

Artículo recibido el 23 de noviembre de 2014; Aceptado para publicación el 18 de mayo de 2015

Comparando el programa etnomatemático y el enfoque ontosemiótico: Un esbozo de análisis mutuo

Comparing the ethno-mathematical program and the onto-semiotic approach: A sketch of mutual analysis

María Luisa Oliveras¹
Juan D. Godino²

Resumen

La comparación y articulación de marcos teóricos es un tema tratado por distintos autores y foros de discusión, como una fuente de enriquecimiento y punto de partida para hacer avanzar el desarrollo teórico mediante la articulación de teorías. Presentamos un trabajo de esta índole, estableciendo una relación entre la Etnomatemática y el Enfoque Ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemáticos (EOS). La etnomatemática es un Programa de Investigación con una presencia consolidada a nivel internacional que propone una visión ampliada de la matemática y de la educación matemática. El EOS es una propuesta teórica en Didáctica de la Matemática, muy difundida y valorada en la comunidad de estudiosos de la educación matemática. Una mirada recíproca de ambos marcos teóricos puede aportar un mutuo enriquecimiento. Concretamente se presentan las características básicas de ambos marcos teóricos, se comparan las cuestiones paradigmáticas abordadas y se identifican algunas concordancias y complementariedades.

Palabras clave: Etnomatemáticas; Educación matemática; Enfoque ontosemiótico; comparación y articulación de teorías.

Abstract

Comparing and networking theoretical frameworks is a topic treated by various authors and discussion forums, as a source of enrichment and starting point for advancing theory development. In this paper we present a study about this topic, establishing a relationship between ethnomathematics and the onto-semiotic approach (OSA) to mathematical knowledge and instruction. Ethnomathematics is a research program with a consolidated international presence that proposes an expanded vision of mathematics and mathematics education. The OSA is a theoretical framework, which is widespread and valued in the community of scholars in mathematics education. A reciprocal glance of both theoretical frameworks can provide mutual enrichment. Specifically the basic features and the paradigmatic issues addressed by both theoretical frameworks are presented and compared. Some commonalities and complementarities are also identified.

Key-words: Ethnomathematics; Mathematics education; Onto-semiotic approach; networking theories.

¹ Profesora Titular de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada (España). Email: oliveras@ugr.es

² Catedrático de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada (España). Email: jdogodino@gmail.com

INTRODUCCIÓN

La comparación y articulación de marcos teóricos es un tema tratado por distintos autores y foros de discusión, como en el Grupo de Trabajo del CERME “Diferentes aproximaciones teóricas y perspectivas de investigación en Educación Matemática” (Prediger, Arzarello, Bosch, & Lenfant, 2008; Bikner-Ahsbals & Prediger, 2014). Bikner-Ahsbals & Prediger (2010) hacen un llamamiento para explotar la diversidad teórica como una fuente de enriquecimiento y considera esta diversidad como un desafío y punto de partida para hacer avanzar el desarrollo teórico mediante la articulación de teorías.

En este trabajo iniciamos la comparación y posible articulación entre la Etnomatemática (D’Ambrosio, 1985; Gerdes, 1996; Barton, 1996; Oliveras, 1996; 2006) y el Enfoque Ontosemiótico (EOS) del conocimiento y la instrucción matemáticos (Godino & Batanero, 1994; Godino, 2012; Godino, Batanero & Font, 2007). El EOS ha sido comparado con diversas teorías de la “didáctica francesa” (Godino, Font, Contreras & Wilhelmi, 2006), y con la “teoría de la génesis instrumental” (Drijvers, Godino, Font & Trouche, 2013). Dado que la etnomatemática y el EOS comparten una visión sociocultural de las matemáticas, lo que implica en ambos casos asumir un relativismo cultural – antropológico de las prácticas matemáticas, los objetos que intervienen en las mismas y de los significados, consideramos que es posible y potencialmente productivo iniciar el estudio de una mutua aproximación entre estos dos marcos teóricos. Una expectativa plausible es que el EOS puede aportar algunas herramientas para analizar los conocimientos matemáticos y los procesos de enseñanza y aprendizaje de los mismos, mientras que la etnomatemática puede enriquecer la toma de conciencia de aspectos claves de la faceta ecológica (social, política, curricular) de tales procesos educativos.

LA ETNOMATEMÁTICA Y EL EOS SE MANIFIESTAN MUTUAMENTE

La Etnomatemática propone un programa de investigación ambicioso que atiende a cuestiones de tipo epistemológico, antropológico, histórico, político y educativo. Esta amplitud de temas abordados requiere disponer de una amplia variedad de herramientas teóricas que permitan describir, explicar los fenómenos y construir recursos instruccionales

apropiados. La cuestión principal que nos planteamos en este trabajo la formulamos en los siguientes términos:

¿Dispone la Etnomatemática, en el estado actual de desarrollo, de herramientas conceptuales y metodológicas suficientes para abordar los tipos de problemas que pretende?

Sin poner en duda sus fortalezas, diversos autores han identificado debilidades de la Etnomatemática como programa de investigación en Educación Matemática, sobre todo en las cuestiones de tipo epistemológico y educativo.

