

PROPUESTA DE AULA: MODELACIÓN Y VISUALIZACIÓN DE LOS CONCEPTOS DEL CÁLCULO DIFERENCIAL, MEDIADOS CON LA HERRAMIENTA CABRI

Luís Albeiro Zabala Jaramillo y Marcela Parraguez González

Universidad De Medellín

Pontificia Universidad Católica de Valparaíso.

lzabala@udem.edu.co, marcela.parraguez@ucv.cl

Colombia

Chile

Resumen. El software Cabri fue inicialmente diseñado para la enseñanza de la geometría, sin embargo, por su directa incidencia en los conceptos del cálculo, presenta una amplia gama de aplicaciones y representaciones dinámicas en esta área. Basándonos en ella, diseñamos una propuesta de aula que contiene un tratamiento visual, dinámico e interactivo con Cabri en: Funciones de variable real, Límites, Continuidad; Derivadas y Aplicaciones (Pérez, 2006). La propuesta esencialmente resalta en su aplicación metodológica en aula, por tres elementos básicos: (1) Implementar el uso del Cabri en el aula de clase como herramienta básica, (2) Comprender los conceptos en forma ágil y coherente, a partir de la integración del concepto imagen –Visualización– y el concepto definición –definición que da el alumno al concepto– y (3) Modelar.

Palabras clave: Modelación, Visualización, Cabri, Dinámico, Cálculo

Abstract. The Cabri software was originally developed for the teaching of geometry, however, due to its direct impact on the concepts of calculus, it presents a wide range of applications and dynamic representations in this area. Based on it, we design a proposal to be developed in the classroom that contains a visual, dynamic and interactive use of Cabri in: Real Variable Functions, Limits, Continuity, Derivatives and Applications (Pérez, 2006). The proposal essentially highlights in its methodological application in the classroom with three basic elements: (1) Implement the use of Cabri in the classroom as a basic tool, (2) Understand the concepts in a quick and consistent, from the integration of image concept –Visualization– and concept definition –definition gives the student the concept– (3) Modeling

Key words: Modeling, Display, Cabri, Dynamic, Calculation

Introducción

Con base en la experiencia personal vivida como docente del curso inicial de CÁLCULO DIFERENCIAL, en diferentes centros universitarios de la ciudad de Medellín (EAFIT, UPB, Escuela de Ingenierías, U. de Medellín, entre otras) donde el índice de reprobación supera frecuentemente los umbrales del 30%, debido especialmente a la deficiencia matemáticas que los estudiantes traen del nivel secundario; por esta razón se proyectan continuamente estrategias académicas para superar esta insuficiencia en la educación secundaria y adelantar el programa sin mayores frustraciones por parte de los estudiantes. Sin embargo, en este proceso de nivelación se dedica mucho tiempo en horas extras para el desarrollo de los contenidos básicos, en desmedro, en gran parte, del tiempo que debe emplearse en el proceso de construcción conceptual, donde la tecnología tome un papel preponderante, facilitando la visualización y la modelación, y haciendo que el estudiante se vuelva protagonista de dicho proceso; no significa lo anterior que se enseñe de manera inadecuada, sino que no se invierte tiempo suficiente a elementos esenciales del proceso aprendizaje, lo cual le daría la posibilidad al estudiante de construir su pensamiento

matemático.

Teniendo en cuenta lo anterior y, sabiendo que la Universidad de Medellín no es ajena a esta problemática, se realizó la presente propuesta de investigación, la cual pretende acercarse a los niveles de comprensión y capacidades específicas que desarrolla un estudiante a través de la implementación del software Cabri como herramienta que facilita la modelación y visualización (interpretación) y a través de la construcción de los conceptos del Cálculo diferencial y el desarrollo de actividades dinámicas estudiantes-docente que serán socializadas y discutidas en el aula de clase.

La propuesta esencialmente resalta en su aplicación metodológica en aula, por tres elementos básicos:

1. Implementar el uso del Cabri en el aula de clase como herramienta básica, de tal forma que el estudiante sea un ente activo en su proceso de aprendizaje, orientado por el docente para socializar los conceptos a partir de los elementos previamente adquiridos por él.
2. Comprender los conceptos en forma ágil y coherente, a partir de la integración del concepto imagen –Visualización– y el concepto definición –definición que da el alumno al concepto–. En la propuesta esta interpretación se evidenciará en los estudiantes en la medida que elaboren conceptos matemáticos con ayuda del Cabri acorde a una situación problemática planteada.
3. Modelar: Se pretende que el estudiante con el software Cabri pase por el proceso completo que va desde enfrentarse a una situación problema hasta crear un modelo matemático (entendiendo Modelación como un proceso en el cual es muy importante lo que emerge, lo que ocurre, lo que los alumnos construyen, cómo argumentan, cómo validan, cómo consensuan para llegar a lo que quieren llegar y que no necesariamente es la expresión algebraica).

