

## CONFERENCIA

### DIDÁCTICA Y COMUNICACIÓN EN CLASE DE MATEMÁTICAS

Miguel Arcangel Díaz Moreno

Magister en Educación

GRUPO PIRAMIDE Uptc Tunja

Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia

mdiazm.edumat@yahoo.es

#### Resumen

La Educación Matemática en Colombia enfrenta una de las mayores crisis debido a la desmotivación por el estudio de esta disciplina, hecho que se evidencia en los bajos logros obtenidos en las diferentes pruebas tanto a nivel nacional como internacional y en los indicadores de mortalidad y deserción en los diferentes niveles del sistema educativo. Mientras a nivel nacional se discuten las políticas que permitan salir de la crisis, debemos reflexionar sobre lo que se puede hacer desde el lugar y rol que desempeñamos como educadores matemáticos. Para no quedarse solo en la crítica y en la búsqueda de responsables, es pertinente compartir experiencias de aula para facilitar la interpretación y aplicación de propuestas didácticas que ayuden a dar nuevos significados a nuestra práctica docente y a mejorar la competencia comunicativa, considerada como núcleo de la competencia pedagógica.

**Palabras clave:** didáctica, comunicación, confianza, aprendizaje, evaluación

#### INTRODUCCIÓN

En la labor del educador (matemático) ocurre algo similar al rol de ser padre, no importa cuánto se prepare para serlo, su labor será imperfecta, y es la propia práctica de ser, lo que permite lograr gradualmente esa maduración, que se anhela tener desde el comienzo en tan delicada misión.

La experiencia como docente de la Licenciatura en Matemáticas y de otros programas académicos de la sede central de la UPTC, me ha permitido detectar en los estudiantes las falencias que son comentadas por la mayoría de colegas y que no vale repetir aquí, pero al mismo tiempo me ha proporcionado la oportunidad de implementar cada vez con mayor convicción algunas de las importantes ideas que prestigiosos investigadores han aportado a la Didáctica de las Matemáticas, como es el caso de Jean Piaget, Carlos Vasco y John Mason.

Con estas ideas orientadoras, he podido experimentar pequeños cambios en el ambiente de aula, especialmente con estudiantes de primero y segundo semestres, que ayudan a resignificar mi quehacer docente y a pensar más y mejor en su aprendizaje, concluyendo que si no tiene sentido un profesor sin estudiantes, tampoco lo tiene una enseñanza sin aprendizajes.

#### DESARROLLO

##### Educación y Comunicación

Durante los estudios de la Maestría en Educación, uno de mis profesores, siguiendo muy seguramente el

pensamiento de Paulo Freire, hizo mención a la frase “La Educación es un diálogo entre dos generaciones”, frase que recientemente fue también expresada por Víctor Pérez, Rector de la Universidad de Chile, con motivo del ciclo de conferencias “Relatos para la Educación en el Bicentenario”, quién la complementó diciendo: “La Educación es un diálogo entre dos generaciones, que descansa en forma fundamental en la figura del profesor”.

En concordancia con lo anterior, es en las instituciones educativas concebidas por la sociedad para la formación de las nuevas generaciones en donde se privilegia este diálogo, y al mismo tiempo se juega un doble rol aparentemente contradictorio: el de ser depositarias de toda la herencia cultural para que sea comprendida y valorada por los niños y jóvenes, y por otro lado, el de generar propuestas para transformarla buscando responder a las exigencias de una sociedad en permanente cambio. En este proceso de conservación-renovación cultural, el aula de clase se constituye en uno de los espacios en los que se concreta, con más frecuencia, el diálogo formativo a través de los procesos de enseñanza y de aprendizaje.

En Educación Matemática, este diálogo presenta profundos problemas de comunicación, dando origen a lo que se puede denominar la confrontación de dos generaciones: una generación que critica (los profesores) y una generación crítica (los estudiantes); pues en el caso particular de la clase de matemáticas la situación comunicativa se complica con el uso de sistemas de símbolos o de registros semióticos propios de la disciplina, manejados algunas veces sin la claridad suficiente respecto de a qué sistemas conceptuales se refieren.

La generación que critica la conformamos los profesores de matemáticas ‘más antiguos’, que acreditamos algunos años de experiencia y hemos podido comparar cómo era la educación matemática ayer y cómo es ahora, y que percibimos cómo cada cohorte de estudiantes que ingresan a la universidad es cada vez más frágil, en lo referente a la posesión de un pensamiento matemático que sea consistente con los indicadores y estándares de calidad que ha formulado el Ministerio de Educación Nacional para cada uno de los niveles del sistema educativo.

Para ilustrar cómo se ha venido debilitando el nivel de exigencia en la educación matemática, en el cuadro 1 comparto un mensaje de autor anónimo que recibí en mi cuenta de correo y que presenta la transformación de un enunciado de un ejercicio desde la década de los años 60. Sobran los comentarios:

Cuadro 1: “TRANSFORMACIÓN EN LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS”	
DÉCADA	ENUNCIADO DE UN EJERCICIO
1960	Un cortador de leña vende un carro de leña por \$ 100.000. El costo de producción de ese carro de leña es igual a $\frac{4}{5}$ del precio de la venta. ¿Cuál es la ganancia?
1970	Un cortador de leña vende un carro de leña por \$ 100.000. El costo de producción de ese carro de leña es igual al 80% del precio de la venta. ¿Cuál es la ganancia?
1980	Un cortador de leña vende un carro de leña por \$ 100.000. El costo de producción de ese carro de leña es de \$ 80.000. ¿Cuál es la ganancia?
1990	Un cortador de leña vende un carro de leña por \$ 100.000. El costo de producción de ese carro de leña es de \$ 80.000. Escoja la respuesta correcta que indica la ganancia: ( ) \$ 20.000 ( ) \$40.000 ( ) \$60.000 ( ) \$80.000 ( ) \$100.000
2000	Un cortador de leña vende un carro de leña por \$ 100.000. El costo de producción de ese carro de leña es de \$ 80.000. La ganancia es de \$ 20.000. ¿Es correcto? ( ) Si ( ) No
2010	Un cortador de leña vende un carro de leña por \$ 100.000. El costo de producción de ese carro de leña es de \$ 80.000. Si Ud. sabe leer coloque una X en los \$ 20.000 que representan la ganancia.. ( ) \$ 20.000 ( ) \$40.000 ( ) \$60.000 ( ) \$80.000 ( ) \$100.000