En este trabajo vamos a analizar desde el punto de vista ontológico y epistemológico del EOS, los aspectos conflictivos de la etnomatemática identificados por diversos autores, tratando de mostrar que la inclusión de algunos postulados y herramientas teóricas de este modelo ontosemiótico puede ayudar a reinterpretar las debilidades observadas. Básicamente el punto de debate esencial está en las relaciones entre la matemática y el contexto natural y sociocultural, que en el caso de la Etnomatemática ha llevado a incomprensiones respecto a *las relaciones entre la matemática formal /académica y la etnomatemática*, entendida en un sentido restrictivo como la matemática de pueblos primitivos o de la vida cotidiana. Desarrollaremos aquí algunas reflexiones sobre estas relaciones entre contextos.

Así mismo, mostramos que la etnomatemática permite desarrollar las facetas epistémica y ecológica de los procesos de estudio matemático propuestas en el EOS con algunos componentes e indicadores de idoneidad de tales procesos, particularmente los referidos a las implicaciones educativas y sociales, así como a las relaciones de dependencia y subordinación entre las prácticas matemáticas académicas y las prácticas multiculturales.

LAS RELACIONES ENTRE LA MATEMÁTICA, EL CONTEXTO NATURAL Y SOCIOCULTURAL, EN EL PROGRAMA ETNOMATEMÁTICAS

La posición de la Etnomatemática respecto a los contextos es inclusiva y múltiple. Barton elabora la siguiente definición para la Etnomatemática tras su análisis de los trabajos de D'Ambrosio, Gerdes y Ascher: "Etnomatemática es un programa de investigación sobre la

manera en que los grupos culturales comprenden, articulan y usan los conceptos y prácticas que nosotros describimos como matemáticas, tanto si el grupo cultural tiene un concepto de matemáticas como si no.” (Barton, 1996 p. 214).

Esta definición es desarrollada según tres ejes: *historia*, *cultura* y *matemática*, lo que le permite describir los tipos de problemas que son abordados por los estudios etnomatemáticos según dos direcciones en cada eje, como Barton muestra en la (figura 1).

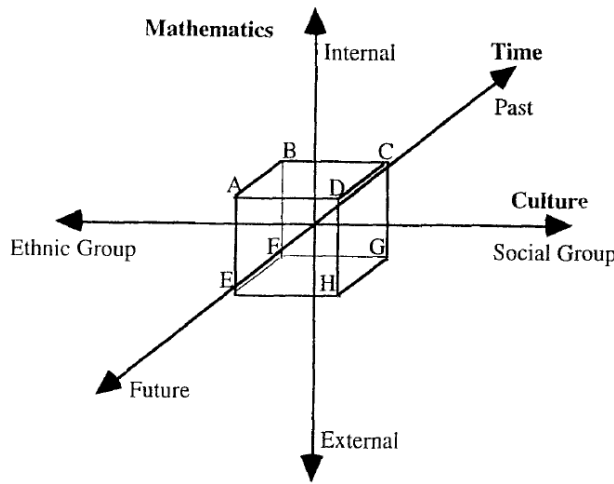


Figura 1. Ejes de la Etnomatemática (Barton, 1996 p. 214)

Un estudio etnomatemático puede ser definido como un punto en el espacio tridimensional definido por dichos tres ejes, existiendo una amplia variedad de tipos de estudios. A título de ejemplo Barton (1996, p. 221) describe tres tipos de estudios correspondientes a los vértices B, H y G, enunciando cuestiones paradigmáticas como las siguientes:

B: Estudio histórico, grupo étnico e interno a la matemática.

¿Cuáles fueron las prácticas matemáticas y concepciones de los hindúes o de los griegos? Se reconoce generalmente que éstas fueron dos de las fuentes de la matemática actual, pero sus puntos de vista sobre el tema diferían de las concepciones actuales.

H: Tiempo contemporáneo, grupo social y externo a la matemática.

¿Hacen matemáticas los carpinteros? ¿Los diagramas usados en un manual de baloncesto son matemáticos? ¿Qué decir de los cálculos requeridos para jugar Mazmorras y Dragones? ¿En qué medida son un sistema de símbolos matemáticos los patrones de los tejidos de

punto? Hay actividades en la cultura diaria que tienen componentes matemáticos que se pueden identificar, estudiar y relacionar con la matemática.

G. Estudio histórico, grupo social y externo a la matemática.

La navegación marítima, tanto en la Polinesia como en Europa, era una artesanía antigua practicada por los navegantes y capitanes de muchas naciones. Sus sistemas de navegación han sido objeto de muchos estudios y debates relativos en qué medida representan sistemas matemáticos.

Proponemos algunos ejemplos de estudios de estos tipos que se están realizando actualmente; algunos se han presentado en el ICEM5, y responden a inquietudes de la comunidad educativa o investigadora en Didáctica de la Matemática.

