



## EL MOVIMIENTO DEL PENSAMIENTO PROBABILÍSTICO DE LOS ESTUDIANTES DE LA EDUCACIÓN BÁSICA

Jaqueline Santos

*Instituto de Ensino Superior de Itapira (IESI) (Brasil)*

jaquelisantos@ig.com.br

*Nuestra investigación se centró en la siguiente pregunta de investigación: ¿cuáles es el lenguaje y las ideas sobre el pensamiento probabilístico que tienen los estudiantes en el proceso de comunicación de ideas, en contextos de resolución de problemas? Tuvo los siguientes objetivos: (1) identificar las ideas probabilísticas que emergen del proceso de comunicación oral y escrita, en el contexto de resolución de problemas en una perspectiva de investigación; (2) analizar las ideas que surgieron durante la interacción y negociación entre los estudiantes y el profesor-investigador. El análisis permitió observar que el método favorece el movimiento de las ideas probabilísticas de los alumnos y, por tanto, el desarrollo del pensamiento probabilístico. También se proporciona la oportunidad de darse cuenta de que promover tareas relacionadas con el lenguaje estocástico, permite a los estudiantes crear un repertorio lingüístico apropiado para la expresión del pensamiento probabilístico.*

### **PALABRAS CLAVE**

Estadísticas de la Educación, probabilidad, estocástica, enseñanza y aprendizaje.

### **INTRODUCCIÓN**

La enseñanza de la estocástica ha sido discutida por autores de varios países, entre ellos Brasil. En nuestro país, se sugiere la enseñanza de la probabilidad y la estadística en los Parámetros Curriculares Nacionales (PCN) y en el plan de estudios de la mayoría de las escuelas; en algunos de ellos, desde la Educación Infantil. Sin embargo, los datos del Analfabetismo Funcional Indicador Nacional (INAF), indican un alto nivel de conocimiento y la dificultad de la población sobre el tema.

El propósito de este trabajo es presentar parte de la investigación de nuestro maestro, que investigó cuáles es el lenguaje y las ideas sobre el pensamiento probabilístico que los estudiantes de séptimo grado de la escuela primaria tienen, en el contexto de la resolución de problemas, en procesos mediados por la comunicación en las clases de matemáticas. Para ello, se organizaron una serie de 25 tareas, con la metodología para resolver problemas en una perspectiva de investigación, enfocados en temas estocásticos. La investigación se llevó a cabo con estudiantes de séptimo grado de la escuela primaria pública donde el profesor asumió un papel profesor-investigador.

El lenguaje probabilístico fue nuestro punto de partida. Nos referimos a resultados de investigación, como los de Bentz y Borovcnik (citados en Sáenz, 1999), quienes argumentan que las respuestas pueden no representar los procesos de pensamiento de los estudiantes, y como las cuestiones relacionadas con el lenguaje pueden



confundirlos; y la investigación de Green (citado en Sáenz, 1999), que señala la poca habilidad verbal de los estudiantes que describen situaciones coherentemente probabilísticas.

Los estudios realizados por investigadores como Shaughnessy (1992), así como las investigaciones realizadas por Fernandes (1999) y por Godino, Batanero y Cañizares (1996), fueron parte de la revisión de la literatura que guió nuestra investigación.

### **EL MOVIMIENTO DE LOS CONCEPTO PROBABILÍSTICOS**

En el trabajo pedagógico con los alumnos de educación básica, es común observar que tienen más dificultades para aplicar los conceptos matemáticos probabilísticos que otras nociones. Sáenz (1999) justifica esta situación por la dificultad de pensar en el enfoque para cuantificar la desgracia, caso que no es la situación actual, por ejemplo, en la geometría. Para el autor, el concepto de probabilidad es el resultado de la reflexión y el contraste prolongado con la realidad. Por lo tanto, la comprensión de los principios probabilísticos es importante porque, de acuerdo con Fischbein (1975), las primeras ideas sobre el tema, las ideas principales, pueden conducir a error.

Los teóricos de la asignatura distinguen cuatro perspectivas para el concepto de probabilidad, que se acercan entre sí (Cirino, 2007).

