

## ANEXO 7. TAREAS DE APRENDIZAJE

En este anexo, presentamos las tareas de aprendizaje propuestas para la unidad didáctica puntos críticos de la función cúbica. Las tareas Wazcartón, Pedido de Kellog's y Programa para modelar atienden al primer objetivo. Las tareas Utilidades y Tanques de agua contribuyen al segundo objetivo. Por último, las tareas Cajas de cartón y Caminata se relacionan al tercer objetivo.


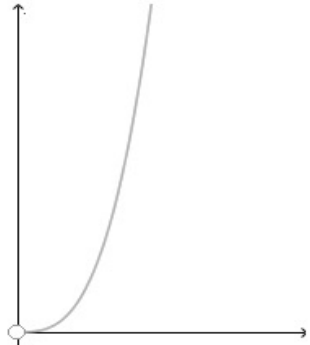

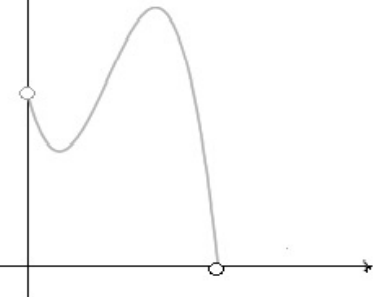
### 1. TAREAS DE APRENDIZAJE PARA EL OBJETIVO 1

El primer objetivo hace referencia a reconocer si una situación problema modelada por una función cúbica hace parte de un fenómeno de optimización o un fenómeno de crecimiento y decrecimiento estricto, haciendo uso del concepto de punto crítico. A continuación, se presentan las siguientes tareas de aprendizaje.

#### **Tarea 1. Wazcartón**

Wazcartón es una empresa encargada del diseño, elaboración y venta de cajas de metal y de cartón de acuerdo con las especificaciones de sus clientes. A continuación, se describen sus productos.

# Wazcartón

ESPECIFICACIONES DE LOS TIPOS CAJA				
Material	Usos	Tipo de base	Alto	Volumen
 <p>Metal</p>	Ideal para productos altos	Circular o cuadrada	Depende de la longitud del diámetro o de la arista de la base	
 <p>Cartón</p>	Ideal para productos planos	Cuadrada	Depende del ancho de la base	

1. Si fuera un vendedor de Wazcartón ¿cómo describiría la variación del volumen de las cajas de metal y las cajas de cartón a uno de sus clientes?
2. ¿Cómo se relaciona el concepto de punto crítico con estas descripciones?
3. ¿Qué diferencias encuentra en la variación del volumen entre los dos tipos de cajas?

## Tarea 2. Pedido de Kellog's

Kellog's hace una solicitud a Wazcartón para su nueva presentación de Frootloops, Zucaritas y sus respectivos premios. Las especificaciones de estas cajas se presentan en la siguiente tabla. Kellog's necesita saber la viabilidad de este tipo de requerimiento.

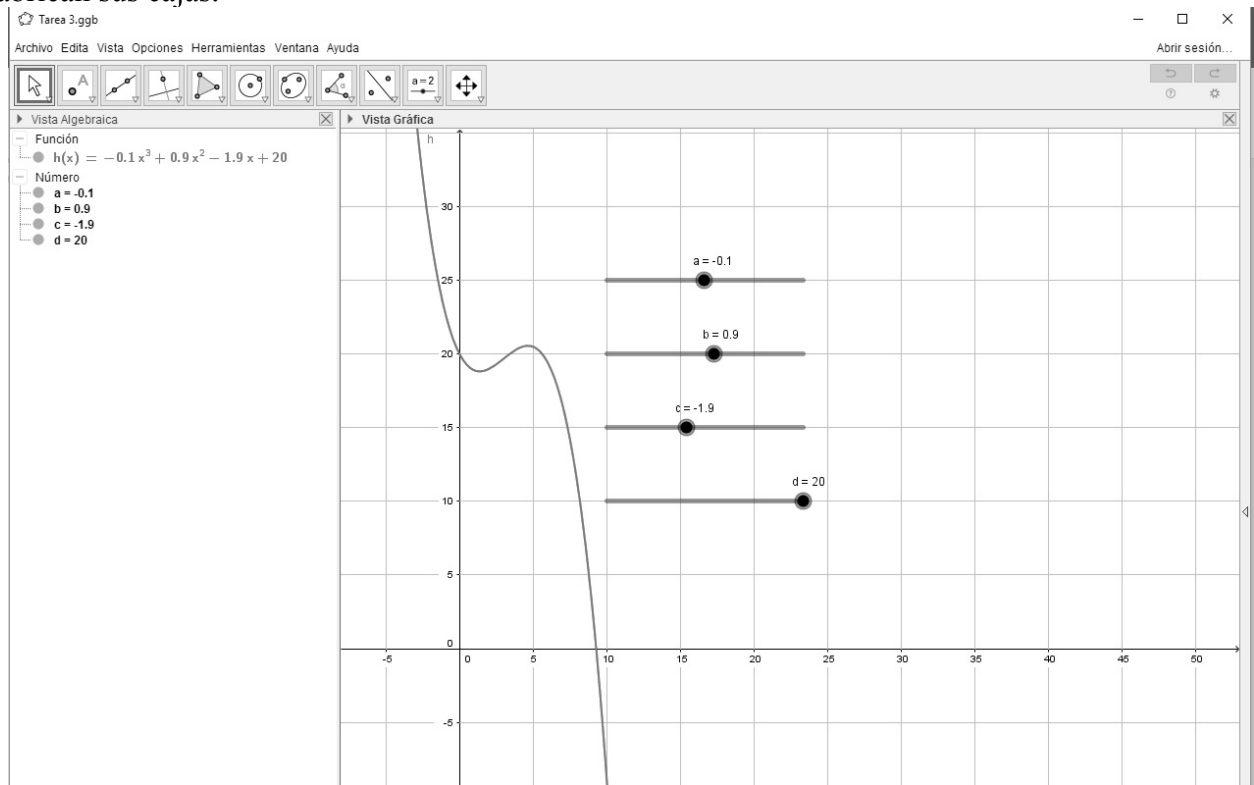
Referencia	Caja	Especificaciones	Restricciones
Frootloops	Cereal	Base cuadrada cuyo lado sea la diferencia entre 2 Pulgadas y el alto de la caja.	Altura no mayor a 2,5 pulgadas
	Premio	Base cuadrada con alto que sea igual a	Longitud del lado