Un ejemplo Tipo G, lo constituye la ponencia sobre “Pinturas y dibujos en las cuevas ancestrales de Galdar y Málaga” (Oliveras, Díaz-Levicoy, Ascanio & otros, 2014) que continúa una interpretación de la forma de pensar matemática de grupos históricos, contemplando manifestaciones de los pueblos prehistóricos o medievales. Ejemplo Tipo H, es la comunicación sobre elaboración de “Microproyectos curriculares en la formación de maestros” (Fernández-Oliveras, Agulló & otros 2014), que es continuación de la línea iniciada sobre formación desde la etnomatemática de los maestros (Oliveras, 1996; 2005; Oliveras & Gavarrete, 2012), y los trabajos de Shirley (2001). Un ejemplo Tipo B: “La cultura Mapuche y la numeración oral”, (Salas, Godino & Oliveras, 2014), sigue un camino ya iniciado para rescatar y proyectar a la educación el pensamiento numérico de grupos culturales minoritarios actuales (De Bengoechea, 2009). Otro ejemplo se refiere a la formación de maestros indígenas (Gavarrete & Oliveras, 2012).

Barton (1996) también incluye dentro del programa etnomatemático estudios internos a la matemática, tanto actuales (uso de estadística bayesiana en las estadísticas deportivas) como históricos (prácticas matemáticas y concepciones de los hindúes y griegos), indicando la no separación de ambas.

Oliveras (1996) define las *etnomatemáticas* como: “un conjunto cociente, obtenido al clasificar las prácticas matemáticas de los grupos sociales,..., en el cual una de las clases de equivalencia es la matemática formal, pero no es la única”, mostrando un modelo de

articulación entre las matemáticas formales y las etnomatemáticas. En la literatura de esta línea de investigación aparecen: “la Etnomatemática” y “las etnomatemáticas”, ambas con mayúscula o con minúscula sin discernir el significado respectivo, siendo el contexto el que nos aclara su sentido. Sin embargo, en varias de las publicaciones que compartimos con otros autores han quedado acuñados los términos con los significados siguientes: Etnomatemática, en singular y en mayúscula, es el Programa conceptual de investigación y acción educativa y social, institucionalizado y socialmente asociado al grupo ISGEM. Mientras que las etnomatemáticas, en plural, son las prácticas matemáticas prototípicas de grupos humanos diversos, reconocibles, analizables y clasificables, su conjunto cociente y cualquiera de sus representantes. En caso de tener que optar por una única forma de expresión siempre defendemos el plural, ya que en la esencia misma de la Etnomatemática, como programa, está implícita la pluralidad de las “matemáticas vivas” existentes (Oliveras, 2006).

En otros trabajos presentados en el foro ICEM5 se han recopilado publicaciones que han surgido a lo largo de 30 años de existencia de la Etnomatemática y que describen diferentes posibilidades de considerar el hecho de la existencia de matemáticas en todos los tiempos y todas las culturas. Ello no implica entrar en conflicto con la denominada “matemática formal”, acuñada tras siglos de mezcla cultural, pensamiento abstracto y de elaboración de un lenguaje específico cifrado, que hemos aceptado como parte del contenido matemático (Albizu, Fernández-Oliveras & Oliveras, 2014; Blanco-Álvarez & Oliveras, (2014); Oliveras, Díaz-Levicoy & otros, 2014).

En cada uno de estos trabajos se manifiestan diferentes formas y diversos elementos, de las posibles relaciones entre la matemática formal y los contextos sociales, históricos y culturales. Se trata de incluir en una visión amplia y relativa de las aportaciones etnomatemáticas de la humanidad a un campo de pensamiento simbólico y de acción comunicativa, que es patrimonio del ser humano como tal, en su desenvolvimiento como grupo, cualquiera que sea su pretensión teórica o práctica.

Las críticas a la Etnomatemática han venido por considerar que las relaciones entre la ciencia matemática y los contextos en los que surge están reguladas por el *principio matemático* de pensamiento y acción basado en la identidad o igualdad, y no el de

semejanza y de equivalencia respecto a un criterio marcado por ese *principio racional-matemático diverso*, en el que anclamos nuestro programa de investigación y educación. Las críticas han estado fundadas en el paradigma positivista y naturalmente desde otro paradigma todo es criticable, las críticas válidas son las realizadas desde el mismo anclaje epistemológico relativista, como es el caso que abordamos en este trabajo.

ETNOMATEMÁTICAS Y CONTEXTOS EDUCATIVOS

Una tesis básica de la Etnomatemática es que la educación matemática se puede mejorar considerando el trasfondo cultural de los estudiantes. El programa de investigación y desarrollo de la etnomatemática no queda limitado al estudio de las prácticas matemáticas de los grupos étnicos (matemáticas indígenas) o las implicadas en actividades de la vida cotidiana y trabajos artesanales. Diversos autores resaltan como campo de indagación de la Etnomatemática el estudio de las cuestiones de índole política (relaciones de poder, educación ciudadana, etc.) que conlleva el desarrollo y estudio de la matemática como disciplina académica.

El programa etnomatemático lleva implícita una crítica a la enseñanza de la matemática en las escuelas por estar al servicio de una sociedad, tecnificada y mercantilizada, que excluye a las minorías carentes de poder. Otro mundo, menos excluyente, es posible y deseable; un motor para el cambio está en la educación, en la escuela, en el currículo, en las matemáticas que se enseñan y aprenden.

