

# Acercamiento a la argumentación en un ambiente de geometría dinámica: grado octavo

---

JORGE ANDRÉS TORO URIBE  
andrectoro@gmail.com  
Universidad de Medellín (estudiante)

CARMEN SAMPER  
carmensamper@gmail.com  
Universidad Pedagógica Nacional (profesora)

**Resumen.** Se reportan resultados del trabajo de grado (Toro, 2014) para optar por el título de Magister en Educación Matemática, de la Universidad de Medellín. En este se analizaron los argumentos de estudiantes de octavo grado, con el modelo de Toulmin, cuando realizan actividad demostrativa con el apoyo de sistemas de geometría dinámica, y se identificaron las diferentes acciones del maestro, que facilitaron o no la producción de argumentos, usando categorías propuestas por el grupo de investigación Aprendizaje y Enseñanza de la Geometría ( $\mathcal{A}\cdot\mathcal{G}$ ) de la Universidad Pedagógica Nacional.

**Palabras clave:** Argumentación, actividad demostrativa, experimento de enseñanza, sistemas de geometría dinámica, acciones del profesor.

## 1. Presentación del problema

En los últimos años, en el campo de la educación matemática se ha observado un creciente interés por la problemática de la enseñanza y aprendizaje de la demostración. Este interés se justifica por el papel esencial de las situaciones y procesos de validación en la propia matemática, el reconocimiento de la importancia de estos en el aula de clases, y el bajo nivel en la comprensión y elaboración de demostraciones que muestran los estudiantes no solo de nivel escolar sino también universitarios. Aunque las causas de esta dificultad son muchas, tiene sentido pensar que algunas de estas se remontan a posibles dificultades en la argumentación. De acuerdo con este supuesto, se planteó una investigación enfocada en estudiar la argumentación de los estudiantes de octavo grado quienes vivieron una experiencia de enseñanza que pretendía favorecer la argumentación.

## 2. Referentes teóricos

### Actividad demostrativa

Como el interés del trabajo es determinar cómo son los argumentos de los estudiantes de grado octavo cuando se genera un ambiente que propicia la argumentación, se diseñó una propuesta de enseñanza que favoreciera actividad demostrativa, la cual engloba dos procesos: conjeturación y justificación, tomando como referencia a Perry, Samper, Camargo y Molina (2013).

El proceso de conjeturación tiene como finalidad la formulación de conjeturas, es decir, enunciados producto de la observación, que expresan resultados considerados como generales y posiblemente ciertos. Dentro de este proceso se encuentran acciones como: detectar propiedades y verificarlas, formular la conjetura y corroborarla, examinar si lo que se reporta en el antecedente es suficiente para obtener como consecuencia las propiedades que se mencionan en el consecuente de la conjetura, y si el consecuente incluye todas las conclusiones posibles. Y de otro lado, el proceso de justificación tiene como propósito la construcción de una justificación de carácter deductivo que valide la conjetura formulada, es decir, la sustente como verdadera dentro de un sistema teórico conocido. Las acciones propias de este proceso son: seleccionar entre diferentes elementos conocidos, sean teóricos o empíricos, los que podrían sustentar la afirmación, organizarlos de manera deductiva, y finalmente formular la justificación.

La visualización, exploración y otras acciones heurísticas apoyan los procesos de conjeturación y justificación. No puede haber actividad demostrativa sin razonamiento que movilice las ideas y acciones, y sin la argumentación asociada con la que se comunican esas ideas.

### Modelo de Toulmin

El modelo de Toulmin incluye tres elementos según Fiallo (2010): la aserción o conclusión que el interlocutor pretende justificar, basada en ciertos datos que se producen o se tienen; los datos que sirven al interlocutor para justificar la aserción, los cuales pueden ser evidencias o hechos; y la garantía que es una regla o un principio general que conecta los datos con la aserción.

