

Una relación geométrica a partir de los rompecabezas

Olga Lucía León e Ismelda García Pinzón
Universidad Distrital Francisco José de Caldas
ismeldaehud@gmail.com

Resumen

El taller refiere a una **experiencia** en la enseñanza en el campo geométrico, específicamente propone realizar una reflexión didáctica a partir de la experiencia-acción-ejercicio de consolidar geoméricamente una relación. El desarrollo geométrico y en general el matemático requiere de una efectiva relación entre *instrumentos, métodos y sistemas axiomáticos*, la necesidad de establecer esa relación en el caso geométrico euclidiano surge de una experiencia básica con los instrumentos, las formas y las magnitudes geométricas asociadas como el área. El taller se desarrolla en tres momentos: el primer momento llamado de *exploración* propicia las condiciones para identificar propiedades geométricas a partir del uso de rompecabezas. El segundo momento llamado de *conjeturación* ofrece los requerimientos necesarios para formular relaciones y explorar sus campos de aplicación, se pretende la formulación de conjeturas sobre las relaciones obtenidas que surgen del uso de herramientas implementadas como la regla, el compás y el software. El tercer momento llamado de *matematización* pretende explicitar condiciones para el surgimiento del teorema, en este momento se articula la reflexión sobre la demostración como método para consolidar un resultado en matemáticas con la exploración del uso de instrumentos y el papel que tiene la formulación axiomática en esta experiencia.

Fundamentación teórica

El taller tiene como componente teórico un análisis epistemológico que considera las producciones organizadas de tres importantes geómetras a través de la historia: De Euclides (330-275 a.n.e) se toma el libro I de los *Elementos* el cual involucra dos teorías fundamentales; la de las paralelas y la de área, de David Hilbert (1862-1943) la teoría de las disecciones y de Hartshorne (1960-actual) el tratamiento que establece al vincular lo axiomático intuitivo de Euclides y lo axiomático no intuitivo de Hilbert. El estudio de los tres geómetras además de actualizar la relación, aporta tres enfoques para el desarrollo de la magnitud geométrica, el otro componente es el de gestión en el aula que considera el papel que tienen los instrumentos en la formulación y consolidación de relaciones geométricas. Los dos componentes mencionados anteriormente conforman lo que he denominado una perspectiva didáctica que constituyen los elementos requeridos para la elaboración de relaciones en matemáticas que pueden ser desarrolladas por medio de procesos que vinculan métodos, objetos e instrumentos.

Metodología utilizada

Aunque la manipulación de los diferentes instrumentos se da en forma individual (hasta donde la cantidad de material presente y número de asistentes lo permita), la socialización de las diferentes actividades se dará en un primer momento por parejas y luego en forma grupal. El desarrollo del taller requiere la ejecución de las siguientes tres etapas:



Etapa de exploración; es la etapa en que la actividad se centra en el trabajo con los puzzles⁸ buscando la formulación de relaciones binarias (de orden, de equivalencia), relaciones ternarias (estar entre, aditivas). En este caso, los puzzles se toman como un material de exploración porque ofrecen rutas de construcción de figuras que exigen explicitar propiedades de las formas y condiciones axiomáticas para que la relación formulada tenga satisfactores, por otra parte, dentro del trabajo con los puzzles se admite la superposición de figuras como un primer medio de justificación correspondiente a la trama argumentativa que se despliega durante la actividad. Esta acción de evidenciar propiedades y condicionar procedimientos ofrece además la elección del puzzle adecuado el cual a su vez dará las pautas para el análisis que se llevará a cabo en la tercera etapa concerniente a la práctica demostrativa.

Etapa de conjeturación; esta etapa considera el tránsito entre la conjeturación y la constitución de un teorema, el objetivo pretendido es vincular condiciones axiomáticas con propiedades de las formas y la constitución de magnitudes geométricas. La ejecución de esta etapa permitirá no sólo la obtención de una cierta relación sino además ilustrará alternativas de enseñanza de la geometría.