Un aspecto relevante del programa de investigación y desarrollo de la etnomatemática es el reconocimiento de las relaciones de poder “naturalizadas” entre formaciones epistemológicas ligadas a grupos sociales/étnicos/culturales (Knijnik, 2012). La matemática europea se ha impuesto como la única forma de matemática existente y es la que se ha introducido en los sistemas escolares de todo el mundo como única alternativa. Esto ha producido y sigue produciendo un incremento de la marginación e invisibilidad de *las otras matemáticas*, negando ese valor cultural simbólico a muchas culturas y microculturas. Es por lo que reaccionamos tratando de explicar su existencia y estatus, así como cuál es nuestra interpretación de lo matemático y su potencial enculturador mediante la

implementación de “Microproyectos etnomatemáticos” en la educación, (Oliveras 1996; 2005; 2006; 2008).

LA ETNOMATEMÁTICA VISTA POR EL ENFOQUE ONTOSEMIÓTICO, ALGUNAS DEBILIDADES

Vithal y Skovsmose (1997) plantean el problema de definición de la Etnomatemática y encuentran conflictivos tanto en el uso del prefijo *etno* como el propio término *matemática*. Si cada práctica que incluye matemáticas se puede llamar práctica etnomatemática, ¿para qué entonces acuñar el término?

Este análisis habría que situarlo en una perspectiva filosófica más general como se hace en Font, Godino y Gallardo (2013). En el EOS se proponen herramientas conceptuales que permiten articular de manera dialéctica lo formal con lo informal-étnico, procurando tensionar lo informal hacia lo formal. Con dicho fin se introducen las dialécticas, ostensiva – no ostensiva, particular - general, unitario - sistémico como facetas intrínsecas de los objetos matemáticos.

Godino & Batanero (1994) comenzaron a sentar las bases de un modelo ontológico, epistemológico y cognitivo relativo al conocimiento matemático sobre bases antropológicas y semióticas para tratar de dar respuesta a cuestiones fundamentales para la educación matemática:

PE (problema epistemológico): ¿Qué es un objeto matemático?; o de manera equivalente, ¿Cuál es el significado de un objeto matemático (número, derivada, media, ...) en un contexto o marco institucional determinado?

PC (problema cognitivo): ¿Qué significa el objeto O para un sujeto en un momento y circunstancias dadas?

Con un estilo que recuerda los trabajos de fundamentación axiomática de las teorías matemáticas estos autores comenzaron definiendo las nociones primitivas de práctica matemática, institución, prácticas institucionales y personales, objeto institucional y personal, significado de un objeto institucional y personal, conocimiento y comprensión del objeto.

Estas nociones fueron complementadas en trabajos posteriores (Godino, 2002) con una tipología de objetos y procesos matemáticos primarios así como con una interpretación de la noción de función semiótica (relación triádica entre dos objetos, antecedente y consecuente, según un criterio o regla de correspondencia) que permite elaborar una noción operativa de conocimiento (significado, comprensión y competencia) (figura 2).

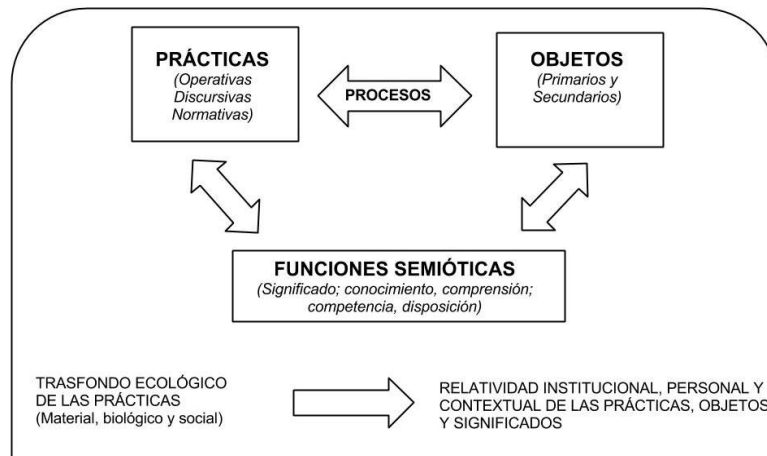


Figura 2. Entidades primarias de la ontología y epistemología EOS

En el EOS se postula que los sistemas de prácticas y los objetos emergentes son relativos a los contextos de uso, a las instituciones en que tienen lugar las prácticas y a los sujetos implicados en las mismas (juegos de lenguaje y formas de vida, Wittgenstein, 1953). La descripción de los conocimientos de un sujeto individual sobre un objeto O se puede hacer de una manera global con la noción de “sistemas de prácticas personales”. Esta noción queda concretada mediante la trama de funciones semióticas que el sujeto puede establecer en las que O se pone en juego como expresión o contenido (significante, significado).

Así mismo, la comprensión y el conocimiento se conciben en su faceta dual personal – institucional, involucrando, por tanto, los sistemas de prácticas operativas, discursivas y normativas ante ciertos tipos de tareas problemáticas. El aprendizaje de un objeto O por un sujeto se interpreta como la apropiación de los significados institucionales de O por parte del sujeto; se produce mediante la negociación, el diálogo y acoplamiento progresivo de significados.