## Acciones del profesor

Se estudia el rol del profesor específicamente en torno al favorecimiento o no de la argumentación en los estudiantes. Samper, Camargo y Perry (2006) señalan que la actividad demostrativa en el aula no surge de manera autónoma, y que es el profesor el encargado de propiciar la conformación de una comunidad en el aula donde él y los estudiantes trabajan conjuntamente para construir conocimiento, en la cual la argumentación juega un papel importante (comunidad de práctica). Los profesores tienen una doble responsabilidad, apoyar a los estudiantes en el desarrollo de la actividad demostrativa y generar experiencias de aprendizaje que lleven a los estudiantes a argumentar. Las investigadoras agrupan las acciones del profesor en cuatro. El grupo A contiene las acciones que apuntan a la creación o consolidación de condiciones para constituir una comunidad de práctica; el grupo B se conforma de las acciones que contribuyen a iniciar, desarrollar y/o consolidar una práctica discursiva; en el grupo C se incluyen las acciones que se ocupan directamente de la formación de miembros activos de la comunidad de práctica; y en el grupo D se caracterizan acciones con las que el profesor, en calidad de experto local, aporta directamente elementos de la matemática misma a la construcción del saber de la comunidad.

## 3. Metodología

La metodología de la investigación es de corte cualitativo pues el investigador observa la realidad en el contexto mismo que sucede: el aula de clase. Asimismo, el trabajo es catalogado como un experimento de enseñanza: se elaboró una propuesta de enseñanza orientada desde la actividad demostrativa que favoreciera la argumentación. Luego, la propuesta fue implementada con un grupo de estudiantes de octavo grado del Colegio Cooperativo San Antonio de Prado en la ciudad de Medellín. Durante un periodo académico, los estudiantes en equipos colaborativos construyeron y exploraron situaciones en torno a relaciones y objetos geométricos, descubrieron propiedades y formularon conjeturas, con el fin de conformar un sistema teórico que sirviera como referencia para sus argumentos. Al finalizar el periodo, se trabajó con solo tres grupos de estudiantes, con el propósito de caracterizar los argumentos que ellos producían, al resolver una serie de tareas. Se grabaron estas sesiones y se tienen los registros escritos de sus producciones. El material recolectado no fue en algunos casos de la mejor calidad, por lo que fue necesario realizar una serie de entrevistas, con el ánimo de comprender mejor las producciones de los estudiantes. El experimento tiene como paso final el análisis respectivo.

## 4. Análisis

A continuación se presenta un ejemplo de análisis de los argumentos de los estudiantes.

Una pregunta que se le hizo a los estudiantes fue: Sean  $\overrightarrow{BA}$  y  $\overrightarrow{BC}$  opuestos. Sea  $T$  un punto que no pertenece a la  $AB^{\leftrightarrow}$ . ¿Es  $\angle TBA \cong \angle TBC$ ? El diálogo de los estudiantes concluye con un *argumento deductivo completo visual*.

**Marcos:** Entonces  $T$ , ponga un punto por aquí [le indica a Ana María, un punto que no está en los rayos] entonces  $\angle TBA$  y  $\angle TBC$  [construye ambos ángulos].

**Ana María:** Sí... [En relación a la posición de los puntos].

**Marcos:** No, no son congruentes. Mira este punto [ $T$ ] puede ser por aquí o por acá [señala varias posiciones]. Es decir no pueden ser congruentes.

**Datos:** Posiciones de  $T$  que no está en la  $AB^{\leftrightarrow}$ .

**Garantía:** [Parece ser] visual.

**Aserción:** Los ángulos no son congruentes.

Es un argumento completo porque tiene los tres elementos básicos de un argumento. Es de carácter deductivo porque parten de los datos, las posibles posiciones de  $T$ , utilizan una garantía, aparentemente visual, y formulan una aserción, los ángulos no son congruentes. En este caso, se considera que la garantía es visual porque comparan, visualmente, los ángulos de acuerdo con las diferentes posiciones de  $T$ .

La transcripción que sigue corresponde a la entrevista que le hizo el profesor a un grupo de estudiantes buscando que aclararan su respuesta escrita a un cuestionario. En letra cursiva se consigna la acción que hizo o no el profesor y en paréntesis el grupo al que pertenece dicha acción.

