

# Sobre la interpretación y uso de la letra como número generalizado en tareas sobre generalización de patrones: reporte de una experiencia con estudiantes de grado octavo

---

JOHN EDWARD FORIGUA P.

je.forigua@hotmail.com

SED Bogotá; F. U. Los Libertadores. (Docente)

DIEGO ALEJANDRO VELANDIA S.

matemaestrix@hotmail.com

SED Bogotá. (Docente)

**Resumen:** En esta comunicación se darán a conocer los avances parciales de una investigación<sup>1</sup>, usando como metodología la investigación-acción, en la que se pretende potenciar un acercamiento conceptual de un grupo de estudiantes de grado octavo de Educación Básica Secundaria, sobre la interpretación y uso de la letra como número generalizado, por medio de la resolución de una serie de tareas sobre generalización de patrones. Se presenta una descripción y análisis de los desarrollos conceptuales, niveles de comprensión, tipos de representación y actividad matemática que despliegan los estudiantes cuando resuelven este tipo de tareas.

**Palabras clave:** Interpretación, uso de la letra, generalización de patrones, proceso de desarrollo, número generalizado.

## 1. Problemática

En la iniciación al álgebra escolar son varios los problemas que pueden presentarse y que según Kieran (1989, citado por Pretexto 1996/1999) además de estar relacionados con el cambio de convenciones respecto del referente aritmético, y el uso de estructuras, también tienen que ver con los procesos de simbolización e interpretación de las “letras”.

---

<sup>1</sup> Dirigida por el Dr. Rodolfo Vergel Causado, en el marco de la Maestría en Educación de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas de Bogotá.

En este ámbito, diferentes investigaciones realizadas en los últimos años, tanto a nivel nacional, como internacional han puesto al descubierto las dificultades que tienen los estudiantes en la educación secundaria cuando se enfrentan a problemas algebraicos. Al respecto se ha buscado encontrar situaciones que puedan facilitar el desarrollo en el paso al álgebra, y de igual forma abrir la posibilidad de abordar este propósito desde edades tempranas y que a partir del contacto con experiencias significativas, se pueda avanzar en la construcción de esquemas asociados al pensamiento algebraico.

Por tanto se considera como necesidades imperantes<sup>2</sup>, orientar reflexiones sobre las concepciones del álgebra escolar, su enseñanza y su aprendizaje; promover actividades que busquen el desarrollo del pensamiento algebraico, construir oportunidades para el aprendizaje del razonamiento algebraico (Rojas & Vergel, 2013).

En concordancia con lo anterior y apoyados en las investigaciones de Küchemann (1981, citado por Pretexto, 1996/1999), se pretende mostrar un informe que apunte a dar respuesta a la pregunta: *¿Qué proceso de desarrollo sobre la interpretación y uso de la letra como número generalizado evidencian estudiantes de grado octavo al resolver tareas sobre generalización de patrones?*

## 2. Marco de referencia

En este sentido, en cuanto al desarrollo, Vergel (2014) afirma que para Vygotski, éste es considerado en términos de saltos revolucionarios fundamentales más que en términos de incrementos cuantitativos constantes, y de acuerdo con Wertsch (1985/1988) coinciden en señalar que los tres temas que constituyen el núcleo de la estructura teórica de Vygotski son: *1) la creencia en el método genético o evolutivo, 2) los procesos psicológicos superiores tienen su origen en procesos sociales, y 3) los procesos mentales o cognitivos pueden entenderse solamente mediante la comprensión de los instrumentos y signos que actúan como mediadores*; concluyendo así, que *“la creencia en el método genético, de acuerdo con Vygotski, significa que el pensamiento se puede desarrollar”* (Vergel, 2014 p.42).

El pensamiento algebraico como línea de estudio en investigación en Didáctica de las Matemáticas se ocupa, en palabras de Socas (1999), de los fenómenos de enseñanza,

---

<sup>2</sup> Tal como lo establece el Consejo Nacional de Profesores de Matemáticas de Estados Unidos (NCTM), propiciar actividades que involucren la generalización de patrones buscando contribuir a que el estudiante adquiera confianza en su propia capacidad de abstraer relaciones y de utilizar diferentes representaciones para describirlas.

aprendizaje y comunicación de los conceptos algebraicos en el Sistema Educativo y en el medio social. En este sentido, referenciado desde su artículo “Perspectivas De Investigación En Pensamiento Algebraico”, las investigaciones sobre las letras con significado algebraico (variables) están documentadas en trabajos como Wagner & Kieran (1989), Kieran & Filloy (1989), Socas, et al. (1989), Kieran (1992), Rojano (1994), Bednarz, Kieran, & Lee (1996), Palarea (1998).