En el EOS la noción de significado y sentido dejan de ser entidades etéreas y misteriosas. El significado de un objeto matemático es el contenido de cualquier función semiótica y, por tanto, según el acto comunicativo correspondiente, puede ser un objeto ostensivo o no ostensivo, extensivo – intensivo, personal o institucional; puede referirse a un sistema de prácticas, o a un componente (situación-problema, una notación, un concepto, etc.). El sentido se puede interpretar como un significado parcial, esto es, se refiere a los subsistemas de prácticas relativos a marcos o contextos de uso determinados.

Así, desde el enfoque ontosemiótico se piensa que sin duda las cuestiones políticas y crítico-sociales abordadas por la Etnomatemática son importantes, pero no se deben confundir con los problemas de índole ontológica (naturaleza de las matemáticas) y epistemológica (ontogénesis y filogénesis del conocimiento de las matemáticas). Las cuestiones de índole política, económica y social ligadas y derivadas del estudio de las matemáticas en la escuela son efectos derivados del “poder” que las matemáticas conceden a los grupos o culturas que dominan las herramientas conceptuales y metodológicas de las matemáticas, entendidas en el sentido de la cultura occidental. Tales instrumentos que están en la base del desarrollo tecnológico del “mundo desarrollado” con frecuencia han sido y siguen siendo usados para dominar a otros pueblos.

ALGUNOS DISTANCIAMIENTOS VISTOS DESDE LA ETNOMATEMÁTICA

Pais (2011) menciona la tensión entre posturas esencialista sobre la naturaleza de las matemáticas adoptadas por Rowland y Carlson (2002), para quienes la matemática es universal y trasciende las culturas locales, y las posturas no esencialista defendidas por las etnomatemáticas. Este análisis lo sitúa el EOS en una perspectiva filosófica esencialista más general, como se hace en Font, Godino y Gallardo (2013).

En otros trabajos del modelo ontosemiótico del conocimiento matemático éste se ha ampliado con otros supuestos y herramientas teóricas, en particular las nociones de configuración didáctica (Godino, Contreras & Font, 2006) e idoneidad didáctica (Godino, 2011) las cuales ayudan en el diseño, implementación y evaluación de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Con estas nociones se trata de abordar las cuestiones propias de la instrucción matemática que son centrales para el EOS:

PIM (Problema de la instrucción matemática significativa): ¿Qué tipos de interacciones didácticas se deberían implementar en los procesos instruccionales que permitan optimizar los aprendizajes matemáticos?

PN (Problema normativo): ¿Qué normas condicionan el desarrollo de los procesos instruccionales, cómo se establecen y pueden cambiarse para optimizar el aprendizaje matemático?

En estas cuestiones podemos observar un distanciamiento con las posiciones de la “enculturación matemática” como proceso natural de transmisión del conocimiento y conexión entre el pensamiento matemático cultural y el académico o formal, que son fundamentales para desarrollar el posicionamiento etnomatemático.

Los postulados ontológicos del EOS se corresponden con los formulados en la filosofía de las matemáticas de Wittgenstein (Baker & Hacker, 1985; Bloor, 1983; Wittgenstein, 1978): "Conceptos / definiciones y proposiciones son consideradas como reglas gramaticales de un cierto tipo. Desde este punto de vista, las proposiciones matemáticas son reglas (de un tipo gramatical) que rigen el uso de ciertos tipos de signos, ya que precisamente la forma en que se utilizan es como reglas. No describen las propiedades de los objetos matemáticos con cualquier tipo de existencia, que es independiente de las personas que desean saber acerca de ellos o de la lengua a través de la cual se les conoce, incluso si esto puede parecer ser el caso" (Font, Godino & Gallardo, 2013, 110).

Aparentemente, este enfoque es tendente a la primera filosofía wittgensteiniana que despoja de semántica los entes matemáticos considerándolos en su aspecto morfo-sintáctico, mientras que las etnomatemáticas tratan de dar sentido matemático contextualizado a los pensamientos y lenguajes matemáticos diversos, en un significado del sentido tomado también de la teoría del lenguaje de Wittgenstein.

En Godino (2010) se toma conciencia de algunas limitaciones de la filosofía de Wittgenstein como fundamento exclusivo de la matemática y de la educación matemática. “Es cierto que el hacer matemático conlleva una faceta de creación, invención de reglas gramaticales para el uso de símbolos y expresiones, pero también supone descubrimiento de regularidades (patrones) en el mundo empírico y en el propio mundo matemático, que son el motivo de sus inventos. Tales regularidades persuaden de la conveniencia de extender el sistema conceptual en una cierta dirección” (Godino, 2010, p.19).

En el trabajo citado, Godino concluye que la filosofía de Wittgenstein parece insuficiente para basar en ella el análisis de los procesos de estudio de las matemáticas. Concebir la matemática como la gramática del uso de símbolos y expresiones resuelve el problema de explicar el carácter necesario de las proposiciones, pero no para explicar la eficacia de su aplicación, ni la motivación de su adopción. ¿Cómo se generan las reglas? No basta con saber seguir las reglas, hay que conocer su motivación, su aplicación, y sobre todo saber derivar nuevas reglas útiles para organizar nuestros mundos.