A través de un trabajo permanente y constructivo que los proponentes han realizado con alumnos de una universidad colombiana, con base al modelo de concepto imagen de (Tall y Vinner, 1981, p. 152): Estos autores postulan que “*el estudiante adquiere conceptos cuando construye una imagen del concepto*”, logrando integrar el concepto imagen y el concepto definición.

Marco teórico

Esta investigación utiliza el concepto imagen-definición de Tall y Vinner (1981), para estudiar las nociones de concepto imagen y concepto definición, y así mostrar su importancia en los procesos

de construcción de pensamiento matemático, tanto en la detección de obstáculos de aprendizaje como en la superación de los mismos, y facilitar así la construcción de conceptos matemáticos.

Concepto Imagen y Concepto Definición

Vinner (1991) introduce los términos concepto imagen y concepto definición, para describir la forma en cómo trabaja la estructura conceptual de una persona y con los cuales es posible explicar algunos errores conceptuales. El término concepto imagen se usa para describir toda la estructura cognitiva asociada con un concepto, pueden ser representaciones visuales del concepto, cuadros mentales, colecciones de impresiones o experiencias, que son traducidas en formas verbales. El concepto definición es una forma de palabra usada para especificar algún concepto, en realidad son las palabras que usa un individuo para dar su propia explicación de su concepto imagen evocada. Así, el concepto definición personal de un individuo, difiere del concepto definición formal que es el aceptado por la comunidad matemática. El conflicto entre la imagen conceptual de un concepto y la definición de dicho concepto, significa en la práctica, la ausencia de una verdadera comprensión del concepto, Tall y Vinner (1981).

Objetivos

Propuestos Vs. Obtenidos

En la tabla I se observan los resultados del grupo experimental. Si bien es cierto no aparecen en la tablas datos del grupo control, no es menos cierto que en la tabla “ALGUNOS LOGROS ALCANZADOS EN EL GRUPO EXPERIMENTAL” se recogen directamente observaciones, implicaciones y conclusiones de dicho trabajo, y que adicionalmente le permite al lector de este documento, una mayor agilidad para identificar algunas de la metas trazadas al inicio del mismo.

Tabla I. Algunos de los logros alcanzados en el grupo Experimental. (Fuente: Luz Ángela Castañeda Bejarano).

PROPUESTOS	ALGUNOS RESULTADOS OBTENIDOS (En el grupo Experimental)
1. Utilizar Cabri como herramienta mediadora del desarrollo de habilidades de razonamiento.	Por medio de la visualización, a través del Cabri, se pudo integrar el concepto imagen y el concepto definición al interactuar con los estudiantes, mostrando así la comprensión de los conceptos.
2. Interpretar los conceptos de cálculo diferencial a través de la modelación matemática.	Identificaron modelos matemáticos a través de los criterios de la primera y segunda derivada como consecuencia de las aplicaciones que hicieron de lecturas del Cabri.

3. Identificar mediante la visualización los criterios y conceptos matemáticos en cálculo diferencial.	Lograron con ayuda de la visualización y la interacción docente-estudiante, integrar el concepto definición de los conceptos del Cálculo Diferencial, especialmente función, límite de una función, continuidad de una función y puntos críticos de una función.
--	--

Otros hallazgos

El docente detecta:

- ❖ Actitudes de aceptación y manejo de los conceptos matemáticos con una naturalidad adecuada al nivel del curso en el que están.
- ❖ Gusto por la temática de trabajo a través de consultas personales sobre problemas nuevos, que no se le han propuesto.
- ❖ Mayor seguridad en la participación activa en clase sobre los nuevos conceptos que se van presentando, así como de la importancia de la construcción de los conceptos, ya que potencia el desarrollo intelectual, en lugar de preocuparse de la transmisión de los contenidos.

De los anteriores objetivos propuestos vs obtenidos, así como de otros hallazgos, se vieron materializadas en la forma como los informantes adquirieron a partir del concepto-imagen y concepto definición (Tall y Vinner, 1981) la graficación desde su concepto básico (el manejo del lugar geométrico) y a la conceptualización, para la aplicación del objeto a dinamizar. En la figura 1, presentamos algunas de las graficas obtenidas como resultados de la aplicación de esta propuesta.

