

Errores de los estudiantes de magisterio frente a situaciones que implican porcentajes.

Alexander Maz Machado y M^a del Pilar Gutiérrez

Recibido: Diciembre 2007

Aprobado: Marzo 2008

RESUMEN

Entre los conceptos matemáticos que se utilizan en la vida diaria el porcentaje es uno de los más destacados y su enseñanza, desde el punto de vista formal, está incluida en el currículo de matemáticas de Primaria y Secundaria Obligatoria en España. Por estas razones, en el estudio que presentamos a continuación, hemos querido determinar qué errores cometen y cuáles son las situaciones de porcentaje que les presentan un mayor grado de dificultad a estudiantes de Magisterio, en concreto, hemos podido revelar tres tipos de errores claramente identificables.

Palabras clave: *Porcentaje, maestros en formación, errores, matemáticas.*

ABSTRACT

Among the concepts used by mathematicians in the daily life, percentage is one of the most important matter and the teaching of this concept, from a formal point of view, is included in primary and secondary compulsory studies in their mathematic curriculum. For these reasons, in this research study we have wanted to determine which main errors students commit and which are the most difficult percentage situations they have to deal with as training teacher's students. As an important result, in the development of our research we have discovered three main errors clearly identifiable.

Key words: *Percentage, Training teacher's students, errors, mathematics.*

RESUMO

Dos conceitos matemáticos que se utilizam na situações diárias, a percentagem é um dos mais destacados e seu ensino, desde o ponto de vista formal, é parte do currículo de matemáticas de Primaria e Secundária Obrigatória em Espanha. No estudo que apresentamos a seguir, quisemos determinar que erros cometem e quais são as situações de percentagem que lhes apresentam um maior grau de dificuldade a estudantes de Magisterio, em concreto, pudemos reconhecer três classes de erros identificables.

Palavras chave: *Percentagem, maestros em formação, erros, matemáticas.*



Introducción

El porcentaje es un concepto matemático útil y bastante utilizado en la vida diaria, como por ejemplo en economía para el cálculo de intereses, amortizaciones, depreciaciones etc.; otro ejemplo lo tenemos en los medios de comunicación dónde se nos informa del porcentaje de aumento de cosas como: el valor de la gasolina, del costo de vida, el salario o el paro; también en los bancos colocan anuncios publicitarios sobre rentabilidad del 4, 5, y hasta el 6% de interés anual; los almacenes ofrecen porcentajes de descuento sobre las compras, etc., es decir, el porcentaje es de “dominio” y conocimiento público. Esto hace que sea un concepto importante dentro de la alfabetización matemática tal como la define Rico (2005).

Además de ser importante en la vida diaria, el porcentaje es una pieza clave en el currículum de matemáticas del ámbito educativo español y en particular en la comunidad autónoma de Andalucía donde se enseña en los niveles de Primaria, dentro del bloque de “Números” (CEJA, 1992) y en la enseñanza Secundaria Obligatoria en el bloque “Números y Medida” (CEJA, 1992). Es, por tanto, un concepto ampliamente enseñado en el sistema educativo andaluz.

Los números y operaciones ocupan un lugar significativo al ser básico su comprensión para, posteriormente, poder ir ampliando el campo de conocimientos matemáticos. Los estándares curriculares del NCTM (2003) señalan la importancia de comprender tanto la equivalencia entre fracciones, decimales y porcentajes como la información que se deriva de cada una de las representaciones utilizadas en cada caso. En las pruebas de PISA 2003 se incluyeron preguntas que involucraban el conocimiento y la comprensión de los porcentajes. Como afirma Rico (2005, p. 29) “la cantidad se refiere al reconocimiento, procesamiento y comprensión de números, que se presentan de varios modos”.

Este concepto de porcentaje tiene una larga trayectoria de uso práctico, la referencia más antigua al signo del porcentaje parece en los manuscritos de aritmética comercial del siglo XV, donde surge como *per c* ó *p̄c*, formas abreviadas de *per cento*. A mediados del siglo XVII se transformó en la forma *per %*, hasta que finalmente desapareció el *per*. Por tanto, el signo % que conocemos hoy es relativamente moderno (Smith, 1958).