Desde el punto de vista metodológico el EOS tiene en cuenta las cuatro fases propias de las investigaciones “orientadas al diseño educativo”: estudio preliminar, diseño, implementación y análisis retrospectivo. En cada una de ellas se tienen en cuenta las siguientes facetas o dimensiones:

- *Epistémica-ecológica*. Se determinan los significados institucionales puestos en juego en cada una de las fases del proceso; tales significados son interpretados en términos de sistemas de prácticas y configuraciones de objetos y procesos matemáticos. Asimismo, se observa el sistema de relaciones y restricciones institucionales que condicionan el proceso de estudio.
- *Cognitiva-afectiva*. Se describen los significados personales de los estudiantes en los distintos momentos del proceso de estudio, en términos de sistemas de prácticas personales y configuraciones cognitivas de objetos y procesos matemáticos. Además se analiza la sensibilidad del proceso a los estados afectivos (actitudes, emociones, creencias, valores) de los alumnos con relación a los objetos matemáticos y al proceso de estudio seguido.
- *Instruccional (interaccional-mediacional)*. Se analizan los patrones de interacción entre el profesor y los estudiantes y su secuencia, orientada a la fijación y negociación de significados. Asimismo, se describen los recursos técnicos previstos o utilizados y se valora el uso del tiempo destinado a las distintas acciones y procesos, así como los agentes participantes y su papel.

Esta metodología muestra diferencias con la etnográfica, más adoptada por las investigaciones educativas etnomatemáticas.

Sin embargo también en la metodología microetnográfica de acciones enculturadoras o investigaciones educativas referentes a las aulas y cursos de formación de profesores (Oliveras 1996; Oliveras & Gavarrete 2012; Martínez & Oliveras 2014; Albizu, Fernández-Oliveras & Oliveras 2014) existe un planteamiento de indagación inicial de aspectos de la cultura objeto de la acción, en la cual fundamentar el proceso de favorecimiento de las potencialidades matemáticas culturales descubiertas o analizadas en dicha etnografía cultural inicial. En cuanto al “diseño, implementación y análisis retrospectivo”, se realizan, con gran soporte en la didáctica constructivista social, bajo diferente modelo.

ALGUNAS CONCORDANCIAS Y COMPLEMENTARIEDADES

El conjunto de nociones primitivas y postulados, o principios básicos, forman una “caja de herramienta”, que son aplicadas según los procedimientos metodológicos para dar respuesta a las cuestiones problemáticas. En la tabla 1 listamos las cuestiones paradigmáticas de la etnomatemática y del EOS; seguidamente mencionamos algunas de las concordancias y complementariedades de ambos enfoques.

Etnomatemática	EOS
<p><i>Facetas epistémica y ecológica:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - ¿Cuáles son las contribuciones de otras culturas no Europeas al cuerpo de conocimiento referido como “matemáticas occidentales”? - ¿Cuáles son las prácticas matemáticas realizadas en culturas tradicionales, grupos étnicos o sociales? - ¿Cuáles son los contextos en que surgen las prácticas matemáticas culturales (en contextos de la vida cotidiana, profesional, ritos, etc.)? <p><i>Facetas cognitiva y afectiva:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - ¿Qué procesos de pensamiento caracterizan a las matemáticas de cada cultura? - ¿Qué concepciones culturales impregnan el pensamiento matemático personal? 	<p><i>Facetas epistémica y ecológica:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - ¿Cuáles son las prácticas matemáticas institucionales y las configuraciones de objetos y procesos implicados en las mismas requeridas para resolver las situaciones – problemas matemáticas? <p><i>Facetas cognitiva y afectiva:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - ¿Qué prácticas matemáticas, objetos y procesos pone en juego el estudiante ante las situaciones – problemas requeridas? - ¿Qué prácticas, objetos y procesos implicados, realizados por el estudiante son válidas desde la perspectiva institucional? <p><i>Faceta instruccional:</i></p>

<ul style="list-style-type: none"> - ¿Cómo afecta a la autoestima la marginación escolar del conocimiento cultural matemático? <p><i>Faceta instruccional:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - ¿Qué cambios se deben realizar en la educación matemática (currículos, recursos, prácticas de aula) para tener en cuenta el trasfondo multicultural de la clase? - ¿Cómo empoderar a los estudiantes de grupos sometidos, potenciar su aprendizaje matemático y favorecer la equidad, la paz y la justicia? - ¿Cómo formar a los profesores, quienes pueden ser profesores de grupos culturales determinados? 	<ul style="list-style-type: none"> - ¿Qué tipos de interacciones didácticas (profesor, estudiantes, medios) se deberían implementar en los procesos instruccionales que permitan optimizar los aprendizajes matemáticos? - ¿Qué normas (reglas, hábitos, costumbres) condicionan el desarrollo de los procesos instruccionales, cómo se establecen y pueden cambiarse para optimizar el aprendizaje matemático? - ¿Cuáles son las causas de las dificultades, obstáculos y conflictos de aprendizaje?
---	--

Tabla 1. Cuestiones paradigmáticas

Las cuestiones epistemológicas e históricas que son de interés para la etnomatemática se pueden expresar en los términos del EOS, ya que la noción de institución es general y abarca cualquier tipo de “comunidad de prácticas”, y por tanto, a los grupos étnicos, sociales o culturas históricas. En el EOS se ha introducido la noción de objeto matemático y una tipología de objetos y procesos articulados en la noción de configuración ontosemiótica que, en su versión epistémica o institucional, puede caracterizar de una manera detallada las prácticas matemáticas de los grupos culturales, y por tanto, describir y explicar las diferencias y semejanzas entre las diferentes “variedades epistémicas” de matemáticas.