Etapa de matematización; esta es una etapa compleja ya que en ella se pretende consolidar las relaciones geométricas instituidas a partir de la reflexión y el análisis propuesto en las dos etapas anteriores, se pretende evidenciar la necesidad de la organización en sistemas axiomáticos con el fin de constituir elementos para una práctica demostrativa de teoremas o prueba de problemas⁹.

Todas las etapas anteriormente descritas son consideradas fundamentales para la elaboración de una relación.

Actividades

ACTIVIDAD No. 1

Esta actividad refiere a la construcción de formas con las piezas del rompecabezas, esta acción se centra en los objetos (cuadrados, rectángulos, triángulos) que forman parte de las relaciones y en la exploración de sus propiedades en cuanto área, lados, ángulos.

Primera fase:

Paso 1. Luego de hacer entrega de las fichas que constituyen los diferentes puzzles a trabajar, se indica qué fichas tomar (a partir del color), dado que el trabajo de manipulación se realizará en su mayor parte por parejas los asistentes tendrán el tiempo suficiente para una observación y comparación de las mismas para así pasar a la construcción de figuras.

Paso 2. Se hace un intercambio de puzzles (de una pareja a otra) y se sigue el mismo procedimiento y así sucesivamente hasta que todos los asistentes hayan tenido la experiencia con los 3 puzzles escogidos.

Paso 3. Se hace una socialización para identificar preguntas, recomendaciones y estrategias de construcción.

Paso 4. Después de haber llevado a cabo la experiencia con los tres puzzles, se pide que por parejas se intercambien determinadas fichas con las cuales deberán armar la misma figura solicitada en el paso 1.

⁸ Se manipularán 3 tipos de rompecabezas escogidos por criterios de complejidad para encontrar diferentes entradas en el desarrollo de conocimiento geométrico en educación básica.

⁹ Proclo describe que las proposiciones enunciadas en los *Elementos* de Euclides se constituyen o bien en problemas o bien en teoremas, los primeros obedecen a una construcción y los segundos a una demostración.

- ¿se pueden aplicar las estrategias y recomendaciones del paso anterior a partir del intercambio de las fichas para armar las mismas figuras obtenidas inicialmente con cada rompecabezas?
- ¿qué condiciones creen que deben cumplir las primeras figuras para poder armar la otra?

Como búsqueda a la respuesta de esta última pregunta se dará inicio a una segunda actividad que implica además del trabajo con los puzzles un trabajo sobre una hoja blanca.

Segunda fase:

Sobre una hoja blanca deberán distribuir las figuras realizadas de modo que el único contacto entre ellas esté dado por vértices dos a dos.

- ¿el contorno de qué figura sale al realizar dicha distribución?
- ¿qué características tiene esta figura?, pueden decir su nombre, los elementos por los cuales está compuesta, su clasificación etc.

Durante esta socialización que describe los elementos constituyentes de la figura geométrica encontrada haciendo exaltación en una de sus propiedades.

Se pide a los asistentes que dibujen esta nueva figura retomando los puntos dados por los vértices encontrados por las 3 figuras y se le da un nombre a cada vértice.

Ahora se deberán intercambiar algunas de las fichas y deberán proceder del mismo modo que se acabó de realizar.

- ¿se mantiene el mismo contorno de la figura?
- ¿sufrió algún cambio la figura observada?

ACTIVIDAD No. 2

Como objetivo correspondiente a la etapa de conjeturación descrita en la metodología propuesta, esta actividad pretende vincular el estudio de implicaciones de las formas y el estudio de las relaciones, realizados durante la actividad anterior, con el fin de formular las condiciones sobre los objetos y las condiciones sobre las relaciones de dichos objetos, como paso exigido en el tránsito entre la conjeturación y la constitución de teorema.