El porcentaje es una relación de proporcionalidad que se establece entre un número y 100 y se suele llamar tanto por ciento. Otra idea que también subyace en el concepto de porcentaje es la relación entre dos números o variables cualesquiera. Pueden compararse números y determinarse sus relaciones con respecto a su unidad común o base. Este primer y simple caso de comparación da lugar a las razones y proporciones. Por otra parte Davis (1988) indica que el porcentaje también puede ser entendido como una función lineal.

Teniendo en cuenta que el tanto por ciento (%) relaciona dos cantidades de magnitudes directamente proporcionales, se hace necesario determinar, previamente, cuál es la unidad de referencia que va a utilizarse en una situación determinada. Por ejemplo, carece de sentido hablar de un incremento del 9% en la productividad de una empresa mientras no se haya especificado la unidad de medida. Así, este 9% ¿se refiere a la eficiencia hora de trabajo/costo o a la de venta/costo?



El porcentaje como objeto de investigación

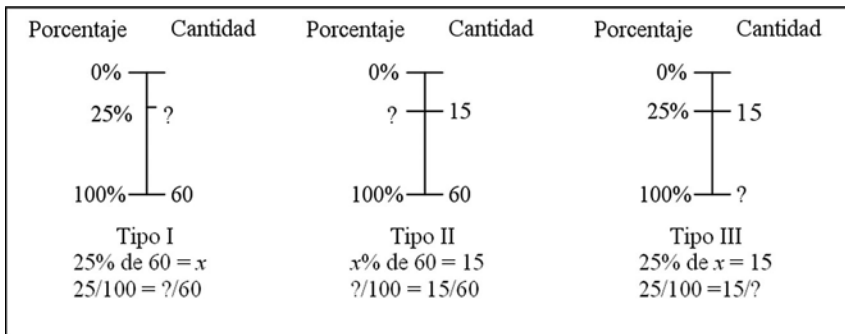
El interés hacia las dificultades que genera el porcentaje en los alumnos no es nuevo, pues aunque la mayoría de los estudiantes eventualmente aprenden los algoritmos específicos que para ellos se enseñan, su conocimiento conceptual de manera frecuente permanece deficiente. Durante la primera mitad del siglo pasado Butler (1936), Bucklen (1943) y Guiler (1946) ya realizaban estudios sobre estos aspectos. Una revisión de la literatura da a conocer una variada gama de ideas, estrategias y métodos para desarrollar el conocimiento conceptual del porcentaje, así como para la resolución de los problemas donde éste interviene. Para el desarrollo creciente de éste conocimiento conceptual, los diversos enfoques parecen sugerir construir el conocimiento del porcentaje desde la comprensión por los estudiantes de temas y conceptos anteriores y afines, tales como, fracciones, decimales, razón y proporción (Dewar, 1984; Haubner, 1992; Parker y Leinhardt, 1995).

En el Informe Cockcroft (1985) se ponía en evidencia el desacierto y la falta de pericia para comprender los porcentajes, así mismo incluyó una serie de recomendaciones para su enseñanza. Al hilo de estos hechos se han realizado diversas investigaciones para determinar, entre otras cosas, cómo los escolares resuelven los problemas de porcentaje (Dole, 2000; Lembke y Reys, 1994). Poniendo de manifiesto la importancia y preocupación por corregir los problemas asociados a este concepto, los investigadores, se han preguntado ¿por qué el concepto de porcentaje es tan difícil para aprender? (Parker y Leinhardt, 1995), ¿qué competencias tienen que poner en juego los alumnos frente a los porcentajes? (Hahn, 1999).

La investigación sobre las dificultades y problemas de éste concepto en maestros en formación es prácticamente nula, tan solo podemos reseñar el trabajo de Zurbano (2002); en dicho estudio no se detectaron diferencias significativas, entre estudiantes de magisterio y profesores en ejercicio, en el número de respuestas correctas a tres tipos diferentes de problemas sobre porcentajes.

En la figura 1 se muestran los tres tipos de problemas antes mencionados del estudio realizado por Dole (2000), donde la autora utiliza escalas numéricas duales para representar los tres tipos de situaciones de porcentaje que pueden producirse, denominándolas situaciones Tipo I, Tipo II y Tipo III, que se explican a continuación:

Figura 1.- Tipos de situaciones de porcentaje



Situaciones Tipo I:

Son conocidas la cantidad inicial y el porcentaje aplicado. La tarea consiste en hallar la nueva cantidad, aquí el porcentaje funciona como un operador.