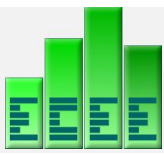
El concepto 'Laplaciano y clásico' de la definición, que es el concepto tradicional basado en Laplace contenido en la obra *Théorie analytique des Probabilités*, publicado en 1812. Así, la probabilidad se define por la relación entre el número de casos favorables sobre el total posibles casos, ya que es evidente que todos los resultados son igualmente probables (Fernandes, 1999).

La principal característica del 'concepto frequentista o empírico', es que la probabilidad de un evento que emerge del proceso experimental. Según Godino, Batanero y Cañizares (1996), el valor de probabilidad viene dado por la frecuencia relativa de los éxitos en la realización de un experimento.

En la perspectiva 'subjetivista', las probabilidades expresan el grado de creencia personal o percepción. El individuo utiliza sus experiencias y sus conocimientos sobre el tema para expresar la probabilidad de un éxito, permitiendo diferentes medidas de probabilidad para el mismo éxito.

El enfoque de probabilidad 'axiomático o formal', es el concepto eficaz hoy en día, según Godino, Batanero y Cañizares (1996), y se originó a partir de la obra de Kolmogorov. La probabilidad se define como el cociente entre el número de eventos 'A' del espacio muestral 'E', y es un valor entre 0 y 1; la probabilidad de un evento seguro es igual a 1, y de un evento imposible igual a 0.

Creemos que algunas de estas diferentes concepciones están presentes en la ideología y el discurso de los estudiantes de la educación básica. Por lo tanto, suponemos que muchos de estas concepciones han sido tropiezos para los estudiantes en la realización de las tareas propuestas en la investigación.



### EL MOVIMIENTO DE LOS CONCEPTOS PROBABILÍSTICOS: EL CASO DE JULIA

Nos dimos cuenta, en las respuestas y justificaciones dadas a las tareas 12-14, que Julia y sus colegas se basan en relaciones proporcionales, el modelo de Laplace y el reconocimiento de múltiples posibilidades que intervienen en situaciones aleatorias.

**Tarefa 12 – Fichas no saco**  
Vou colocar uma ficha azul e uma amarela em um saco e pedir para você tirar uma sem olhar. Qual você pensa que seja mais provável sair?  
a) a azul  
b) a amarela  
 ambas têm a mesma possibilidade  
d) não sei

Por quê? *Tem a mesma quantidade de chances. É a sorte!*

Figura 1. Tarea 12 – primeira fase

**Tarefa 13**  
E se eu colocar duas fichas azuis dentro do saco e uma amarela; qual é a mais provável que saia?  
 a azul  
b) a amarela  
c) ambas têm a mesma chance  
d) não sei

Por quê? *Tem duas cartas azuis e uma amarela é mais provável que saia a azul.*

Tarefa 14

Figura 2. Tarea 13 – primeira fase

**Tarefa 14**  
Com duas fichas azuis e uma amarela dentro do saco, a probabilidade de tirar uma vermelha:  
a) é certa  
b) pouco provável  
 impossível  
d) não sei

Por quê? *Porque se coloquei 2 cartas azuis e 1 amarela não é possível que saia uma vermelha.*

Figura 3. Tarea 14 – primera fase

En este contexto, Julia y sus colegas exponen cierta capacidad para interpretar y aplicar las tareas propuestas adecuadas para cada uno de ellos, es decir, tienen un modelo de concepto formal. El grupo también hizo uso de un vocabulario de términos probabilísticos, para expresar sus respuestas.



Las respuestas de Julia en los primeros 4 elementos de la tarea, tienen el enfoque del principio de la respuesta 'correcta', por lo tanto, al tirar dos dados y sumar los números obtenidos, las posibilidades de conseguir un par o impar son iguales, es decir, 50% para cada evento.