La indagación de los significados históricos de los objetos matemáticos (caracterizados en términos de sistemas de prácticas y configuraciones ontosemióticas de prácticas, objetos y procesos) desempeña en el EOS un papel clave para la reconstrucción de los significados parciales y su articulación en un significado holístico. La caracterización de los significados en los distintos contextos institucionales en que tiene lugar la enseñanza y el aprendizaje es importante para reconocer conflictos semióticos (de tipo epistémico, esto es, institucionales) y en consecuencia prever acciones formativas adecuadas.

Sin duda hay elementos de conexión y se diverge en elementos socio-políticos y del conjunto de reglas de relación entre los contextos matemáticos. El lenguaje específico

tomado o creado para la función de explicación es diferente, si bien existen traducciones posibles, pero que no siempre conducen a interpretaciones acertadas.

CONCLUSIONES

Finalmente, desde la perspectiva de los dos autores de este trabajo se ve al otro como un semejante, no como un oponente, y por lo tanto, como un grupo de intereses afines. Estamos dispuestos a abordar la tarea de profundizar en las mutuas relaciones y los posibles aportes recíprocos, para avanzar en el desarrollo y posible articulación de ambos marcos teóricos. Queremos consolidar el grupo de científicos, matemáticos, didactas, sociólogos, antropólogos, lingüistas, psicólogos, maestros..., que asumen el relativismo científico y sus consecuencias en la práctica, haciendo cambiar el paradigma absolutista al nivel de sus propias prácticas investigadoras y profesionales, aún a costa de ser arrojados a la hoguera científica. El punto clave es cómo se relacionan las distintas “variedades epistémicas” de matemáticas, las relaciones ecológicas que se pueden establecer entre las distintas, prácticas, formas de vida y juegos de lenguajes. Sin duda hay relaciones ecológicas de dependencia, subordinación (relaciones de poder), pero también de simbiosis y cooperación.

Una educación matemática inclusiva e intercultural es posible, desde el posicionamiento etnomatemático, rescatando elementos de las etnomatemáticas de todas las culturas y poniéndolas en interrelación, no sometiendo las unas a las otras de forma opresiva, generando un enfoque global equitativo que posibilite el mutuo aprecio cultural y social, base de la paz política.

RECONOCIMIENTO

Trabajo realizado parcialmente en el marco del proyecto de investigación EDU2012-31869, Ministerio de Economía y Competitividad (MINECO, España).

REFERENCIAS

Albizu, U., Fernández-Oliveras, A., & Oliveras, M. L. (2014). Modelo para el Análisis de la Producción Científica en Etnomatemáticas. *Journal of Mathematics and Culture*, 8(1), 92.

- Baker, G. P., & Hacker, P. M. S. (1985). *Wittgenstein. Rules, grammar and necessity. An analytical commentary on the Philosophical Investigations*. Glasgow: Basil Blackwell.
- Barton, B. (1996). Making sense of ethnomathematics: Ethnomathematics is making sense. *Educational Studies in Mathematics*, 31, 201-233.
- Bikner-Ahsbahs, A., & Prediger, S. (2010). Networking of theories - an approach for exploiting the diversity of theoretical approaches. En B. Sriraman, & L. English (Eds.), *Theories of mathematics education: Seeking new frontiers* (pp. 483-506). New York: Springer.
- Bikner-Ahsbahs, A. & Prediger, S. (Eds.) (2014). *Networking of theories as a research practice in Mathematics Education*, Advances in Mathematics Education. Springer International Publishing, Switzerland.
- Blanco-Álvarez, H., & Oliveras, M. L. (2014). Obstacles to Integrate Ethnomathematics in Mathematics Classrooms. *Journal of Mathematics and Culture*, 8(1), 70-70.
- Bloor, D. (1983). *Wittgenstein. A social theory of knowledge*. London: The Macmillan Press.
- De Bengoechea, N. (2009). *Etnomatemáticas, métodos y objetos culturales*. (Tesis de Máster). Documento no publicado, Universidad de Granada, España.
- D' Ambrosio, U. (1985). Ethnomathematics and its place in the history and pedagogy of mathematics. *For the Learning of Mathematics*, 5(1), 44-48.
- Drijvers, P. Godino, J. D., Font, V. & Trouche, L. (2013). One episode, two lenses. A reflective analysis of student learning with computer algebra from instrumental and onto-semiotic perspectives. *Educational Studies in Mathematics*, 82, 23-49.
- Fernández-Oliveras, A., Agulló, B., & otros (2014). Microproyectos Curriculares Centrados en Etnomatemáticas como Elemento Formador de Maestros. *Journal of Mathematics and Culture*, 8(1), 68-68.
- Font, V., Godino, J. D., & Gallardo, J. (2013). The emergence of objects from mathematical practices. *Educational Studies in Mathematics*, 82, 97-124.
- Gavarrete, M. E., & Oliveras, M. L. (2012). Matemáticas, culturas y formación de profesores en Costa Rica. *Journal of Mathematics and Culture*, 6(1), 209-222.
- Gerdes, P. (1996). Ethnomathematics and Mathematics Education. En A. J. Bishop et al., (Eds.), *International Handbook of Mathematics Education* (pp. 909-943), Netherlands: Kluwer.
- Godino, J. D. (2002). Un enfoque ontológico y semiótico de la cognición matemática. *Recherches en Didactiques des Mathematiques*, 22(2/3), 237-284.
- Godino, J. D. (2010). *Marcos teóricos sobre el conocimiento y el aprendizaje matemático*. Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada. Disponible en, http://www.ugr.es/~jgodino/fundamentos_teoricos/marcos_teoricos_ddm.pdf