Situaciones Tipo II:

Son conocidos la cantidad y el tanto por ciento de esa cantidad y se pretende conocer el porcentaje aplicado.

Situaciones Tipo III:

Se conoce el porcentaje aplicado y el tanto por ciento de una cantidad, debiéndose determinar la cantidad inicial.

Metodología de la investigación

Población y muestra

La investigación se llevó a cabo en la Facultad de Ciencias de la Educación de la Universidad de Córdoba, con estudiantes de primer año de Magisterio. La población escogida estuvo conformada por aquellos alumnos/as que cursaban la asignatura "Resolución de problemas". La muestra está compuesta por un total de 54 alumnos: 25 del curso 2005-2006 y 29 alumnos del presente curso académico 2006-2007; las especialidades presentes fueron Educación Infantil, Primaria, Lengua Extranjera, Educación Especial, Educación Musical y Educación Física. El tipo de muestreo utilizado fue intencional y por conveniencia.

Problema de investigación

Considerando que los estudiantes de magisterio serán los futuros maestros de Educación Primaria, es importante conocer los errores en la interpretación conceptual sobre el porcentaje que cometen cuando resuelven problemas y cuáles son los tipos de situaciones que dominan.

El trabajo que ahora presentamos se enmarca en esta línea de trabajo sobre el concepto y dificultades operacionales del porcentaje con maestros en formación; el propósito fue realizar un estudio exploratorio centrado en dos objetivos:

- Identificar los errores conceptuales al resolver problemas con porcentajes.
- Identificar los tipos de situaciones planteadas por Dole (2000) que presentan mayor dificultad para los estudiantes en su resolución.

Instrumento de recogida de datos

Se aplicó una prueba compuesta por un problema tomado de Batschelet (1978), en el que intervenían porcentajes sobre unos valores iniciales y ocho ejercicios de situaciones Tipo I, II, III, el cual presentamos a continuación:



Problema:

Un biólogo está estudiando el crecimiento de un potrillo. Cuando comienza su investigación el potrillo pesa 50 kg. En un mes el peso ha aumentado en un 20%. Supongamos que en un segundo mes el peso ha aumentado de nuevo un 20%. ¿Cuál es el porcentaje de crecimiento que ha alcanzado el potrillo? ¿Cuál es el peso final del potrillo? Explica el razonamiento que has seguido en la resolución del problema.

Ejercicios:

- 1) ¿Cuál es el 20% de 45?
- 2) ¿30 que porcentaje es de 75?
- 3) ¿Cuál es el 150% de 40?
- 4) ¿22,5 es el 15% de qué número?
- 5) ¿8 qué porcentaje es de 160?
- 6) ¿Cuál es el 35% de 200?
- 7) ¿12 es el 30% de qué número?
- 8) ¿0,2 qué porcentaje es de 0,5?

Procedimiento

La presente investigación es descriptiva y de corte exploratoria realizada con estudiantes de magisterio; solamente se utilizó un cuestionario para que una vez obtenidos los resultados globales se pudiese planificar un estudio más amplio y profundo sobre el mismo tema. La prueba se aplicó de forma voluntaria y anónima al concluir cada curso. Los alumnos dispusieron de 90 minutos. Se les indicó que no utilizaran la calculadora para resolver los ejercicios, pero que era necesario realizar todas las operaciones en la hoja de respuestas.

Análisis de resultados

Aspecto conceptual

En la tabla 1 se muestran los resultados obtenidos para el problema del potrillo. En respuesta a la pregunta sobre el porcentaje final, se observa cómo la mayoría de los sujetos, el 63 %, no determinan correctamente el porcentaje que se pide hallar.