1. **Profesor:** [Ilustra la situación que corresponde al problema propuesto a los estudiantes:  $N$  es el punto medio del  $\underline{TS}$ .]



Nos preguntan si  $NT > NS$

2. **Juliana:** No. Eso es falso.
3. **Camilo:** No. Son iguales.
4. **Profesor:** Ustedes escribieron: “No porque se encuentra en el punto medio de  $TS$ ”. Bueno, y ¿qué es un punto medio?
5. **Juliana:** El que está en la mitad.
6. **Profesor:** Sí. Y por definición ¿qué es un punto medio?
7. **Juliana:** [La busca en el portafolio] Lee: El punto  $T$  es punto medio del  $SX$ , si  $T$  está entre los puntos  $S$  y  $X$ , y la longitud del  $ST$  es igual a la longitud del  $TX$ .
8. **Profesor:** Ah bueno. Es bueno que cuando demos una respuesta acompañarla de una justificación.
9. **Juliana:** Entonces es mejor escribir que no, porque es la misma distancia entre  $NT$  y  $NS$ .

El profesor en [1] *inicia estableciendo el foco de atención* (D) de los estudiantes pues ilustra la situación dentro del cual se enmarcaba la pregunta, abriendo el espacio para que inicie la discusión. A continuación en [4] *indaga* (C) como reacción a lo que dicen Juliana y Camilo; el profesor formula esta pregunta que de manera indirecta los invita a continuar interviniendo para desarrollar más su argumento y para que revisen su respuesta. Sin embargo, el profesor no *abrió un espacio* (C) para poner en consideración las posibles diferentes posiciones de los miembros del equipo, de manera que manifestaran su acuerdo o desacuerdo con Juliana. En [6] el profesor *aprueba el aporte* (B) de Juliana, e igualmente *indaga* (C) ya que pregunta por la consecuencia de su intervención. En [8] el profesor realiza un comentario que *da pautas sobre cómo se trabaja en matemáticas* (D) dentro de un sistema axiomático, específicamente exigiéndoles a los estudiantes a incluir la justificación a cada una de sus respuestas. Pero deja de hacer acciones como: *incentivar la discusión* (C) de los estudiantes involucrando aún más sus aportes en la discusión, con el fin de que además de tener una buena comunicación, sean capaces de defender su posición frente a sus compañeros; y *concretar el resultado logrado* (B) para asegurar su comprensión.

## 5. Conclusiones

Se concluye que los estudiantes avanzaron en su capacidad para argumentar matemáticamente, acción que no había sido parte de la cultura de clase previamente. En cuanto a la actuación del profesor, se concluye que su papel en propiciar el desarrollo de la capacidad de argumentar de los estudiantes no se limita a diseñar tareas que exigen la justificación sino que debe estar presto a requerirla cuando ve la oportunidad, indagar para que los estudiantes tengan que producir argumentos, y establecer como norma de la clase justificar cada idea matemática que producen. Es importante usar metodologías diferentes a las tradicionales que ofrezcan formas alternativas para favorecer un mejor aprendizaje y la argumentación, como el uso de la geometría dinámica, con el fin de formar estudiantes críticos, reflexivos y transformadores de su propia realidad.

## Referencias bibliográficas

- Fiallo, J. (2010). Estudio del proceso de Demostración en el aprendizaje de las Razones Trigonómicas en un ambiente de Geometría Dinámica (Tesis doctoral). Universidad de Valencia, Valencia.
- Perry, P., Samper, C., Camargo, L., y Molina, O. (2013). Innovación en un aula de geometría de nivel universitario. En Samper, C., y Molina, O. (Ed), Geometría plana un espacio de aprendizaje (en prensa). Bogotá: Universidad Pedagógica Nacional.
- Samper, C., Camargo, L., y Perry, P. (2006). Geometría plana un espacio de aprendizaje. Reporte de investigación presentado al CIUP. Bogotá: Universidad Pedagógica Nacional.
- Toro, J. (2014). Acercamiento a la argumentación en un ambiente de geometría dinámica: grado octavo. Trabajo no publicado. Universidad de Medellín, Medellín.