ACTIVIDAD No. 3

Esta actividad corresponde a la construcción de uno de los puzzles con regla y compás para finalizar con la socialización referida al proceso demostrativo.

Conclusiones

Los procesos matemáticos se desarrollan a partir de la formulación de relaciones, pero la formulación de estas relaciones no son generalmente de carácter espontáneo en los grupos sociales, se requiere el desarrollo de habilidad tanto en el uso de instrumentos como en las formas para organizar sistemáticamente los elementos que hacen posible el uso de la relación en diversos contextos.

La elaboración de relaciones matemáticas puede ser desarrollada por medio de procesos que vinculan instrumentos, métodos y sistemas axiomáticos.

El uso de tipos de instrumentos ofrece diferentes representaciones de los objetos matemáticos las cuales permiten movilizar una misma percepción para que se pueda ver de distintas maneras lo que normalmente sólo se ve de una manera.



A S O C O L M E

ASOCIACION COLOMBIANA DE MATEMATICA EDUCATIVA

Además de la importancia que tiene el enfoque disciplinar también es necesario considerar otros componentes como la dimensión instrumental en la que se sitúa el grupo que construye saber geométrico en el aula.

Bibliografía

Castro Granados, Néstor. Pensamiento Geométrico y Tecnologías Computacionales. Cap. 5.8. Argumentación en torno a una figura. (MEN) 2004.

Díaz Godino, Juan. Uso de material tangible y gráfico-textual en el estudio de las matemáticas: superando algunas posiciones ingenuas. 2002

Euclides. Elementos. Edición No 1. Ed. GREDOS, S.A. Madrid. Introducción Luis Vega. Traducción y notas de María Luisa Puertas Castaños. 1991.

Flores Alfinio. La feria de Pitágoras. Revista Educación Matemática. Vol 4 No. 1 y2 editorial Iberoamericana. 1992

García, Diego Alejandro. El teorema de Pitágoras como paradigma de la enseñanza de la geometría Plana: simplificar no siempre simplifica (on line). Noviembre 2002, disponible en Internet www.clame.org.mx

Guerrero G, Ana. Geometría en el plano y en el espacio. Edición No 1. Ed. Universidad Nacional. 2002.

Hartshorne, Robin. Geometry: Euclid and Beyond. Cap. 1. Euclid's Geometry. University of California. Department of Mathematics. 2000.

Hilbert, David. Fundamentos de la Geometría, Textos Universitarios 5, Raycar, S.A. España. Traducción de Francisco Cebrián de la séptima edición alemana 1930. 1991.

León corredor, Olga Lucía. Calderón, Dora Inés. Argumentar y Validar en matemáticas. Cap. V. La validación de sentidos matemáticos como un desarrollo de la argumentación: el caso de la geometría. 2003.

León Corredor, Olga Lucía. Experiencia figural y procesos semióticos para la argumentación en geometría. Universidad del Valle. Doctorado institucional en educación. Área Educación Matemática. Santiago de Cali. 2005.

León corredor, Olga Lucía. Calderón, Dora Inés. Caracterización de los requerimientos didácticos para el desarrollo de competencias argumentativas en matemáticas en el aula. Revista EMA Investigación e innovación en educación matemática. Volumen 8, No.3. Noviembre de 2003.

Mechéle y Otros. Ingeniería Didáctica en educación matemática, un esquema para la investigación y la innovación en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Editorial Iberoamericana. Bogotá. 1995

Perry, Patricia. Una propuesta para abordar el Teorema de Pitágoras en clase. Revista EMA Investigación e innovación en educación matemática. Volumen 5, N 2. Marzo de 2000. 152-169.

Ruíz Páez, Meiby Rocío. La geometría dinámica y la actividad demostrativa. Universidad Pedagógica. Licenciatura en matemáticas. Bogotá.

Wells, Marsa Kamala. Informe de pasantía de investigación en el grupo de investigación interdisciplinaria en pedagogía del lenguaje y de las matemáticas. 2003.