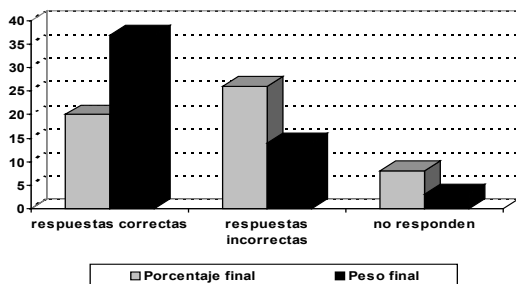
Tabla 1.- Respuestas al problema 1

	Porcentaje final		Peso final	
Respuestas correctas	20	37 %	37	68,5%
Respuestas incorrectas	26	48,2%	14	26 %
No responden	8	14,8%	3	5,5%
Total	54		54	



En la segunda pregunta referida al peso final, el porcentaje de resultados correctos se invierte respecto a los obtenidos en la primera, es decir, responden correctamente un total de 68,5%. Ahora comparemos los resultados de las dos preguntas:

Figura 2.- Respuestas al problema 1



La figura 2 permite observar que se obtiene un mayor número de respuestas correctas para el valor del peso final, casi el doble, si lo comparamos con el número de respuestas correctas a la pregunta sobre el porcentaje de aumento total de peso. Esto nos lleva a inferir que los estudiantes de magisterio estudiados, dominan el aspecto procedimental y algorítmico de las operaciones a efectuar, pero no es muy claro el conocimiento conceptual del porcentaje. Algunos ejemplos se evidencian en las figuras 2, 3 y 4 que se presentan más adelante. Existe una contradicción o incoherencia en la explicación dada para hallar el valor del peso y el razonamiento hecho para encontrar el porcentaje total de aumento del peso. Los alumnos asumen el porcentaje, o tanto por ciento, como un valor numérico y no como una proporción o relación entre dos números.

Davis (1988) señala que la consideración del porcentaje como un número en expresiones del tipo $25\% \times 40$, es porque los estudiantes saben que la multiplicación tiene un funcionamiento binario que acepta dos números como entrada y arroja como resultado otro, pero en el problema planteado no hay expresiones de esta forma. Sucede entonces, que los sujetos de este estudio no tienen en cuenta que los porcentajes sólo son aplicables a cantidades que sean medidas en una escala proporcional respecto a un valor; esto es, cuando hay intervalos definidos y puntos de referencia absolutos.

Veamos a continuación las categorías de errores detectadas entre quienes respondieron de manera incorrecta:

a) Cien como unidad:

Hay una asociación del valor numérico 100, con el valor utilizado en la regla de tres. Es decir, realizan una regla de tres donde asumen dos cosas, una es que los dos porcentajes se suman como si fueran valores numéricos y otra es que asocian el valor de esa suma 40% como si correspondiesen a 100 kilos y luego hallan el porcentaje que representan los kilos que finalmente pesa el potrillo respecto a ese valor de 100 kilos.



Figura 3.- Error de “cien como unidad”

$$\begin{array}{l} 100 \text{ Kg} - 40\% \\ 72 \text{ Kg} - x \end{array} \quad x = \frac{72 \cdot 40}{100} = 28,8\%$$

Para hallar el porcentaje que aumenta supongamos que si pesase 100 Kg el porcentaje sería el 40% pero como pesa 72 Kg hallamos el porcentaje mediante una regla de tres.

b) Incremento ordinal:

El valor final del porcentaje se obtiene de aplicar un porcentaje a uno anterior, depende entonces, del orden respecto a otras variaciones de porcentaje, bien sean de incremento o disminución. En particular para este problema, al primer porcentaje le suman el 20% del porcentaje aumentado, obteniendo de esta manera solo un 24% de aumento total.

Figura 4.- Error de “incremento ordinal”

CRECIMIENTO TOTAL

$$20 + 20\% \text{ de } 20 = 24\%$$

El 20% del 1º mes más el 20% de lo crecido en el 1º mes

c) Suma nominal:

Otorgan a los porcentajes un valor numérico fijo y luego los suman entre sí. No consideran que se trata de una relación de proporcionalidad respecto a valores diferentes. De esta manera, en el problema obtienen un 40 % de aumento total de peso.

Figura 5.- Error de “suma nominal”

a) Porcentaje de crecimiento $\rightarrow 20\% + 20\% = 40\%$.
El potulillo ha aumentado su peso en un 40%.
Si un mes ha aumentado un 20% y al mes siguiente ha aumentado otro 20%, había aumentado un total de 40%.

Ninguno de los estudiantes se apoyó en representaciones gráficas o estrategias de estimación que pusiesen de manifiesto una mayor comprensión conceptual del porcentaje.