		la diferencia entre 5 y 2 veces el lado de la base de la caja.	de la base no mayor a 2,5 pulgadas
Zucaritas	Cereal	Igual longitud en las dimensiones de la caja.	Longitud del lado de la base no mayor a 2,5 pulgadas
	Premio	Caja de forma cilíndrica cuya altura sea 2 veces su radio	Longitud del radio de la base no mayor a 2,5 pulgadas

2. Generar un modelo matemático que permita establecer las diferencias entre el tipo de variación del volumen de las cajas (cereal y premio) de la referencia Frootloops y las cajas (cereal y premio) de la referencia Zucaritas.
3. ¿Es posible determinar un volumen máximo y mínimo en cada una de las cajas? Justifique la respuesta.

### Tarea 3. Programa para modelar

Los estudiantes reciben una simulación en GeoGebra y se realiza la siguiente formulación: Ésta es la simulación en GeoGebra que utiliza Wazcartón para determinar el tipo de material en que se fabrican sus cajas.



1. Realizar modificaciones en los valores de  $a$ ,  $b$ ,  $c$  y  $d$  y determinar los cambios que se producen.
2. A partir de los cambios anteriormente descritos y el concepto de punto crítico, establecer qué características debe tener una función que modela un fenómeno de optimización y una que modela un fenómeno de crecimiento o decrecimiento en sentido estricto.

## 2. TAREAS DE APRENDIZAJE PARA EL OBJETIVO 2

El objetivo 2 hace referencia a reconocer los puntos críticos en situaciones de optimización a partir de representaciones de la función cúbica y establecer relaciones entre estas representaciones. A continuación, se presentan las tareas de aprendizaje.

### Tarea 4. Utilidades

Se solicita a un analista financiero de una empresa un informe acerca del comportamiento de las utilidades durante los quince primeros meses que lleva de funcionamiento una sucursal en Bogotá, con el fin de evaluar la pertinencia de la sucursal en esta ciudad e informar la viabilidad de continuar en funcionamiento. El dueño le hace entrega de la siguiente información al analista:

Mes 1: 0 millones de pesos; Mes 2: 110.69 millones de pesos; Mes 3: 190.81 millones de pesos; Mes 4: 234.91 millones de pesos; Mes 5: 249 millones de pesos; Mes 6: 239.04 millones de pesos; Mes 7: 210.9 millones de pesos; Mes 8: 125.16 millones de pesos; Mes 9: 79.04 millones de pesos; Mes 10: 39.03 millones de pesos; Mes 11: 11.06 millones de pesos; Mes 12: 1 millones de pesos; Mes 13: 14.98 millones de pesos; Mes 14: 58.74 millones de pesos y Mes 15: 138.77 millones de pesos.

1. Describir el comportamiento de las utilidades durante los quince meses.
2. Presentar un informe general que permita evidenciar intervalos de tiempo de las utilidades.
3. ¿Qué información puede entregar al dueño de la empresa si él quiere tener claridad sobre el momento en que hubo mayor y menor utilidad? Justificar tu respuesta.

