

## MODELOS MATEMÁTICOS

Víctor Martínez Luaces, Patricia Camarena Gallardo y María Salett Biembengut  
U. de la República Oriental de Uruguay, IPN de México, U. Regional de Blumenau  
Uruguay, México y Brasil  
victorml@fing.edu.uy, patypoli@prodigy.net.mx

### Resumen

Este reporte corresponde a la contribución colectiva que surgió del debate del Grupo de Discusión y trabajo titulado: *Modelos Matemáticos*. En éste se abordan las siguientes preguntas: a) ¿Por qué los modelos matemáticos en los diferentes niveles educativos?. b) ¿Qué relación existe entre los modelos matemáticos, la resolución de problemas y la matemática en el contexto de las ciencias?. Al mismo tiempo que se da información acerca de las investigaciones que se han enfocado a los modelos matemáticos: Caracterización de lo que son los modelos matemáticos; clasificación de los modelos matemáticos; ejemplos de modelos matemáticos; etc.

Concluyendo con las opiniones de los asistentes para enriquecer este trabajo.

### Introducción

El Grupo de Trabajo titulado: "Modelos Matemáticos" pretende que se discuta y reflexione acerca del tema de modelos matemáticos. Esto significa que se aborden las interrogantes que indagan acerca de ¿por qué los modelos matemáticos en los diferentes niveles educativos?, ¿qué relación existe entre los modelos matemáticos, la resolución de problemas y la matemática en el contexto de las ciencias?, ¿cómo incorporar los modelos matemáticos a las aulas de clases?

Es menester mencionar que los participantes de este grupo de trabajo fueron: José Ortiz de Venezuela; de Chile participaron cinco colegas: Renate Laudien, Gladys González, Francisco Navia, Patricia López y Hernán Muñoz; los asistentes de México fueron: Julieta Verdugo, Claudia Muro y Luis Briceño; la décima persona fue Verónica Molfino de Uruguay; más los responsables del grupo de trabajo.

Para el desarrollo de las sesiones del Grupo de Trabajo las actividades se dividieron en dos grandes rubros.

La primera sesión se concibió en dos etapas, la que estuvo enfocada a abordar por parte de los conductores del Grupo de Trabajo las siguientes preguntas: a) ¿Por qué los modelos matemáticos en los diferentes niveles educativos?. b) ¿Qué relación existe entre los modelos matemáticos, la resolución de problemas y la matemática en el contexto de las ciencias?. La segunda etapa se dedicó a dar información acerca de las investigaciones que se han enfocado a los modelos matemáticos: Caracterización de lo que son los modelos matemáticos; clasificación de los modelos matemáticos; ejemplos de modelos matemáticos.

La segunda sesión se desarrolló en base al debate sobre los modelos matemáticos.

### Desarrollo

Acerca de la interrogante de por qué los modelos matemáticos en los diferentes niveles educativos se presentó la siguiente cita:

*Uno de los propósitos de que la matemática esté incorporada en los diferentes niveles educativos es que la matemática apoye al individuo a*

*resolver problemas de su vida cotidiana y laboral. Un elemento que se destaca de la resolución de problemas es la formulación del modelo matemático, razón por la cual deben estar considerados los modelos matemáticos en todos los niveles educativos (Camarena, 2000).*

Respecto a la segunda interrogante se comentó lo siguiente que la resolución de problemas, como su nombre lo indica, se aboca a que el alumno resuelva problemas, que pueden ser dentro de la propia matemática o de aplicación de la matemática. Desde el punto de vista de la investigación se sabe que están presentes diferentes elementos cognitivos y psicológicos al momento de llevar a cabo la resolución de un problema, lo que determina la teoría de la resolución de problemas, denominada en otros ámbitos como "problem solving" o PBL.

Para el logro de la solución del problema planteado se hace necesario construir uno o más modelos matemáticos, lo que muestra que los modelos matemáticos son una parte de la resolución de problemas.