Tipos de situaciones de porcentaje

Los ejercicios planteados pertenecen a las situaciones de tipo I, II y III propuestas por Dole (2000). Se han agrupado las respuestas de los estudiantes en las tablas 2, 3 y 4 que presentamos a continuación:

Tabla 2.- Respuestas a los ejercicios tipo I

Tipo I				
Ejercicio	Correctas	%	Incorrectas	%
1	47	87.1%	7	12.9%
3	45	83.3%	9	16.6%
6	48	88.8%	6	11.2%
Total	140		22	

Los resultados de la tabla 2 muestran que el ejercicio tercero, donde se pide hallar un porcentaje superior al 100%, causa mayor dificultad a los alumnos, aunque no hay diferencias significativas respecto a los demás ejercicios propuestos del tipo I. En concreto, más del 86% de los estudiantes resuelven correctamente los ejercicios de este tipo.

Tabla 3.- Respuestas a los ejercicios tipo II

Tipo II				
Ejercicio	Correctas	%	Incorrectas	%
2	49	90.7%	5	9.3%
5	50	92.5%	4	7.5%
8	28	51.8%	26	48.2%
Total	127		35	

La tabla 3 indica que el ejercicio ocho (¿0,2 qué porcentaje es de 0,5?) presenta un número de respuestas incorrectas muy cercanas a las correctas en contraste con los ejercicios dos y cinco; quizá la dificultad para los alumnos se haya incrementado por la presencia de expresiones decimales en el enunciado del ejercicio, ya que en los ejercicios dos y cinco, donde solo hay números enteros las respuestas erróneas fueron mínimas. El 78% de los alumnos respondió correctamente los ejercicios.

Tabla 4.- Respuestas a los ejercicios tipo III

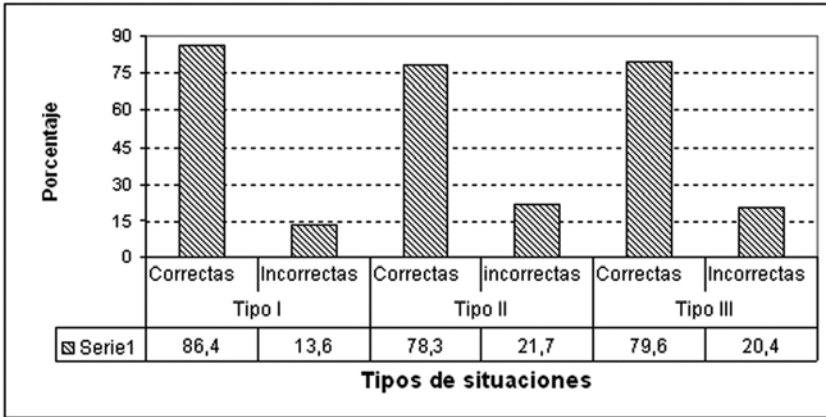
Tipo III				
Ejercicio	Correctas	%	Incorrectas	%
4	47	87 %	7	13 %
7	39	72.2%	15	27,8%
Total	86		22	



Este grupo de ejercicios (Tipo III) permitió observar que todos aquellos alumnos que no hicieron las operaciones en el papel, es decir, que realizaron las operaciones mentalmente, hallaban el valor numérico solicitado pero lo expresaban como un porcentaje, mientras que aquellos que planteaban una regla de tres en el papel sólo indicaban correctamente el valor numérico.

En la figura 6 se observa que las situaciones del Tipo II y III, que causaron mayor número de respuestas incorrectas entre los alumnos, obtienen valores porcentuales muy próximos. Como se ha comentado anteriormente, los ejercicios siete y ocho es donde se concentran las respuestas incorrectas.

Figura 6.- Situaciones observadas del tipo I, II y III



Consideraciones Finales

Un primer análisis de las respuestas a problemas sobre situaciones asociadas al porcentaje, ha permitido identificar tres tipos de errores en su comprensión por parte de estudiantes de Magisterio de diversas especialidades. Estos errores han sido designados como: cien como unidad, incremento ordinal y suma nominal.

Se halló evidencia de que el tipo de situación I es la que presenta más facilidad para los maestros en formación, pensamos que es debido a que los ejercicios se plantean como si fuesen una multiplicación, operación de la cual tienen conocimiento y dominio.

Creemos que se debe indagar más ampliamente en cada una de las situaciones, a través de un mayor número de ejercicios de cada tipo, controlando el efecto que produce la clase de números que intervienen en los mismos.

Se confirma que la muestra de maestros en formación domina adecuadamente los aspectos procedimentales y algorítmicos necesarios para resolver ejercicios con porcentajes.