- Oliveras, M. L., & Godino, J. D. (2015). Comparando el programa etnomatemático y el enfoque ontosemiótico: Un esbozo de análisis mutuo. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 8(2), 432-449.
- Godino, J. D. (2011). Indicadores de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *XIII CIAEM-IACME*, Recife, Brasil.
- Godino, J. D. (2012). Origen y aportaciones de la perspectiva ontosemiótica de investigación en Didáctica de la Matemática. En A. Estepa, A. Contreras, J. Deulofeu, M. C. Penalva, F. J. García, & L. Ordóñez (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVI* (pp. 49-68). Jaén: SEIEM
- Godino, J. D., & Batanero, C. (1994). Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 14(3), 325-355.
- Godino, J. D. Batanero, C., & Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM. The International Journal on Mathematics Education*, 39(1-2), 127-135.
- Godino, J. D., Contreras, A. & Font, V. (2006). Análisis de procesos de instrucción basado en el enfoque ontológico-semiótico de la cognición matemática. *Recherches en Didactiques des Mathématiques*, 26 (1), 39-88
- Godino, J. D., Font, V., Contreras, A. y Wilhelmi, M. R. (2006) . Una visión de la didáctica francesa desde el enfoque ontosemiótico de la cognición e instrucción matemática. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 9 (1), 117-150.
- Knijnik, G. (2012). Differentially positioned language games: ethnomathematics from a philosophical perspective. *Educational Studies in Mathematics*, 80, 87-100.
- Martínez, O. J., & Oliveras, M. L. (2014). Senderos Norteados por un Curso de Multiculturalidad y Etnomatemática . *Journal of Mathematics and Culture*, 8(1),56-56.
- Oliveras, M. L. (1996). *Etnomatemáticas, formación de profesores e innovación curricular*. Granada, España: Comares.
- Oliveras, M. L. (2005). Microproyectos Para La Educación Intercultural En Europa. *UNO. Revista de Didáctica de la Matemática*, 38(11), 70-81.
- Oliveras, M. L. (2006). Etnomatemáticas: de la multiculturalidad al mestizaje. En J. Goñi, M. Albertí, S. Burgos, R. Díaz, G. Domínguez, F. Fioriti, et al. (Eds.), *Matemática e Interculturalidad* (pp. 117-149). Barcelona, España: GRAÓ.
- Oliveras, M. L. (2008). IDMAMIM Project: "Innovation in Mathematics Education in multicultural contexts, immigrant and minority students". En M. L. Oliveras & N. de Bengoechea (Eds.), *ICME 11, Topic Study Group 33: Mathematics education in a multilingual and multicultural environment*. (pp. 70-80). Monterrey, México.
- Oliveras, M. L., Díaz-Levicoy, D., Ascanio, M. & otros (2014). Técnicas para la Interpretación Etnomatemática de Signos Culturales Históricas: Estudio de Dos Casos. *Journal of Mathematics and Culture*, 8(1), 28-29.
- Oliveras, M. L., Díaz-Levicoy, D., & otros (2014). Indicadores de la Producción Científica en Etnomatemáticas . *Journal of Mathematics and Culture*, 8(1), 93-93.

- Oliveras, M. L., & Gavarrete, M. E. (2012). Modelo de aplicación de Etnomatemáticas en la formación de profesores para contextos indígenas en Costa Rica. *RELIME, Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 15(3), 1-34.
- Pais, A. (2011). Criticisms and contradictions of ethnomathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 76, 209–230.
- Prediger, S., Arzarello, F., Bosch, M., & Lenfant, A. (Eds.) (2008). Comparing, Combining, Coordinating - Networking strategies for connecting theoretical approaches. *ZDM, The International Journal on Mathematics Education*, 40(2), 163-327.
- Rowland, S., & Carson, R. (2002). Informed by ethnomathematics? A critical review of ethnomathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 50, 79–102.
- Salas, S., Godino, J. D., & Oliveras, M. L. (2014). Números mapuches en el currículo de la lengua mapuzugun en la Educación Básica de Chile. *Journal of Mathematics and Culture*, 8(1), 60-60.
- Shirley, L. (2001). Ethnomathematics as a fundamental of instructional methodology. *ZDM*, 33 (3), 85-87.
- Vithal, R., & Skovsmose, O. (1997). The end of innocence: A critique of Ethnomathematics'. *Educational Studies in Mathematics*, 34, 131–158.
- Wittgenstein, L. (1953). *Philosophical investigations*. New York, NY: The MacMillan Company.
- Wittgenstein, L. (1978). *Remarks on the foundations of mathematics* (3rd. ed.). Oxford, England: Basil Blackwell.