La matemática en el contexto de las ciencias es una teoría que aborda la problemática de la enseñanza y aprendizaje de la matemática en carreras en donde la matemática no es una meta por sí misma. Posee cinco fases: didáctica, cognitiva, epistemológica, curricular y de formación de docentes. La fase curricular incluye una metodología para el diseño de programas de estudio de matemáticas, la cual se denomina DIPCIING (Camarena, 1984). La fase cognitiva ofrece resultados de investigaciones en donde la motivación hacia el aprendizaje de la matemática se acrecenta con la matemática en contexto; también se ha determinado que para que el estudiante pueda construir su conocimiento es necesario que transite por diversos registros: numérico, algebraico, analítico, visual y contextual (Camarena, 1999). La fase epistemológica posee diversos resultados entre los más relevantes es el constructo teórico de nominado "transposición contextualizada", en donde se establece que la matemática escolar tiene que sufrir transformaciones para ser una matemática de aplicación (Camarena, 2001). La fase de formación docente contempla una propuesta para los profesores denominada: Especialidad en docencia de la ingeniería matemática en electrónica (Camarena, 1990). Finalmente la fase didáctica posee una propuesta didáctica con el auxilio de la resolución de problemas (denominada: Matemáticas en Contexto), sólo que en la matemática en contexto se abordan problemas que están vinculados con las demás asignaturas que cursa el estudiante y con problemas de su vida cotidiana; la intención de la propuesta didáctica es favorecer la construcción del conocimiento y la transferencia del conocimiento en el estudiante y desarrollar las competencias laborales del futuro profesionista (Camarena, 1987, 1993 y 2000).

Como se puede ver la resolución de problemas aborda cualquier tipo de problema, incluyendo los de la misma matemática, y pretende la construcción del conocimiento. Mientras que la matemática en el contexto de las ciencias trabaja la resolución de problemas abordando problemas vinculados con las demás asignaturas del estudiante y problemas de su vida cotidiana.

Las diferencias más sustanciales son lo que persigue cada una de estas dos teorías. La resolución de problemas busca construir el conocimiento y la matemática en el contexto de las ciencias pretende favorecer la transferencia del conocimiento, construir el conocimiento y desarrollar competencias laborales.

Correspondiente a los modelos matemáticos se presentaron ejemplos fundamentalmente vinculados a las Ecuaciones en Derivadas Parciales (E.D.P.), vinculadas principalmente a problemas de difusión. En tal sentido, es conveniente observar que la mayoría de los textos vinculan las E.D.P. parabólicas (que son las que se utilizan en problemas de Difusión), a problemas de Transmisión de Calor. Por este motivo, se optó por presentar ejemplos innovadores, donde se modelan problemas concretos de Transferencia de Masa, vinculados a la Ingeniería Química, la Ingeniería de Alimentos, la Ingeniería Ambiental y otras ramas de la Ingeniería (Martínez Luaces, V., en prensa).

Otro concepto matemático de suma utilidad en la modelación de problemas es la Transformada de Laplace. Esta herramienta es usual en problemas de Teoría de Circuitos, pero su utilidad es menos conocida en otro tipo de problemas, como los vinculados al Diseño de Reactores. Esto si bien a priori puede parecer excesivamente técnico, ha sido presentado (en versiones simplificadas) a Profesores de Matemática de distintos países latinoamericanos, que han podido acceder exitosamente a este tipo de problemas. En efecto, como ya se mencionó en un trabajo anterior basado en un mini-curso de RELME XV, estos problemas en algunos casos tienen muy pocos requisitos y resultan sumamente accesibles tanto para los alumnos como para profesores que no necesariamente tienen formación en Ingeniería (Martínez Luaces, 2001).

En lo que tiene que ver con las Ecuaciones Diferenciales Ordinarias (E.D.O.), también hay aplicaciones menos comunes que las habituales, en áreas tales como la Cinética de las Reacciones Químicas (Martínez Luaces, V. y Guineo Cobs, G., 2002). Algunas de estas aplicaciones tienen mucho interés del punto de vista educativo y presentan la posibilidad de una enseñanza interactiva y multidisciplinaria, no sólo de las E.D.O., sino también de los métodos numéricos asociados a las mismas (Guineo Cobs, G. y Martínez Luaces, V., 2002).

