

## INNOVACIÓN EN LA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA PARA LA CARRERA DE PSICOLOGÍA EN LA UNIVERSIDAD DE VIÑA DEL MAR

Roberto C. Doniez Soro, Marco A. Rosales Riady.  
Universidad de Viña del Mar, Chile  
[rdoniez@uvm.cl](mailto:rdoniez@uvm.cl), [m\\_a\\_rosales@123mail.cl](mailto:m_a_rosales@123mail.cl)

### Resumen

Nos proponemos dar a conocer un proyecto de innovación docente, que están realizando el Departamento de Matemática y la Escuela de Psicología. El proyecto apunta al diseño, implementación y experimentación de estrategias de enseñanza y aprendizaje, sustentadas en la Ingeniería Didáctica, en los Cambios de Registros, la Visualización y uso de Nuevas Tecnologías, en una asignatura de Matemática para los alumnos de la Carrera de Psicología. Se propone un cambio curricular que acentúe lo formativo y disminuya el carácter instrumental de la asignatura, de tal manera de lograr que los estudiantes adquieran habilidades y desarrollen capacidades en las que utilicen estrategias metacognitivas en la resolución de problemas. La asignatura considera dos sesiones semanales, cátedra y taller. Los contenidos se estructuran en tres módulos didácticos (Razonamiento Matemático, Triángulo de Pascal y Funcionalidad), cada uno con una palabra clave: Método Científico, Algoritmo y Modelo. El sistema de evaluación consistente en trabajos grupales (por módulo) denominados “Proyectos por Módulo” y un examen individual final. Los ajustes y modificaciones que incorpora la réplica de esta asignatura, nacieron de las observaciones propuestas tanto por los alumnos y los profesores de la asignatura piloto, como por profesores de asignaturas en que la matemática es prerrequisito.

### Antecedentes

Esta asignatura comenzó a dictarse el año 1997 y mantuvo su carácter instrumental hasta el año 2001. A fines de ese año la dirección de la Carrera le solicita al Departamento de Matemática un cambio curricular en la asignatura. Entonces un grupo de profesores comienza a diseñar el cambio curricular requerido, que terminará por acentuar el carácter formativo por sobre el instrumental, de manera que los estudiantes finalmente adquieran las competencias necesarias para la resolución de problemas basados en los contenidos matemáticos de la Enseñanza Media.

### Objetivos

Las siguientes intenciones didácticas estructuran este cambio curricular:

- Diseñar e implementar un nuevo curso para la Carrera de Psicología, ante los requerimientos de la Dirección de la Carrera.
- Propiciar el cambio curricular que acentúe lo formativo y disminuya el carácter instrumental de la asignatura.
- Diseñar, implementar y experimentar estrategias de enseñanza y aprendizaje a través de la resolución de problemas, sustentadas en: Ingeniería Didáctica, Cambios de Registro, Visualización y uso de Nuevas Tecnologías.
- Generar las instancias para que los estudiantes adquieran habilidades y desarrollen sus capacidades metacognitivas en la resolución de problemas, de manera que éstas les permitan un mejor desempeño en sus estudios superiores.

### Elementos para conformar un Marco Teórico

En nuestra propuesta docente hemos considerado:

- La Ingeniería Didáctica y sus fases como metodología de Investigación ya que permite estudiar las diversas interacciones dentro de la sala de clase, tales como: los procesos de aprendizaje de los alumnos, los procesos paramatemáticos utilizados por ellos (argumentación, demostración, justificación...) y las estrategias didácticas globales (resolución de problemas en forma grupal, debate).
- La Visualización, pues ella es una herramienta muy útil a la hora de resolver los problemas propuestos, teniendo en cuenta que nuestros estudiantes poseen un escaso dominio formal en Matemática, pero un hábito en la práctica visual.
- Los Cambios de Registros de Representación, a través de los cuales los estudiantes aprenden a valorar la diversidad de estrategias que tienen para resolver un problema planteado, dando cuenta así de la riqueza del problema. Creemos que así los estudiantes mejorarán y desarrollarán más aún sus habilidades y capacidades cognitivas, al interior de cada uno de sus proyectos educativos.
- El uso de Nuevas Tecnologías en la elaboración y defensa de los Proyectos: Word, Excel, PowerPoint e Internet.
- Todo esto dentro del Modelo Aproximativo, que está centrado en la construcción del saber por el alumno. Donde el profesor propone y organiza una serie de situaciones con distintos obstáculos (variables didácticas dentro de estas situaciones), organiza las diferentes fases (acción, formulación, validación, institucionalización), organiza la comunicación dentro de la clase, propone en el momento adecuado los elementos convencionales del saber (notaciones, terminología, etc.). Donde el alumno ensaya busca, propone soluciones, las confronta con las de sus compañeros, las defiende o las discute y el saber es considerado con su lógica propia.