CONCEPTO DE LÍMITE

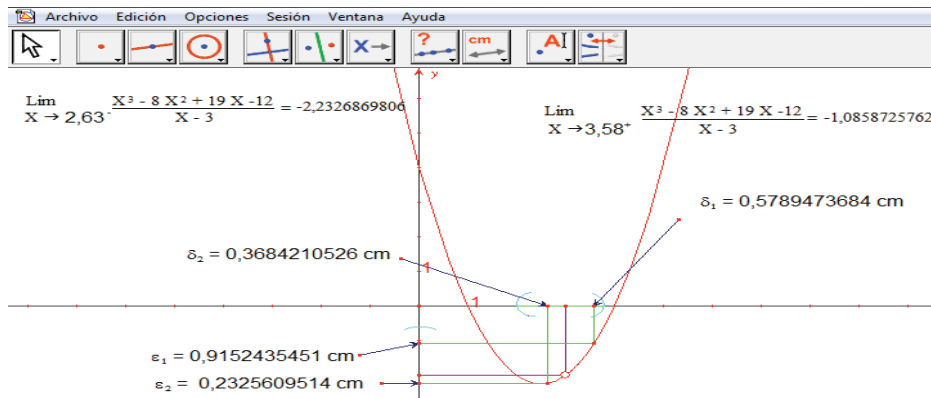


Figura 1. Algunas de las graficas obtenidas como resultados de la aplicación de esta propuesta.

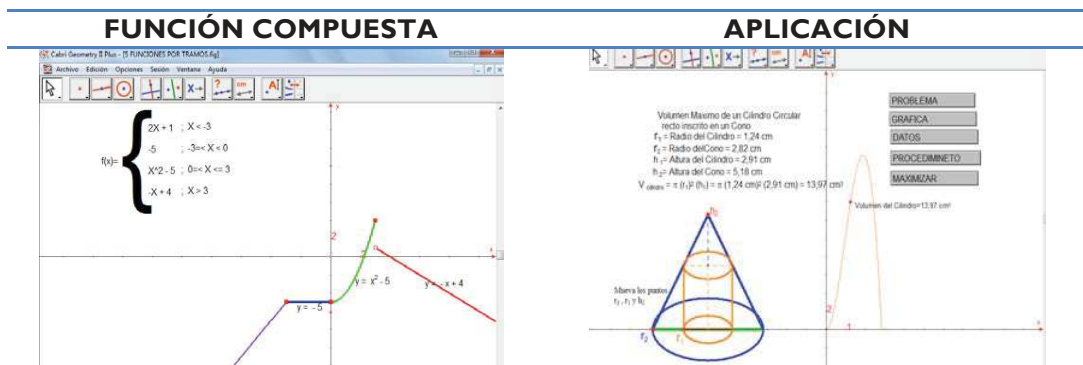


Figura 1. Algunas de las graficas obtenidas como resultados de la aplicación de esta propuesta (Continuación).

Análisis estadístico de la construcción de conceptos

El análisis estadístico que realizamos, muestra que el tratamiento de la estrategia didáctica en los grupos experimental y control, tomando diferentes test en ambos grupos, indica que si hay un mejoramiento en el aprendizaje.

Una gratísima experiencia, en estos instantes de la investigación, se recoge en la forma – espontánea en la mayoría de los casos– cómo los estudiantes se atreven a expresar en sus propias palabras los conceptos e ideas que van enfrentando, apoyados claro está, en la seguridad psicológica que aporta la visualización de las imágenes que antes eran sólo ideales y ahora las pueden manipular físicamente, generando entonces el puente entre el concepto imagen y el concepto definición. No se puede desconocer, que en un principio la elaboración gramatical de sus “nuevas ideas” presenta fallas en su redacción, pero de igual forma, tampoco se puede desconocer el amable avance en el proceso de aprendizaje

Prueba diagnóstica

Los siguientes análisis fueron realizados mediante la herramienta “Análisis de Datos” de Excel. Se procede a comparar las medias poblacionales del desempeño de los dos grupos respecto a los conceptos previos, pero antes se requiere saber si las varianzas son estadísticamente iguales o diferentes para determinar el tipo de prueba para la diferencia de medias, (Tabla 2)

Tabla 2. Prueba F para varianzas de dos muestra.		
	Experimental	Control
Media	2,457142857	2,015789474
Varianza	1,644175824	0,90251462
Observaciones	14	19
Grados de libertad	13	18
P(F<=f) una cola	0,118122803	

En este caso la variabilidad de ambas pruebas diagnósticas es la misma, indicando que los dos grupos son homogéneos respecto al conocimiento de los conceptos previos, es decir, que no se advierten ventajas principales del rendimiento de un grupo respecto al otro y por lo tanto son aptos estadísticamente para la comparación. Sólo es necesario probar que ambos tienen la misma media en la prueba diagnóstica.