El modelado matemático no sólo se puede ejemplificar a través de las Ecuaciones Diferenciales (E.D.O. y E.D.P.), o de las Transformadas Integrales (en particular, de la Transformada de Laplace). Como ya se mencionó, hay ejemplos interesantes de Cálculo Numérico y también pueden presentarse modelos en los que se recurre al pensamiento probabilístico o estocástico. Ejemplos de esto último han sido ampliamente analizados y discutidos en un trabajo presentado en RELME XII, publicado dos años más tarde en una versión más completa (Martínez Luaces, V. y Cuitiño, E., 2000).

Esto permitiría en principio una primera caracterización de los modelos matemáticos que se aplican en otras disciplinas, atendiendo a si se trata de modelos analíticos, numéricos, o estocásticos. Sin embargo, ese tipo de clasificación no realiza un aporte muy significativo, ya que sólo toma en cuenta la rama de la Matemática que se utiliza en la confección del modelo. Por este motivo, existen otras clasificaciones más profundas de los modelos matemáticos y en particular, se menciona en el grupo de trabajo, un criterio de clasificación que es específico para los modelos utilizados en Ingeniería.

La caracterización y clasificación de los modelos matemáticos en ingeniería es la que emerge del proyecto de investigación cuya referencia es Camarena (2000). En la ingeniería se matematizan problemas, objetos y situaciones. Se caracteriza a un

modelo matemático como aquella relación matemática que describe objetos o problemas de la ingeniería. Se clasifican a los modelos según si se trata de un objeto o un problema como se muestra en el cuadro No. 1.

CARACTERIZACIÓN DE LOS MODELOS MATEMÁTICOS					
Modelaje de objetos de la ingeniería		Modelaje de problemas de la ingeniería			
La clasificación está en función del uso que le da la ingeniería		La clasificación está en función de las áreas cognitivas de la ingeniería			
Modelos Estáticos	Modelos dinámicos	Modelos de primera generación	Modelos de segunda generación	Modelos de tercera generación	Modelos de cuarta generación

Cuadro No. 1. Clasificación de los modelos matemáticos según su caracterización

### La discusión del grupo

Con los elementos descritos de investigaciones previas de los conductores del grupo de trabajo se propuso la discusión.

Los participantes mostraron gran preocupación por la falta de preparación de los docentes acerca de la modelación matemática. Por lo que se propuso que para la incorporación del tema de modelación matemática en las aulas de clase se le debería de dar una preparación previa a los docentes incluyendo ejemplos concretos de modelos como los expuestos en las sesiones de trabajo de este grupo, así como la caracterización y clasificación de los modelos matemáticos para graduar su dificultad con propósitos de enseñanza.

Otro punto en el debate fue la incorporación de la tecnología electrónica para la resolución de problemas. Se comentó acerca de los avances que hay en esta dirección como los que se desarrollan en México en el nivel medio superior por parte de profesores de la Universidad Nacional Autónoma de México y el Instituto Politécnico Nacional y en Uruguay en la Universidad de la República Oriental de Uruguay.

Otro punto que salió a la luz de la discusión fue el hecho de distinguir entre modelos matemáticos de problemas de la industria y modelos matemáticos de problemas “simples” con propósitos de enseñanza. Al respecto se comentó que en cada uno de los países de los participantes hay personas con formación de matemáticos que se dedican a la modelación matemática de problemas de la industria.

Para finalizar se mira la necesidad de tratar este tema de forma continua.