### **Estructura de la Asignatura**

La asignatura ha contemplado una extensión normal de 16 semanas, con una sesión de cátedra y otra de taller. Los contenidos se han separado en tres Módulos Didácticos cada uno asociado con una palabra clave que lo orienta: Razonamiento Matemático –Método Científico, Triángulo de Pascal – Algoritmo y Funcionalidad – Modelo, cada uno con una duración de 4 semanas, con 4 sesiones de cátedra, 4 de taller y un Proyecto que intenta ser una actividad abarcadora que incluya aspectos transversales.

- A propósito de las Sesiones de Cátedra: Cada sesión de cátedra está dividida en: a) un conjunto de citas para reflexionar grupalmente (se espera interactividad: profesor-alumno y alumno-alumno), b) un conjunto de problemas de pensamiento lateral para resolver grupalmente, c) un pequeño diccionario matemático de conceptos, notaciones y nomenclaturas a la manera de notas históricas y de núcleo y d) un conjunto de problemas para el trabajo del profesor, en los que se revisan conceptos, notaciones, teoremas y métodos, y las palabras claves del módulo.
- A propósito de las Sesiones de Taller: En ellas se trabaja en grupos (de 3 o 4 integrantes) una Hoja de Trabajo (1 por sesión) dividida en dos partes: una para ser abordada en el aula (4 problemas) y otra para extender el trabajo más allá del aula (2 problemas). Cada sesión comienza con una revisión de los problemas no abordados en la sesión anterior. Se pide que cada alumno lleve una carpeta de registro de los problemas discutidos y resueltos. La semana que se recogen los Proyectos, el taller está

dedicado a la defensa oral del proyecto correspondiente, por algunos grupos seleccionados al azar.

- A propósito de los Proyectos por Módulos: Deben realizar tres Proyectos, cada uno de los cuales considera aspectos de forma, contenido y evaluación.
- Aspectos Formales: Cada Proyecto se entrega para ser resuelto grupalmente, ciñéndose a pautas preestablecidas y dentro de un tiempo máximo de dos semanas.
- Aspectos de Contenido: Cada proyecto consiste de 7 items separados en dos partes. Los tres primeros referidos a: citas, pensamiento lateral y la palabra clave. La palabra clave supone cierta familiaridad con Internet (búsqueda de temas, selección y síntesis de ideas). Los 4 problemas restantes más “matemáticos” en su planteamiento y resolución, han sido elegidos en concordancia a la palabra clave. Los de la Primera Unidad Didáctica son problemas de razonamiento con énfasis en el Método Científico: lectura del enunciado, separación de hipótesis, nominación de variables, desarrollo, resultados o soluciones, verificación. Los problemas de la Segunda Unidad tienen como objeto de estudio el Triángulo de Pascal, permiten entender el concepto de Algoritmo (proceso finito que se desarrolla por pasos y tiene como objetivo resolver un problema determinado). Los de la Tercera Unidad se basan en los conceptos de correspondencia y funcionalidad (permiten revisar los conceptos de proporcionalidad, porcentaje y escalas) vinculados con el concepto de Modelo (fundamental en la Ciencia Contemporánea). Se han privilegiado aquellos problemas que pueden abordarse a través de varios caminos (explicación literal, usando esquemas de pensamiento lateral, tablas aritméticas, trabajo algebraico, visualización, construcción material). También se ha pensado elegir aquellos que admitan respuestas múltiples.
- Aspectos Evaluativos: La nota de cada Proyecto resulta de la ponderación de varias notas. 20% en Formalidades, 60% en Desarrollo del Proyecto y un 20% en Auto y Co-Evaluación, indicadas en las columnas A, B y C de la matriz, y la nota del proyecto está dada por la fórmula:  $N = A \times 0,2 + B \times 0,6 + C \times 0,2$

