



El inicio del desarrollo de la competencia docente “mirar profesionalmente” en los programas de formación de profesores de matemáticas

Salvador Llinares
sllinares@ua.es
Departamento de Innovación y Formación Didáctica



Aprendices

Problemas de matemáticas
Contenido matemático

Profesor de matemáticas

Interacción/ comunicación matemática

Contexto

Las situaciones de enseñanza de las matemáticas



Sistemas de actividad en la enseñanza de las matemáticas como una práctica

Seleccionar y diseñar tareas matemáticas adecuadas



La enseñanza de las matemáticas como una práctica

Interpretar y analizar el pensamiento matemático de los estudiantes



Iniciar y guiar el discurso matemático y gestionar las interacciones matemáticas en el aula



Tareas profesionales

(la actividad a realizar - en el ámbito de la enseñanza de las matemáticas)

Competencia docente

(“conocer” y saber usar lo que se conoce en las situaciones en la que es pertinente su uso)

Actividades del profesor en la enseñanza de las matemáticas

- Organizar/planificar/seleccionar tareas matemáticas
- Interpretar /dotar de sentido al aprendizaje matemático de sus estudiantes
- * Gestionar la comunicación matemática

- * Conocimiento de y sobre las matemáticas
- * Conocimiento sobre el aprendizaje de las matemáticas
- * Conocimiento sobre la enseñanza de las matemáticas

Dominios de conocimiento

sllinares@ua.es

5

Ser competente en la **enseñanza de las matemáticas** significa ser competente en diferentes ámbitos (tareas profesionales).

Es decir, “**conocer y saber usar el conocimiento**” en las situaciones de enseñanza de las matemáticas en las que este conocimiento es pertinente



sllinares@ua.es

6

Usando registros de la práctica

LA OFERTA DE EMPLEO

En un periódico local han aparecido unas ofertas de empleo para repartir pizzas. La pizzería A paga a cada repartidor 0.60€ por pizza entregada y además una cantidad fija de 60€ al mes. La pizzería B paga 0.30€ por pizza entregada y 24.00€ fijos al mes.

¿Qué oferta te parece mejor?

Resuélvelo y explica por qué tu elección es la mejor.

Resolvi

$$\begin{array}{r} 100 \\ \times 0,6 \\ \hline 600 \\ 00 \\ \hline 60,0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 100 \\ \times 0,3 \\ \hline 300 \\ 00 \\ \hline 30,0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 200 \\ \times 0,6 \\ \hline 1200 \\ 000 \\ \hline 120,0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 24 \\ \times 0,3 \\ \hline 72 \\ 00 \\ \hline 7,2 \end{array}$$

$60 + 60 = 120$
 $90 + 24 = 114$ — en este caso escijo la opción **A**

$120 + 60 = 180$
 $180 + 24 = 204$ — en este caso escijo la opción **B**

sllinares@ua.es

7

Características de una mirada profesional del profesor de matemáticas

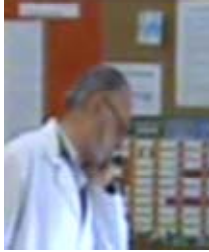
La competencia docente “mirar con sentido” (mirada profesional) permite al profesor de matemáticas ver las situaciones de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas de una manera profesional que lo diferencia de la manera de mirar de alguien que no es profesor de matemáticas

(Mason, 2002)

8

Uso del conocimiento de didáctica de la matemática y de la matemática

Identificar
Interpretar
Decidir ...



El conocimiento de matemáticas y de didáctica de las matemáticas dota al profesor de unas referencias para **identificar** lo que puede ser relevante en la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas e **interpretarlo**



Decisiones de acción



Van Es y Sherin (2002) caracterizan la competencia docente "mirar con sentido" considerando tres destrezas:

identificar los aspectos relevantes de la situación de enseñanza;

usar el conocimiento sobre el contexto para razonar sobre las interacciones en el aula, y

realizar conexiones entre sucesos específicos del aula y principios e ideas más generales sobre la enseñanza-aprendizaje

10

Un ejemplo

Sobre cómo los estudiantes para maestro reconocen evidencia de la comprensión del razonamiento proporcional en estudiantes de educación primaria

PROBLEMA 2

Raquel y Juan están plantando flores.

Plantan flores a la **misma velocidad pero**

Juan empezó antes

Cuando Raquel ha plantado 4 flores, Juan ha plantado 12 flores.

Si Raquel ha plantado 20 flores, ¿Cuántas ha plantado Juan?

$$f(x) = x + b, b \neq 0$$

PROBLEMA 3

Ana y David están fabricando muñecas.

Empezaron al mismo tiempo pero **Ana es más lenta.**

Cuando Ana ha fabricado 12 muñecas, David ha fabricado 24 muñecas.