### Bibliografía

- Bassanezi, R.. (2002) *Modelagem Matemática no Ensino-Aprendizagem*. Editora Contexto: San Paulo,.
- Beimbergut, (1999) Maria Salett. *Modelagem Matemática & Implicações no Ensino-aprendizagem de Matemática*. Editora da FURB: Blumenau,.
- Biembengut, Maria Salett e Hein, Nelson. (2003) *Modelagem Matemática no Ensino*. 3ª ed. Editora Contexto: San Paulo,.
- Camarena G. Patricia, (1984). *El currículo de las matemáticas en ingeniería*. Mesas redondas sobre definición de líneas de investigación en el IPN, México.
- Camarena G. Patricia, (1987). *Diseño de un curso de ecuaciones diferenciales en el contexto de los circuitos*

- eléctricos*. Tesis de Maestría en Ciencias con especialidad en Matemática Educativa, CINVESTAV-IPN, México.
- Camarena G. P. (1990). Especialidad en docencia de la ingeniería matemática en electrónica. Edit. ESIME-IPN.
- Camarena G. Patricia, (1993). Curso de análisis de Fourier en el contexto del análisis de señales eléctricas. ESIME-IPN, México.
- Camarena G. P., Rocha M. (1997). Modelos matemáticos de la electricidad y magnetismo. XI Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa, Morelia.
- Camarena G. Patricia, (1999). Reporte del proyecto de investigación titulado: Etapas de la matemática en el contexto de la ingeniería. ESIME-IPN, México.
- Camarena G. P. (2000). *Reporte de investigación titulado: Los modelos matemáticos* como etapa de la matemática en el contexto de la ingeniería. ESIME-IPN, México.
- Camarena G. Patricia, (2001). Las Funciones Generalizadas en Ingeniería, construcción de una alternativa didáctica. Colección: Biblioteca de la Educación Superior, Serie Investigaciones, ANUIES, México
- De Bono Edward (1997). *El pensamiento lateral, manual de creatividad*. Paidós Empresa 5.
- Discusión Document-8(2002) ICMI. Applications and Modeling in Mathematics Education. Study 14. ICMI, Guineo Cobs, G. y Martínez Luaces, V., 2002, "Electrocatalytic Reactions: an interesting problem of Numerical Calculus" CD: Second International Conference on the Teaching of Mathematics, Editado por Wiley & sons. Co.
- Martínez Luaces, V. y Cuitiño E., (2000). Estadística para Químicos: ¿Qué enseñar? Acta Latinoamericana de Matemática Educativa, Vol. 13, 198-204.
- Martínez Luaces, V., (2002) El modelado en la enseñanza de Matemática como asignatura de servicio presentado en la VI Reunión de Didáctica de Matemática del Como Sur, Buenos Aires. Argentina. Julio. Martínez L., V. y Guineo C., (2002). Un problema de Electroquímica y su Modelación Matemática, Anuario Latinoamericano de Educación Química, ISSN 0328 – 087X. Pp. 272 – 276.
- Martínez Luaces, V., (1997). Algunas reflexiones sobre la resolución de problemas, Actas de la XI Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa (RELME 11), Morelia, México.
- Martínez Luaces, V., (2001). Ecuaciones Diferenciales con aplicaciones, Acta Latinoamericana de Matemática Educativa, Vol. 15-1, 49-54.
- Martínez Luaces, V., Guineo Cobs, G. (2002) Las EDP en problemas industriales de secado de alimentos: su resolución analítica y su transferencia al aula, III Seminario Internacional de Matemática, Física e Informática Educativa. Camagüey, Cuba.
- Martínez Luaces, V., en prensa. "Mass Transfer: the other half of parabolic P.D.E." New Zealand Journal of Mathematics, Nueva Zelanda.
- Mochón Simón, (1997). *Modelos matemáticos para todos los niveles*. Actas de la undécima Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa, Grupo Editorial Iberoamérica, México
- Nickerson Raymond S., Perkins David N. y Smith Edward E. (1994). *Enseñar a pensar, aspectos de la aptitud intelectual*. Editorial Paidós.
- Polya G. (1976). *Cómo plantear y resolver problemas*. Editorial Trillas
- Santos Trigo Luz Manuel (1997). *Principios y métodos de la resolución de problemas en el aprendizaje de las matemáticas*. Grupo Editorial Iberoamérica S. A. de C. V.