Kieran & Filloy (1989) referencian las interpretaciones que se asignan a las letras, en las que Küchemann (1981), usando una clasificación desarrollada originalmente por Collis (1975), encontró que la mayoría de los estudiantes trataban las letras como incógnitas específicas más que como números generalizados o como variables.

Socas, et al. (1998/1999), enmarcando su trabajo en el campo de estudio que analiza el paso de la aritmética al álgebra, especialmente en las generalizaciones de patrones y en el desarrollo del simbolismo algebraico, referencian los trabajos de Charbonneau (1996), Puig (1994,96), Radford (1996), Fernández (1997), Küchemann (1981); Booth (1984); Mason,(1985) y Usiskin (1988).

Otro referente importante para el trabajo en el aula lo encontramos en el grupo Azarquiel (1993) quienes recogen problemas que plantean la iniciación al lenguaje algebraico abordando el simbolismo, la generalización y las destrezas, proponiendo abundantes actividades e ideas para enseñar álgebra.

Respecto a la caracterización de la variable en matemáticas, basados en el trabajo de Pretexto (1996/1999) donde se toma como referente los trabajos de Küchemann (1978, 1980 y 1981) planteando elementos para el trabajo en el aula, se proponen algunas tareas que posibilitarían tanto procesos de generalización y simbolización, como aproximaciones a la interpretación de letra como número generalizado y como variable.

Por último, Vergel (2014), afirma que la idea de desarrollo, lejos de ser ingenua desde los planteamientos de Vygotski, cobra especial relevancia en su teoría del desarrollo genético. Así mismo desde Vygotski, en términos de Wertsch (1985/1988), se define el desarrollo en términos de aparición y transformación de las diversas formas de mediación y su noción de interacción y señala que su relación con los procesos psicológicos superiores implica necesariamente los mecanismos semióticos.

### 3. Diseño metodológico preliminar

Partiendo del problema que hemos identificado, en cuanto a la metodología de investigación que desarrollaremos en nuestro trabajo, en tanto se aborda la problemática de las matemáticas que se deben enseñar, específicamente al pretender describir y analizar el acercamiento a la interpretación de la letra como número generalizado que logran estudiantes de grado octavo cuando abordan tareas sobre generalización de patrones; enmarcada en el pensamiento algebraico y la transición de la aritmética al álgebra, optamos por usar la Investigación – Acción (IA), dado que ésta, vista en el aula, busca ofrecer una serie de estrategias, técnicas y procedimientos para que el proceso sea riguroso, sistemático y crítico, es decir, que reúna los requisitos de una “investigación científica”.

Por otra parte, la IA realiza simultáneamente la expansión del conocimiento científico y la solución de un problema, mientras aumenta, igualmente, la competencia de sus respectivos participantes (sujetos “coinvestigadores”) al ser llevada a cabo en colaboración, en una situación concreta y usando la realimentación de la información en un proceso cíclico, aspecto del cual se hará énfasis en tanto se realizará el planteamiento de una serie de tareas a un grupo control de estudiantes de grado octavo de dos instituciones de carácter público de la ciudad de Bogotá, analizando los resultados y realizando los debidos ajustes para el planteamiento de nuevas tareas basadas en las conclusiones halladas.

En este sentido la investigación se desarrollará a través de una serie de etapas descritas por Miguélez (2000), las cuales se tomarán como base para el desarrollo del trabajo y de manera específica, se desarrollarán los aspectos metodológicos definidos a través de las siguientes fases:

**Fase 1.** Acercamiento e inserción en la problemática de profundización; **Fase 2.** Diseño de pilotaje. **Fase 3.** Diseño y/o adaptación de tareas asociadas sobre generalización de patrones; **Fase 4.** Implementación de las tareas, reflexión y análisis sobre la producción de los estudiantes. Este análisis sobre las producciones de los estudiantes proporcionará los elementos para el diseño de las siguientes tareas para atacar otros frentes, por ejemplo a través tareas de mayor nivel de exigencia o complejidad. Los instrumentos serán analizados a manera de un *estudio de caso* (colectivo) arrojando información significativa para la toma de decisiones. En este sentido, el Estudio de Caso es una herramienta valiosa de investigación, ya que, su mayor fortaleza radica en que a través del mismo se mide y registra la conducta de las personas involucradas en el fenómeno estudiado (Stake, 1998); **Fase 5.** Documentar los análisis; **Fase 6.** Reporte de la experiencia.