	G	1	1	1	1	2	2	7	7	A	4	4	4	4	4	4	28	B	C	N	
1	Mena Luisa	1																			
2	Páiz Ana	1																			
	↓																				
25	Urbina Fabula	7																			
26	Wéite Hugo	7																			
			Fecha entrega	Carpeta Plasmificada	Papel carta	Todo en disco	Formato Word	Ortografía y redacción	Puntos	Nota formalidades	Problema 1	Problema 2	Problema 3	Problema 4	Problema 5	Problema 6	Problema 7	Puntos	Nota Problemas	Auto y co-evaluación	Nota Proyecto

Para cada una de las la asignaciones de nota se utilizó la norma dada por:

$$N = \begin{cases} \frac{3P}{C} + 1 & \text{si } 0 \leq P \leq C \\ \frac{3(T - P)}{T - C} + 4 & \text{si } C \leq P \leq T \end{cases}$$

**T** puntaje **P** puntaje obtenido **C** puntaje mínimo de aprobación **N** nota obtenida total

- Para la auto-evaluación y co-evaluación de los proyectos grupales los estudiantes tuvieron que completar la siguiente tabla:

Los 5 primeros items son evaluados individualmente, siendo lo más honestos posible. Los restantes integrantes del grupo asignan a conciencia una nota por el desempeño global del que falta en el items 6. Las Notas de la Auto-evaluación (N1), Co-evaluación (N2) y Nota Final (N) se obtienen aplicando las fórmulas:

Participantes→ Items ↓	Nombres			
	Mena Luis	Páris Ana		
1. Mi nivel de compromiso				
2. Mi aporte de ideas				
3. Mi grado de iniciativa				
4. Mi capacidad de trabajo				
5. Mi grado de participación				
6. La nota que mis compañeros me asignan				
La Nota final de auto y co-evaluación que obtengo es				

$$N_1 = \frac{Item1 + \dots + Item5}{5}$$

$$N_2 = Item6$$

$$N = \frac{N_1 + N_2}{2}$$

- A propósito de las Actividades Transversales: Para articular los módulos se programaron (año 2002) tres muestras de video, seleccionados de una colección donada por el Instituto Cultural de Francia a nuestro Departamento, con motivo del “Año Mundial de la Matemática”, relacionados con la Ciencia (matemática, física, astronomía, biología, medio ambiente,...). En la actual réplica se presentó otro de contenido matemático-científico (cuestiones didácticas desarrolladas en El Palacio del Descubrimiento, Paris-Francia y además un Diaporama que mostraban aspectos matemáticos de la calle (suelos y paredes de la Ciudad de Viña del Mar).
- A propósito de la Evaluación de la Asignatura: La nota de presentación a examen, corresponde al promedio aritmético de las notas de los tres proyectos y la defensa oral de un proyecto. La nota final: 70% de la nota de presentación y 30% del examen. La escala es de 1.0 a 7.0 con nota mínima de aprobación 4.0.
- A propósito de la Administración de la Asignatura: Esta asignatura contó en su versión piloto con el trabajo de tres profesores. Uno a cargo de las 2 sesiones de cátedra (una por paralelo) y otros dos a cargo de los talleres (cada paralelo se dividía en dos grupos de taller). La última versión contó con dos profesores, uno a cargo de una sesión de cátedra y una de taller y otro con una sesión de Taller.

### Problemas en el corazón de la asignatura

**Problema** significa eso que obstruye el camino, el o los obstáculos, aquello que se ha arrojado delante (pro: delante y blema: acción de arrojar). Un problema es una situación frente a la cual no podemos menos que adoptar una actitud; esta actitud puede consistir en alguna de las siguientes opciones entre otras: dar marcha atrás y desandar el camino, buscar alguna forma de rodearlo, cambiando de rumbo o eligiendo alguna ruta alternativa, y enfrentar el obstáculo y buscar la forma de removerlo del camino, o de dejar la ruta despejada para poder proseguir. Esta asignatura se ha diseñado de tal manera que la Resolución de Problemas se aloje en una zona principal: su corazón. Los problemas planteados son muchos y han sido presentados en 4 distintos contextos: cátedras, talleres, proyectos y evaluaciones de manera de cumplir distintos objetivos.

