 (1993).
- Duval, R., (1992), *Gráficas y Ecuaciones: la articulación de dos registros*. En E. Sanchez (Ed.), *Antología en Educación Matemática*, (pp. 125-139). México: Sección de Matemáticas Educativa del CINVESTAV-IPN.
- Duval, R. (2004). *Semiosis y Pensamiento Humano*. Traducción de título original: *Sémiosis et Pensée Humaine*. *Registres sémiotiques et apprentissages intellectuels*. Universidad del Valle. Instituto de Educación y Pedagogía. PeterLang. S.A. Santiago de Cali, Colombia. 2ª ed.
- NCTM, (2000). *National Council of Teachers of Mathematics*. Principles and Standards of Mathematics 287-306.
- Santos, M. (2000). *Students' approaches to the use of technology in mathematical problem solving*. Paper presented at the working group Representation and Mathematics Visualization. PMENA, Tucson Arizona.