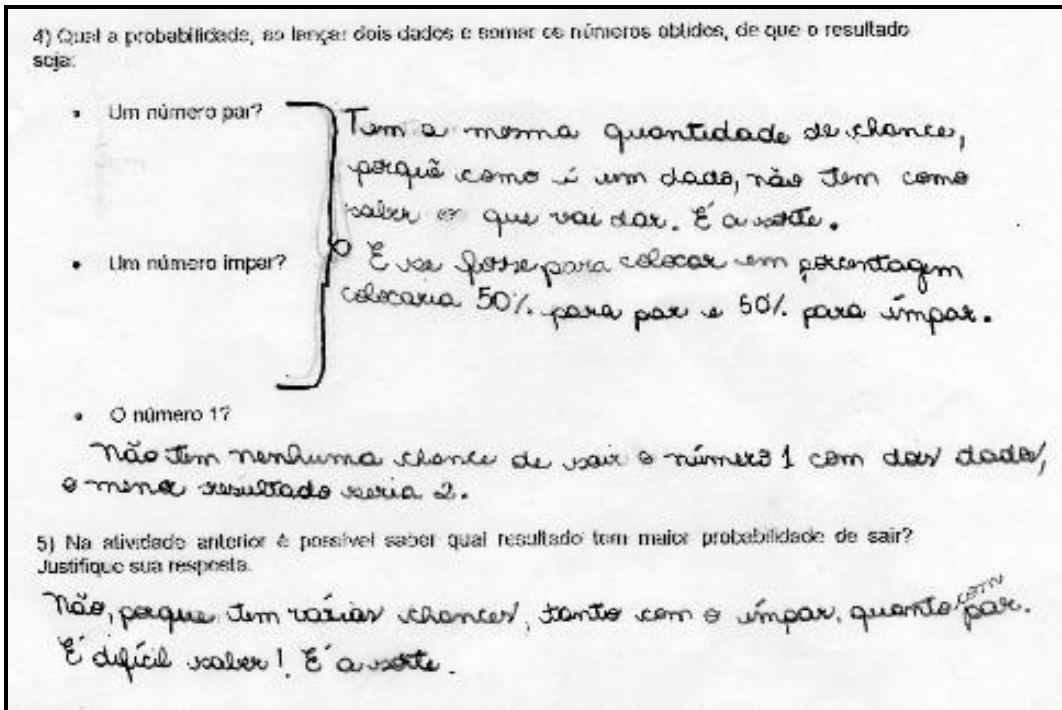


Figura 4. Tarea 4 - segunda fase

Sin embargo, la entrevista fue muy importante para aclarar las ideas de Julia en relación con las tareas 4 y 5:

1	Prof:	¿Por qué dices que la probabilidad de salir un número par y un número impar es igual?
2	Julia:	Debido a que en un momento dado tiene tres números impares y tres pares, pero no es correcto, no se puede saber. Pero tiene tres de cada uno, a continuación, poner eso.
1	Prof:	Dijiste que no tienes manera de saber lo que es más probable que de en el resultado porque tienes varias posibilidades. ¿Sabes cuáles son los posibles resultados?
2	Julia:	Podría ser o 3, o 4, o 7, o 8, o 10, o 2, o 5.
1	Prof:	Para dar 3 números que tienen que salir en el dado?





2	Julia:	<i>Tiene que salir el 3 o caer en el 2 y 1.</i>
1	Prof:	<i>Y el 4?</i>
2	Julia:	<i>Para salir el 4, 2 y 2, 3 y 1.</i>
1	Prof:	<i>Podres encontrar todos los resultados posibles?</i>
2	Julia:	<i>Si. Supongo que se puede hacer con todo.</i>
1	Prof:	<i>¿Qué tal si intentas? [El estudiante, en la hoja de la actividad escribe la lista de posibilidades de cómo comenzó oralmente]</i>
1	Prof:	<i>Entonces, ¿qué número es más probable?</i>
2	Julia:	<i>El ocho y tiene más, el 2, 3, 11 y 12 tienen menos.</i>
<b>Transcripción 1. Entrevista con Julia - tareas 4 y 5 - segunda fase</b>		