Entre los contenidos y criterios que se consideraron en la selección de problemas:

1. Elementos matemáticos en juego:
  - Elementos de Lógica Elemental.

- Aritmética y Álgebra básicas: números naturales, enteros y racionales (fracciones, decimales, porcentajes, probabilidad,...); potencias y raíces; ecuaciones y sistemas de ecuaciones de grado 1 y 2.
  - El Triángulo de Pascal: Números figurados, sucesiones, progresiones, binomio de Newton, combinatoria, probabilidad, geometría fractal (conceptos, imágenes: Copo de Nieve y Triángulo de Sierpinski). Teoremas de la Geometría (Thales y Pitágoras)
  - Correspondencia y Función: ejemplos de la vida real, proporcionalidad y conversión de medidas y monedas, lectura y construcción de gráficos a partir de textos.
2. Formas de pensamiento: Se ha incentivado el uso del Pensamiento Lateral como una alternativa al llamado pensamiento lógico-vertical y de manera de complementar los razonamientos deductivos e inductivos (Intento y Error).
  3. Uso de Tablas (Word y/o Excel) como herramienta: Incentivo del uso de tablas para manejar la información generada al abordar la solución de un problema.
  4. Visualización como herramienta: Incentivo del uso de la Visualización (esquemas, dibujos, monos, gráficos, tablas,...) para avanzar en la solución de un problema. Uso de árboles, diagramas de Euler-Venn.
  5. Construcción de material concreto (manipulación): Incentivo para la construcción de material concreto que guarde relación con alguna abstracción matemática del curso. (cuerpos geométricos que dan cuenta de un cubo de binomio, mapa plano para el pintado de un cubo con tres colores, construcción de dos juegos de Tangram siguiendo Escalas dadas, ...).
  6. Tipo de problemas: Se incorporaron problemas donde fuera posible el uso de varias estrategias de resolución asociados a distintos tipos de saberes. Se incluyeron problemas que tuvieran varias respuestas posibles.
  7. Uso de Internet: Asociado al trabajo con los problemas aparece el uso de Internet. Se espera que los estudiantes puedan buscar, seleccionar y sintetizar material relacionado con preguntas acerca de las palabras claves.

#### **Acerca del Control durante la asignatura**

El sistema evaluativo partió considerando sólo tres Proyectos grupales y un Examen individual, sin embargo acercándose al tercer proyecto (ultimo tercio de la asignatura) y notando cierto abandono, cierta relajación en los estudiantes, se pensó en introducir un instrumento que los obligara a revisar cuestiones ya vistas. Se realizó entonces un control evaluativo de tres preguntas relacionadas con los dos proyectos anteriores. Esta evaluación (que en general no tuvo muy buenos resultados) finalmente se vinculó al tercer proyecto y lo que se hizo fue hacer participar la nota del control con un 15% en la nota final del Proyecto 3.

#### **Comentarios de algunos resultados de la experimentación en el aula**

En general mostraron un mayor dominio de estrategias deductivas que inductivas. La estrategia de intento y error fue muy utilizada en problemas vinculados a visualización con una o varias soluciones. Les interesó aquellos problemas donde se estimularan las estrategias laterales. Los estudiantes no supieron hacer uso de tablas para ordenar las soluciones en algunos problemas. En los problemas de trabajo algebraico continuaron mostrando algunas dificultades propias de Enseñanza Media: (prioridad de operaciones, uso de paréntesis, etc.). Esto se hace patente porque evitan el trabajo algebraico recurriendo a una estrategia informal. Reconocieron en el uso de árboles una buena estrategia visual de

resolución de algunos problemas. De los teoremas clásicos la mayoría conocía el Teorema de Pitágoras y pocos el Teorema de Thales. En aquellos problemas que conduce al planteo de sistemas de ecuaciones (2 ecuaciones con 2 variables y 2 ecuaciones con 3 variables) reconocieron que algunos de ellos al menos es posible resolverlo sin usar conocimientos de sistemas de ecuaciones. Esto les permitió comparar los dos caminos. La introducción del Triángulo de Pascal permitió estar en el cruce de varias ideas matemáticas importantes: Números Figurados, Binomio de Newton, Combinatoria, Probabilidades, Geometría Fractal, perímetros y áreas, idea de algoritmo, iteraciones, búsqueda de patrones numéricos, sucesiones y progresiones... por lo que expandieron sus conocimientos. Diferenciaron los conceptos de Correspondencia y de Función. Sacaron ejemplos de la vida real e hicieron análisis cualitativos y cuantitativos de situaciones gráficas. Manejaron el concepto de proporcionalidad en diferentes situaciones.