Desde esta perspectiva, las Fases 1 a 4 tienen un carácter cíclico y brindarán herramientas para hacer pronunciamientos sobre las producciones de los estudiantes al abordar este tipo de tareas y determinar, si es necesario, cambios y redireccionamientos a los que haya lugar.

#### 4. Productos esperados y observaciones preliminares

Teniendo en cuenta los niveles que plantea Küchemann (1981) sobre el desarrollo algebraico en la interpretación y uso que se hace de la letra<sup>3</sup>, la prueba diagnóstica aplicada a estudiantes de grado octavo, con catorce preguntas tomadas del Test planteado por el mismo autor, podemos inferir que éstos se encuentran en los niveles I y II, lo que no significa que el estudiante se encuentre solamente en el nivel bajo de las operaciones concretas, en tanto dependen de la naturaleza y complejidad de las preguntas.<sup>4</sup>

El resultado final del trabajo será un reporte documentado del proceso de desarrollo en la interpretación y uso de la letra como número generalizado que tienen estudiantes de grado octavo, al abordar tareas sobre generalización de patrones. Este informe se centrará en identificar las características de las respuestas dadas por los estudiantes, de tal manera que se puedan tipificar dentro de la categoría de número generalizado propuesta por Küchemann (1981), sin desconocer que aparezcan producciones de los estudiantes que evidencien tipificaciones distintas o intermedias con respecto a las categorías establecidas por este autor, por ejemplo, identifica el patrón y lo expresa en Lenguaje Natural (LN), identifica el patrón y lo expresa en Lenguaje Algebraico (LA), identifica el patrón y lo generaliza en LN, identifica el patrón y lo generaliza en LA, o, incluso que no hallara el patrón; lo cual permitirá determinar una correlación en los cuatro niveles de desarrollo algebraico que él mismo categoriza.

#### Referencias bibliográficas

- Azarquiél, G. (1993). Alonso, F., Barbero, C., Fuentes, I., Azcárate, A. G., & Otros. *Ideas y actividades para enseñar álgebra*. Madrid: Síntesis.
- Domínguez, J. H., Socas, R. M. M., & Machín, M. C. (1998). Análisis didáctico del lenguaje algebraico en la enseñanza Secundaria. *Revista Interuniversitaria de formación del Profesorado*, (32), 73-86
- Kieran, C., & Filloy, E. (1989). El aprendizaje del álgebra escolar desde una perspectiva psicológica. *Enseñanza de las Ciencias*, 7(3), 229-240.

---

<sup>3</sup>Nivel I: bajo de las operaciones concretas (evaluada y no usada/ignorada); Nivel II: superior de las operaciones concretas (objeto); Nivel III: bajo de las operaciones formales (incógnita y número generalizado) y, finalmente el Nivel IV: superior de las operaciones formales (variable).

<sup>4</sup> Como lo menciona Pretexto (1989), no puede tomarse, en general, como una correspondencia directa.

- Küchemann, D. E. (1981). *The understanding of generalized arithmetic (álgebra) by secondary school children* (Doctoral dissertation, Chelsea College, University of London).
- Miguélez, M. M. (2000). La investigación-acción en el aula. *Agenda académica*, 7(1), 27.
- Pretexto, G. (1996/1999). Rojas, P., Rodríguez, J., Romero, J., Castillo, E., & Mora, L. *La transición aritmética al álgebra*. Bogotá: Gaia.
- Rojas, P., & Vergel, R. (2013). Procesos de Generalización y Pensamiento Algebraico. *Revista Científica*, (EXTRA), 760-766
- Socas Robayna, M., Camacho Machín, M., Palarea Medina, M., & Hernández Domínguez, J. (1998/1999). *Iniciación al álgebra*. Madrid: Síntesis.
- Vergel, R. (2014). *Formas de pensamiento algebraico temprano en alumnos de cuarto y quinto grados de Educación Básica Primaria (9-10 años)*. Tesis doctoral laureada. Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Bogotá, Colombia. En curso de publicación.