El porcentaje es un concepto fundamental en la enseñanza en los niveles de Enseñanza Primaria y Secundaria Obligatoria y pese a que se trata de un instrumento que se utiliza a diario en situaciones cotidianas, el porcentaje no es comprendido



conceptualmente, sino que es asociado a una operación algebraica, ya sea de suma, multiplicación, o de regla de tres. A partir de la información obtenida, surgen algunas inquietudes:

Si los futuros maestros de educación primaria evidencian estos errores y carencias conceptuales respecto a un concepto tan básico ¿cuál será la transmisión de conocimiento conceptual que sobre el tema brindaran a los futuros escolares que han de educar? Los resultados de este estudio exploratorio nos hace plantearnos las siguientes cuestiones: ¿el profesorado tanto de primaria como de secundaria, fomenta en mayor medida el conocimiento procedimental sobre el conceptual sobre el porcentaje? ¿Se podría extrapolar esta inquietud a otros conceptos matemáticos integrantes del currículum?

Es necesario continuar explorando la comprensión de conceptos matemáticos y los procesos algorítmicos en los estudiantes para maestro de Primaria, pues más adelante serán ellos quienes los enseñarán a los escolares; por tanto, conocer sus deficiencias y puntos fuertes en matemáticas, permitirá esclarecer el dilema acerca de sí en Magisterio deben enseñarse contenidos matemáticos o contenidos didácticos específicos para aplicar en la clase de matemáticas. De ser lo primero, ¿cómo saber cuáles deben ser éstos? De ser la segunda opción, estos no reportarán beneficios cognitivos si no se comprenden correctamente los conceptos.

Referencias

- Batschelet, E. (1978). Matemáticas básicas para biocientíficos. Madrid: Dossat.
- Bucklen, H. E. (1943). On teaching percentage. *Mathematics Teacher*, 36, 283-284.
- Butler, C. H. (1936). Some observations on teaching percentage. *Mathematics Teacher*, 29, 330-333.
- CEJA. (1992). Decreto 106 del 9 de Junio, por el que se establecen las enseñanzas correspondientes a la Educación Secundaria Obligatoria en Andalucía (BOJA del 20 de Junio).
- Cockcroft, W.H. (1985). Las Matemáticas sí cuentan. Informe Cockcroft. Madrid: MEC
- Davis, R. (1988). Is "percent" a Number? *Journal of Mathematical Behavior*, 7, 299-302.
- Dewar, J. M. (1984). Another look at the teaching of percent. *Arithmetic Teacher*, 31, 48-49.
- Dole, S. (2000). Promoting percent as a proportion in eighth-grade mathematics. *School Science and Mathematics*, 100 (7), 380-389.
- Guiler, W. S. (1946). Difficulties encountered in percentage by college freshmen. *Journal of Educational Research*, 40, 81-95.
- Hahn, C. (1999) Proportionnalité et pourcentage chez des apprentis vendeurs. Re-



flexión sur la relation mathématiques/réalité dans une formation ´en alternance`. Educational Studies in Mathematics, 39, 229-249.

Haubner, M. A. (1992). Percents: developing meaning through models. Arithmetic Teacher, 40, 232-234.

Lembke, L. O. y Reys, B. J. (1994). The development of, and interaction between, intuitive and school-taught ideas about percent. Journal for Research in Mathematics education, 25 (3), 237-259.

NCTM (2003). Principios y estándares para la Educación Matemática. Sevilla: NCTM-S.A.E.M. THALES.

Parker, M. y Leinhardt, G. (1995). Percent: A privileged proportion. Review of Educational Research, 65 (4), 421-481.

Smith, D. E. (1958). History of mathematics. New York: Dover

Rico, L. (2005). Pisa 2003. Pruebas de matemáticas y de solución de problemas. Madrid: MEC-NECSE-SUMA

Zurbano, E. (2002). Los porcentajes y su interpretación. En C. Penalva, G. Torregrosa y J. Valls (Eds.). Aportaciones de la didáctica de la matemática a diferentes perfiles profesionales (pp. 265-276). Alicante: Universidad de Alicante.

Alexander Maz Machado M ^a del Pilar Gutiérrez Arenas	Universidad de Córdoba. España.
	ma.lmamaa@uco.es