### **Proyecciones de la experiencia**

Dentro de las proyecciones inmediatas podríamos nombrar:

1. Renovación del Banco de Problemas: Modificar, Incorporar y Diseñar, ciñéndose al Marco Teórico actual. Incorporación de un Control escrito individual después de cada Proyecto con problemas relacionados tanto con él como con los talleres del módulo, de modo de optimizar el Sistema de Control General de la asignatura. La nota final de cada proyecto así incorporará además la nota de control, quedando el Proyecto en un 80% y el control en un 20%. La nota de presentación se obtiene del promedio aritmético de los tres proyectos y de la defensa de éstos. Réplica de la Asignatura en otras carreras de la Universidad, por ejemplo Sociología, e incorporarla en el currículo de otras carreras como en Arquitectura, Diseño y Bachillerato en Humanidades,....

### **Retroalimentación**

Los ajustes y modificaciones que incorpora la actual réplica de esta asignatura, nacieron de las observaciones propuestas tanto por los alumnos y los profesores de la asignatura piloto, como por profesores de asignaturas en que la matemática es prerequisite. Es así como al término del curso 2002 se aplicaron dos instrumentos, uno de evaluación a los estudiantes y otro de seguimiento al profesor de la asignatura de Lógica, que le sigue en la malla curricular. Esta réplica también considera ambas evaluaciones retroalimentadoras, las que se realizarán a mediados del segundo semestre, de modo de validar la información recogida.

### **Referencias bibliográficas:**

- Artigue, M. (1995). *Ingeniería Didáctica*. En Artigue, M., Douady, R., Moreno, L., Gómez, P. (Ed.), *Ingeniería Didáctica en Matemática* (pp. 33-59). México: Una Empresa Docente & Grupo Editorial Iberoamérica.
- Charnay, R. (1994). Aprender (por medio de) la resolución de problemas. En Parra, C., Saiz, I. (Eds.), *Didáctica de Matemáticas* (pp. 51-63). Buenos Aires: Editorial Paidós.
- Cruz, C. (1998). El Uso de Estrategias Metacognitivas en la Enseñanza de la Matemática. En Sociedad Chilena de Educación Matemática, *Ventana para el Desarrollo de la Educación Matemática* (pp.235-254) Santiago: Sociedad Chilena de Educación Matemática.
- Duval, R. (1998). Registros de representación semiótica y funcionamiento cognitivo del pensamiento. En Hitt, F. (Ed.), *Investigaciones en Matemática Educativa II* (pp. 173-201) México: Grupo Editorial Iberoamérica.



- González, H. (1998). Practiquemos el Descubrimiento Guiado Inductivo. En Sociedad Chilena de Educación Matemática, *Ventana para el Desarrollo de la Educación Matemática* (pp.71-110) Santiago: Sociedad Chilena de Educación Matemática.
- Mineduc (1999). *Internet, un nuevo recurso para la Educación*. Santiago de Chile.
- Oteiza, F. (1998). Generación de Estándares en Educación. En Sociedad Chilena de Educación Matemática, *Ventana para el Desarrollo de la Educación Matemática* (pp.171-205) Santiago: Sociedad Chilena de Educación Matemática.
- Pluvinage, F. (1998). Los objetos Matemáticos en la adquisición del razonamiento. En Hitt, F. (Ed.), *Investigaciones en Matemática Educativa II* (pp.1-15) México: Grupo Editorial Iberoamérica.
- Universidad Católica de Valparaíso-Mineduc (2001). *Aplicaciones de la informática educativa en el curriculum escolar*. Viña del Mar: Universidad Católica de Valparaíso