Si Ana ha fabricado 48 muñecas ¿Cuántas muñecas ha fabricado David?

$$f(x) = ax, a \neq 0$$

Lo cognitivo:
Posible trayectoria del desarrollo del razonamiento proporcional en los estudiantes

Perfil aditivo. Estudiantes que utilizan relaciones aditivas entre las cantidades en todos los problemas proporcionales y no proporcionales

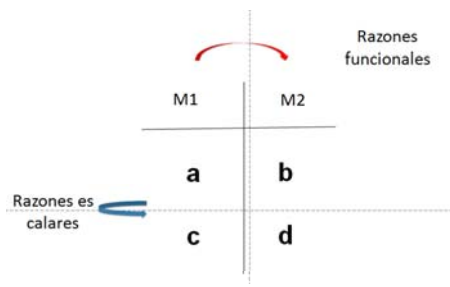
Perfil proporcional. Estudiantes que utilizan relaciones multiplicativas entre las cantidades en todos los problemas proporcionales y no proporcionales

Perfil donde influye el tipo de relación multiplicativa. Estudiantes que responden utilizando relaciones multiplicativas o aditivas en función de si la relación multiplicativa entre las cantidades es entera o no entera

Perfil correcto. Estudiantes que utilizan correctamente las relaciones aditivas o multiplicativas en cada tipo de problema

(Fernández y Linares, 2010; Van Dooren, De Bock y Verschaffel 2010)

Una estructura matemática (razón, proporción – tener la misma razón-, diferentes tipos de relaciones entre cantidades parte-parte-parte-todo..) ...



Relaciones en una magnitud o relaciones entre magnitudes (relacione entre cantidades de un mismo espacio de medida o entre cantidades de diferentes espacios de medida,...)

$f(x) = x + b, b \neq 0$

Diferencias entre

$f(x) = ax, a \neq 0$

la idea de “trayectoria de aprendizaje” de los conceptos matemáticos

Proporciona a los estudiantes para profesor con información empírica sobre el “desarrollo progresivo de la conceptualización matemática”

Lo que proporciona **conocimiento** sobre **grados de comprensión matemática** (más allá de la dicotomía correcto/incorrecto)

Un estudiante – un problema

PROBLEMA 2
 Raquel y Juan están plantando flores.
 Plantan flores a la misma velocidad pero Juan empezó antes
 Cuando Raquel ha plantado 4 flores, Juan ha plantado 12 flores.
 Si Raquel ha plantado 20 flores, ¿Cuántas ha plantado Juan?

$f(x) = x + b, b \neq 0$



Identificando lo relevante

Un estudiante – varios problemas

PROBLEMA 2

Raquel y Juan están plantando flores.
Plantan flores a la misma velocidad pero Juan empezó antes
Cuando Raquel ha plantado 4 flores, Juan ha plantado 12 flores.
Si Raquel ha plantado 20 flores, ¿Cuántas ha plantado Juan?

$$f(x) = x + b, b \neq 0$$

Estudiante 4

$$\begin{array}{r} 12 \\ - 4 \\ \hline 08 \end{array} + \begin{array}{r} 20 \\ + 8 \\ \hline 28 \end{array}$$

Juan ha plantado 28 flores.

PROBLEMA 3

Ana y David están fabricando muñecas.
Empezaron al mismo tiempo pero Ana es más lenta.
Cuando Ana ha fabricado 12 muñecas, David ha fabricado 24 muñecas.
Si Ana ha fabricado 48 muñecas ¿Cuántas muñecas ha fabricado David?

$$f(x) = ax, a \neq 0$$

Estudiante 4

$$\begin{array}{r} 24 \\ - 12 \\ \hline 12 \end{array} \cdot \begin{array}{r} 48 \\ + 12 \\ \hline 60 \end{array}$$

David ha fabricado 60 muñecas.

Reconociendo evidencias de la comprensión del estudiantes en una trayectoria de aprendizaje

	Problema 1	Problema 2	Problema 3	Problema 4
Estudiantes 1				
Estudiante 2				
Estudiante 2				