### Tarea 5. Tanque de agua

Durante doce horas, una llave deposita agua en un tanque mediante la función  $f(t) = 0,5t^3 + 2t^2 + 8t$ , donde  $t$  representa el tiempo (medido en horas) y  $f(t)$  representa el volumen de agua que deposita la llave en el tanque (medido en metros cúbicos (m<sup>3</sup>)). Al mismo tiempo, un orificio en la parte inferior del tanque deja salir agua mediante la función  $g(t) = 0,4t^3 + 4t^2 - 2t$ , donde  $t$  representa el tiempo (medido en horas) y  $g(t)$  representa el volumen de agua que sale por el orificio (medido en metros cúbicos (m<sup>3</sup>)).

1. Determinar los puntos críticos y utilícelos para describir la variación del volumen del agua en el tanque a lo largo del tiempo.

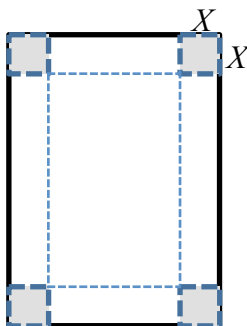
2. Presentar un informe general que permita evidenciar el momento en que se alcanza el mayor y menor volumen del agua en el tanque. Se pueden incluir gráficos, tablas o hacer uso de Geogebra.

### 3. TAREAS DE APRENDIZAJE PARA EL OBJETIVO 3

El objetivo 3 hace referencia a interpretar los extremos relativos de la función cúbica como solución de situaciones de optimización para definirlos como mínimos o máximos, al valorar su viabilidad y sus posibles limitaciones en el contexto del problema.

#### Tarea 6. Cajas de cartón

Se quiere construir una caja sin tapa que tenga el mayor volumen posible, usando una hoja tamaño carta (22 x 28 cm). Para la construcción se realizan cortes de  $x$  cm en forma cuadrada a las esquinas de la hoja, como se muestra en la siguiente figura.



1. Asignar 3 valores distintos a  $x$  para el corte y construir una caja para cada corte asignado, agregar tantos frijoles como sea posible hasta llenar cada una de las cajas construidas y llenar los registros en los espacios indicados de la siguiente tabla:

$x$ es la longitud del corte en centímetros	Dimensiones de la caja	Cantidad de frijoles	Cantidad de cartón utilizado ( $\text{cm}^2$ )
valor asignado 1			
valor asignado 2			
valor asignado 3			
extremo relativo encontrado			
extremo relativo encontrado			

2. Determinar la expresión matemática del volumen que se quiere optimizar.

3. Describir la variación del volumen de la caja con respecto al valor asignado para el corte.
4. Determinar los extremos relativos del volumen de la caja.
5. Con cada extremo relativo encontrado, construir una caja y llenar su interior con tantos frijoles como sea posible hasta llenar cada una de la caja construida y completar la tabla con los nuevos registros.
6. Según los datos ¿Es posible construir una caja con la información que brinda cada extremo relativo sobre el valor del corte? ¿Qué dimensiones de la caja maximizan su volumen?, ¿qué se puede concluir del proceso de optimización? Justificar las respuestas.

Con respecto a la formulación, el profesor realiza la presentación de la actividad, se le pide al estudiante que construya tres cajas, que vierta frijoles para verificar un volumen y analice la tabla de registro de su experimento para redactar una conclusión del significado de optimizar.

### Tarea 7. Caminata

Los siguientes valores son el registro de la velocidad de una persona en función del tiempo.

0 minutos	0 m/s
0,1 minutos	0,058 m/s
0,2 minutos	0,224 m/s
0,3 minutos	0,486 m/s
0,4 minutos	0,832 m/s
0,5 minutos	1,25 m/s
0,6 minutos	1,728 m/s
0,7 minutos	2,254 m/s
0,8 minutos	2,816 m/s
0,9 minutos	3,402 m/s
1 minuto	4 m/s
1,1 minutos	4,598 m/s
1,2 minutos	5,184 m/s
1,3 minutos	5,746 m/s
1,4 minutos	6,272 m/s
1,5	6,75
1,6 minutos	7,168 m/s
1,7 minutos	7,514 m/s
1,8 minutos	7,776 m/s
1,9 minutos	7,942 m/s
2 minutos	8 m/s
2,1 minutos	7,938 m/s
2,2 minutos	7,744 m/s
2,3 minutos	7,406 m/s
2,4 minutos	6,912 m/s
2,5 minutos	6,25 m/s
2,6 minutos	5,407999999999999 m/s
2,7 minutos	4,374 m/s
2,8 minutos	3,136 m/s

2,9 minutos	1,682 m/s
3 minutos	0 m/s

1. Determinar los extremos relativos de la situación
2. Describir lo que está ocurriendo con la variación de su velocidad en la caminata.
3. ¿En esta situación sería posible optimizar la velocidad con respecto al tiempo? ¿Por qué?
4. Relacionar los extremos relativos al tiempo transcurrido en el cual la persona alcanzó su mínima y máxima velocidad.
5. Según lo observado en los puntos anteriores ¿a partir de qué tiempo transcurrido la persona alcanza una mínima velocidad al caminar? Justificar la respuesta.