En efecto, las dos poblaciones tienen las mismas características alrededor de los conceptos, las dos poblaciones son homogéneas, ningún grupo domina al otro, por lo que se puede aplicar la metodología didáctica, se puede decir que la segunda prueba diagnóstica da mejor cuenta de los conceptos previos de los estudiantes y muestra que la elección de los dos grupos no está sesgada, (Tabla 3).

Tabla 3. Prueba t para dos muestras suponiendo varianzas iguales		
	Experimental	Control
Media	2,45714286	2,01578947
Varianza	1,64417582	0,90251462
Observaciones	14	19
Varianza agrupada	1,21353383	
Diferencia hipotética de las medias	0	
Grados de libertad	31	
$P(T \leq t)$ una cola	0,1320264	
$P(T \leq t)$ dos colas	0,26405279	

Prueba final

Esta prueba rechaza significativamente la igualdad de varianzas en el rendimiento de la prueba final, desde los dos métodos de enseñanza. Más aún, la variabilidad de los resultados del examen final con el método tradicional duplica estadísticamente aquella obtenida con el método experimental. Esto indica que el método experimental tiene una mayor consistencia respecto a la media que el método tradicional, indicando que hay un mejor cubrimiento de la población, evitando como es usual en el método tradicional, que los estudiantes con calificaciones extremas altas o bajas expliquen su desempeño por cualidades particulares y no por el método. Se procede ahora a probar que no sólo la variabilidad está a favor del método experimental, sino que también la media del rendimiento en la prueba final sobrepasa estadísticamente al método tradicional, (Tabla 4).

Tabla 4. Prueba F para varianzas de dos muestras		
	Experimental	Control
Media	2,992857143	2,231578947
Varianza	0,31456044	0,824502924
Observaciones	14	19
Grados de libertad	13	18
P(F<=f) una cola	0,041092463	

Estadísticamente se advierte que hay una diferencia significativa amplia respecto al rendimiento según los dos métodos y a favor del método experimental. En conclusión el método didáctico implementado supera estadísticamente al tradicional, no sólo en rendimiento sino en consistencia,

Tabla 5. Prueba t para dos muestras suponiendo varianzas desiguales		
	Experimental	Control
Media	2,99285714	2,23157895
Varianza	0,31456044	0,82450292
Observaciones	14	19
Grados de libertad	0	
P(F<=f) una cola	30	

Conclusiones

- ❖ El CABRI como recurso didáctico, aporta al estudiante (usuario) una ampliación en imágenes y en apoyo, a los conceptos previos que tenía al enfrentar la nueva temática;
- ❖ El CABRI, entonces, no aporta conceptos nuevos sino que refuerza los que “precariamente” ya se tenían;
- ❖ Los “refuerzos” aludidos en el numeral anterior, son ampliaciones conceptuales que el estudiante comienza a interiorizar, pero siempre fundamentados en las bases previas con las que llega a enfrentar cada temática;
- ❖ La versatilidad del manejo de imágenes aportadas por el CABRI, es un imán amigable para todos los que se “recrean” con sus recursos, pero especialmente para estudiantes con prevenciones negativas hacia la asignatura, dado que ven en ello una opción grata de fácil aprendizaje de temas para los cuales ellos mismos se consideraban negados;

Referencias bibliográficas

Pérez C, P. (2006). *Matemática Asistida por Ordenador Cálculo Infinitesimal*. Valencia: Editorial de la Universidad Politécnica de Valencia, España.

Tall, D., & Vinner, S. (1981). *Concept image and concept definition in mathematics with particular reference to limits and continuity*. Educational Studies in Mathematics, 151-169.

Vinner, S. (1991). *The Role of Definitions in the Teaching and Learning of Mathematics*. En D. O. Tall, *Advanced Mathematical Thinking*, pp. 65-79. Boston: Kluwer.