Características del desarrollo de la comprensión Estudiante 1

Características del desarrollo de la comprensión Estudiante 2

Características del desarrollo de la comprensión Estudiante 3

Reconociendo perfiles de estudiantes

	PROBLEMA 2	PROBLEMA 3
Estudiante 4	<p>Raquel y Juan están plantando flores. Plantan flores a la <u>misma velocidad</u> pero Juan empezó antes Cuando Raquel ha plantado 4 flores, Juan ha plantado 12 flores. Si Raquel ha plantado 20 flores, ¿Cuántas ha plantado Juan?</p>	<p>Ana y David están fabricando muñecas. Empezaron al mismo tiempo pero Ana es más lenta. Cuando Ana ha fabricado 12 muñecas, David ha fabricado 24 muñecas. Si Ana ha fabricado 48 muñecas ¿Cuántas muñecas ha fabricado David?</p>
Estudiante 5	<p>Raquel $4 \rightarrow 20$ $\frac{12}{\times 5}$ $\frac{60}{60}$ Juan $12 \rightarrow 60$</p> <p>Juan ha plantado 60 flores.</p>	<p>Ana $12 \rightarrow 48$ $\frac{24}{\times 4}$ $\frac{96}{96}$ David $24 \rightarrow 96$</p> <p>David ha fabricado 96 muñecas.</p>

<p>PROBLEMA 2</p> <p>Raquel y Juan están plantando flores. Plantan flores a la <u>misma velocidad</u> pero Juan empezó antes Cuando Raquel ha plantado 4 flores, Juan ha plantado 12 flores. Si Raquel ha plantado 20 flores, ¿Cuántas ha plantado Juan?</p>	<p>Estudiante 4</p> $\begin{array}{r} 12 \\ - 4 \\ \hline 08 \end{array} + \begin{array}{r} 20 \\ + 8 \\ \hline 28 \end{array}$ <p>Juan ha plantado 28 flores.</p>
<p>PROBLEMA 3</p> <p>Ana y David están fabricando muñecas. Empezaron al mismo tiempo pero Ana es más lenta. Cuando Ana ha fabricado 12 muñecas, David ha fabricado 24 muñecas. Si Ana ha fabricado 48 muñecas ¿Cuántas muñecas ha fabricado David?</p>	<p>Estudiante 4</p> $\begin{array}{r} 24 \\ - 12 \\ \hline 12 \end{array} \cdot \begin{array}{r} 48 \\ + 12 \\ \hline 60 \end{array}$ <p>David ha fabricado 60 muñecas.</p>

“Este estudiante ha seguido un procedimiento correcto ... Primeramente ha restado las 12 flores que plantó Juan con las que plantó Raquel y obtuvo un resultado de 8 flores que es la diferencia de flores que plantó uno y otro. Seguidamente, sabiendo la diferencia, ha sumado a esas 8 flores las 20 flores que plantó Raquel para obtener las flores que Juan había plantado”

“Es correcto. A las 24 muñecas de David le ha restado las 12 de Ana para comprobar la diferencia de muñecas que hay. Tras ello, a esa diferencia le ha sumado 48, que son las muñecas que ha fabricado después Ana”.

PROBLEMA 2
Raquel y Juan están plantando flores.
Plantan flores a la misma velocidad pero Juan empezó antes
Cuando Raquel ha plantado 4 flores, Juan ha plantado 12 flores.
Si Raquel ha plantado 20 flores, ¿Cuántas ha plantado Juan?

Estudiante 5

Raquel	4	→	20	× 5	=	100
Juan	12	→	60			

Juan ha plantado 60 flores.

Identificación e interpretación realizada por un estudiante para profesor

“Encuentra una relación directa entre las flores plantadas al principio y al final por Raquel (x5) y la aplica a Juan porque ambos van a la misma velocidad. **Incorrecto al establecer una relación numérica lineal**”.

PROBLEMA 3.
Ana y David están fabricando muñecas.
Empezaron al mismo tiempo pero Ana es más lenta.
Cuando Ana ha fabricado 12 muñecas, David ha fabricado 24 muñecas.
Si Ana ha fabricado 48 muñecas ¿Cuántas muñecas ha fabricado David?

Estudiante 5

Ana	12	→	48	× 4	=	192
David	24	→	96			

David ha fabricado 96 muñecas.

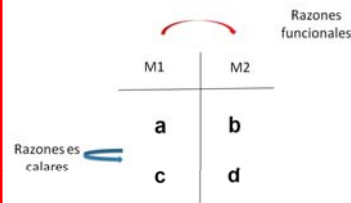
“Construye una tabla en la trata de relacionar las situaciones de partida y final de ambos. **Encuentra una relación numérica en Ana y la aplica a David obteniendo el resultado correcto. El razonamiento es incorrecto porque busca y encuentra un múltiplo que relaciona cantidades, aunque no las correctas**” (!)

sllinares@ua.es

21

Lo matemático

La estructura multiplicativa



La diferencia entre lo aditivo y multiplicativo

$f(x) = x + b, b \neq 0$

$f(x) = ax, a \neq 0$

Lo cognitivo

Possible trayectoria del desarrollo del razonamiento proporcional en los estudiantes

Perfil aditivo. Estudiantes que utilizan relaciones aditivas entre las cantidades en todos los problemas proporcionales y no proporcionales