Se observa por medio de las explicaciones de Julia, una serie de concepciones erróneas relacionadas con el espacio muestral. Al principio, en la estimación de las probabilidades de resultados pares o impares, la estudiante ignora el segundo dado y encuentra la medida de la probabilidad 'correctamente' mediante el análisis de las posibilidades de obtener tales resultados utilizando sólo un dado. Posteriormente, la estudiante establece la combinación de pares de datos para analizar las posibilidades de resultados, pero no tiene en cuenta el orden inverso de los pares de datos, la permutación de los resultados, como otras posibilidades. Tales ideas erróneas, que en un momento llevó a otra y se acercaron a la 'adecuada' como respuesta, muestran que Julia tiene, en estas tareas, la concepción subjetivista, ya que presenta una cierta capacidad intuitiva para evaluar el tamaño y la estructura del espacio muestral. La mediación del profesor-investigador era importante para algunos conceptos erróneos que fueron evaluados por los estudiantes. La interpretación formal se produjo en momentos diferentes, pero en situaciones que implicaban la estimación de probabilidad por medio de combinaciones de interpretación derivadas, los estudiantes se equivocan y muestran dificultades relacionadas con la definición del espacio muestral.

## CONCLUSIONES

Creemos que las situaciones de incertidumbre pueden ser interpretadas de diferentes maneras y usar las distintas concepciones del concepto de probabilidad, lo que lleva o no a la gente a las respuestas apropiadas. Así, se observa el movimiento de ideas probabilísticas presentadas por los estudiantes, promovidas por tareas tales como la intervención del profesor-investigador y compañeros de clase.

Los registros escritos de las tareas mostraron que los estudiantes expresan sus ideas de manera sucinta, pero mediante la promoción de la expresión del pensamiento por



medio de la comunicación oral que se establece entre el profesor-investigador y los estudiantes, en los momentos de desarrollo y la socialización del trabajo, permitió que informaran sus ideas a la clase de una manera más clara y detallada.

Durante las entrevistas, en diálogo con el profesor sobre la tarea realizada por ellos, los estudiantes también se mostraron confiados en la expresión de las ideas probabilísticas, así como en la reflexión y en la superación de algunos conceptos erróneos presentados.

## REFERENCIAS

- Cirino, M. (2007). A intermediação da noção de probabilidade na construção de conceitos relacionados à cinética química no ensinomédio. Dissertação mestrado. Bauru, Brasil: Faculdade de Ciências de Bauru, Universidade Estadual Paulista.
- Fernandes, J.A.S. (1999). *Intuições e aprendizagem de probabilidades: uma proposta de ensino de probabilidades no 9.º ano de escolaridade*. Tese de doutorado. Braga, Portugal: Universidade do Minho.
- Fischbein, E. (1975). *The intuitive sources of probabilistic thinking in children*. Dordrecht, The Netherlands: D. Reidel Publishing Company.
- Fonseca, M.C.F.R. (2004). *Letramento no Brasil: habilidades matemáticas*. São Paulo: Global.
- Godino, J., Batanero, C. y Cañizares, M.J. (1996). *Azar y probabilidad: fundamentos didácticos y propuestas curriculares*. España: Editorial Síntesis.
- Lopes, C.E. (2008). O ensino da estatística e da probabilidade na educação básica e a formação dos professores. *Ensino de Matemática em Debate: sobre práticas escolares e seus fundamentos*. 74, 57-73.
- Lopes, C.E. (2003). O conhecimento profissional dos professores e suas relações com estatística e probabilidade na educação infantil. Tese de doutorado. Campinas, Brasil: FE/UNICAMP.
- Lopes, C.E. (1999). Atividades de estocástica para 3º e 4º ciclos do ensino fundamental. Campinas: Faculdade de Educação.
- Sáenz, C. (1999). *Materiales para la enseñanza de la teoría de probabilidades: propuesta de un modelo didáctico*. Madrid: Universidad Autónoma de Madrid.
- Santos, J.A.F.L. (2010). O movimento do pensamento probabilístico mediado pelo processo de comunicação com alunos do 7º ano do ensino fundamental. Dissertação mestrado. Itatiba, Brasil: Universidade São Francisco.
- Shaughnessy, J.M. (1992). Research in probability and statistics: reflections and directions. En D.A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning*. New York: MacMillan.