Perfil proporcional. Estudiantes que utilizan relaciones multiplicativas entre las cantidades en todos los problemas proporcionales y no proporcionales

Perfil donde influye el tipo de relación multiplicativa. Estudiantes que responden utilizando relaciones multiplicativas o aditivas en función de si la relación multiplicativa entre las cantidades es entera o no entera

Perfil correcto. Estudiantes que utilizan correctamente las relaciones aditivas o multiplicativas en cada tipo de problema

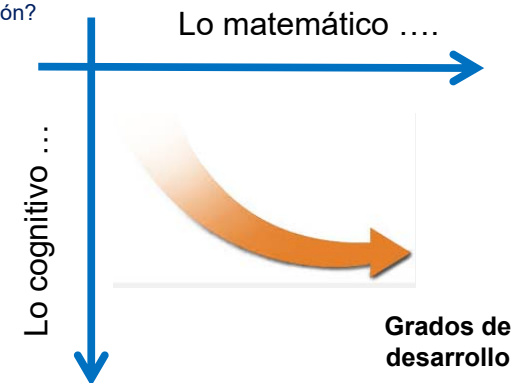
(Fernández y Linares, 2010; Van Dooren, De Bock y Verschaffel 2010)

Lo matemático

Lo cognitivo

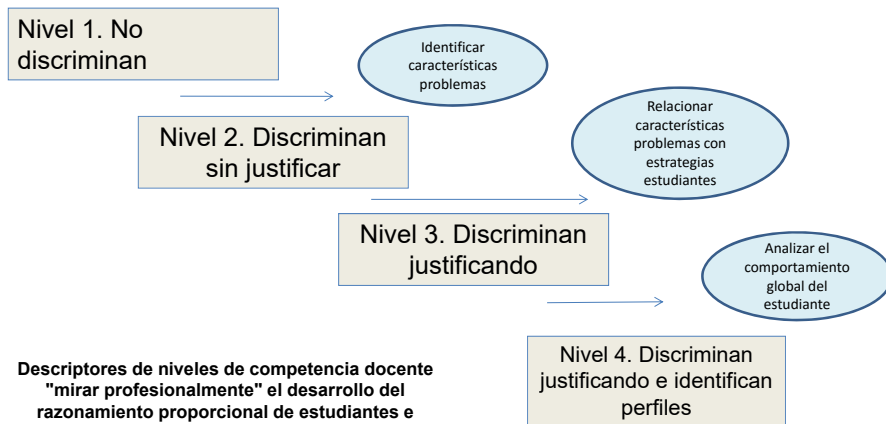
El discurso integrado del **estudiante para maestro** de lo matemático y cognitivo cuando describe e interpreta las producciones matemáticas de los estudiantes

¿cómo se **manifiesta la relación entre lo matemático y lo cognitivo** en el discurso de los estudiantes para maestro cuando están aprendiendo a identificar-e-interpretar el pensamiento matemático de los estudiantes para tomar decisiones de acción?



Grados de desarrollo

Caracterización del desarrollo de la competencia docente “mirar con sentido” el desarrollo del razonamiento proporcional



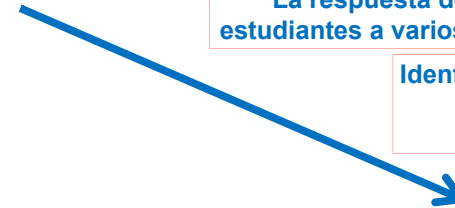
Descriptor de niveles de competencia docente “mirar profesionalmente” el desarrollo del razonamiento proporcional de estudiantes e educación primaria por parte de estudiantes para maestro (Fernández, Linares y Vallis, 2013)

La exigencia de la situación para el desarrollo de la Competencia docente “mirar profesionalmente” las situaciones de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas

La respuesta de un estudiante a varios problemas

La respuesta de varios estudiantes a varios problemas

Identificación de características en la comprensión de los Estudiantes



generar descriptor de niveles de desarrollo de la competencia docente “mirar profesionalmente” el aprendizaje matemático de los estudiantes

en los estudiantes para maestros y estudiantes para profesores de matemáticas

permite centrar nuestra atención en su aprendizaje considerando

el “conocimiento en uso” que configura la **competencia docente “mirar con sentido”** se entiende como ...

el uso de conocimiento de didáctica de la matemática (relación entre lo matemático y lo didáctico) en la resolución de problemas profesionales (identificación e interpretación de aspectos relevantes en la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas)





El inicio del desarrollo de la competencia docente en los programas de formación de profesores de matemáticas

Salvador Llinares
sllinares@ua.es
Departamento de Innovación y Formación
Didáctica