Sin pretender minimizar la complejidad del problema, comparto plenamente la posición de que la mayor responsabilidad la tenemos precisamente nosotros, la generación que critica, pues independientemente de los lineamientos que establece el MEN en materia curricular, incluida la evaluación, el docente finalmente decide qué se hace en el salón de clase. La responsabilidad aumenta para los que hemos tenido la función de formar a los educadores matemáticos en las facultades de educación. “Las facultades de educación y las normales no están formando a sus egresados en cómo enseñar a un niño a deducir o argumentar”. (Zubiría, El Tiempo 31-07-2011, sección ‘debes hacer’, p.17)

En la introducción ya se mencionó que la labor del educador (matemático) se parece al rol de ser padre, se aprende a ser mejor padre cuando los hijos ya están grandes, pues es cuando se ha logrado esa maduración que solo da la experiencia. En este sentido se expresa Héctor Abad Gómez<sup>12</sup> en su libro *Cartas desde Asia*:

“Qué gran cantidad de equivocaciones las que cometemos los que hemos pretendido enseñar sin haber alcanzado todavía la madurez del espíritu y la tranquilidad de juicio que las experiencias y los mayores conocimientos van dando al final de la vida. El mero conocimiento no es sabiduría. La sabiduría sola tampoco basta. Son necesarios el conocimiento, la sabiduría y la bondad para enseñar a otros hombres. Lo que deberíamos hacer los que fuimos alguna vez maestros sin antes ser sabios, es pedirles humildemente perdón a nuestros discípulos por el mal que les hicimos.” (Abad, 2010, p. 200)

Me atrevo a hacer una analogía entre la sabiduría que hace referencia a un ‘buen saber’, y una buena cena: una buena cena no deja sensación de llenura y permite que se mantenga el deseo de volver a degustarla, más aún, una buena cena adquiere dimensiones pedagógicas cuando los invitados son citados con anticipación a participar en su elaboración y no existen recetas rígidas dando apertura a improvisaciones pertinentes con nuevos ingredientes y procedimientos. Así es muy difícil que alguien se quede marginado, pues aunque por algún motivo de fuerza mayor o indisposición no pueda degustar el plato final, podrá reconstruir la receta porque ya participó en el proceso. Cada clase debería ser una buena cena donde se cambian los ingredientes pero el ambiente es similar.

Recordemos que la mayoría de nuestros discípulos de ayer son los profesores de hoy, y sus estudiantes son los que recibimos como “primíparos” en la universidad en los diferentes programas académicos. Es oportuno preguntarnos a qué clase de ‘cena’ los invitamos en su momento para poder concluir si somos la generación que critica, o mejor, aceptando nuestra responsabilidad, la generación que se auto-critica.

## **Pedagogía, Didáctica y Comunicación**

Cuando los proyectos y tareas que emprende el ser humano marchan bien y todo fluye en forma natural, se tiene una cómoda sensación de estabilidad. Si algo sale mal o se obtiene un resultado no esperado, se presenta un estado de conflicto o de desequilibrio, que generalmente conduce a revisar y reflexionar sobre lo ocurrido para encontrar explicaciones y establecer correctivos.

---

<sup>12</sup> El doctor Héctor Abad Gómez se desempeñó como profesor de medicina de la Universidad de Antioquia durante 25 años, se le recuerda como un gran líder de causas sociales defensor de los derechos humanos. Fue asesinado el 26 de agosto de 1987.

Los resultados del Sistema Educativo en Colombia dejan en evidencia que las buenas intenciones de mejoramiento en la calidad de la educación no se concretan en cifras significativas. “Las pruebas saber 11 muestran que la mitad de los egresados de la educación media tiene resultados muy bajos: el puntaje promedio del país es de 46 —de 100 puntos posibles—, Pisa (Programa Internacional de Evaluación de Estudiantes), por su parte, nos dice que el 78% de los estudiantes no llega al nivel 2 de lectura, es decir, no logran argumentar ni deducir... Se ha hecho mucho en cobertura, pero poco en calidad” (Zubiría, Periódico El Tiempo, 31-07-2011, p. 17)

Los resultados en matemáticas obtenidos en la prueba Pisa 2006 “...indican que la mayoría de los estudiantes colombianos no identifica información, no lleva a cabo procedimientos matemáticos rutinarios siguiendo instrucciones directas en situaciones explícitas y no responde a preguntas relacionadas con contextos que resultan conocidos, en los que está presente toda la información pertinente y las preguntas están claramente definidas.” (ICFES, 2010, p. 32). Colombia obtuvo una leve mejoría de 11 puntos en el promedio al pasar de 370 en el año 2006 a 381 en 2009. Una nueva prueba, esta vez con énfasis en matemáticas, se realizará en el año 2012.

Con este panorama no queda otra salida que reflexionar seriamente sobre las prácticas educativas, y cuando se reflexiona en esta dirección y el conjunto de saberes que se obtienen, se ordenan, se sistematizan y se apoyan en resultados validados de otras disciplinas del conocimiento, nace la Pedagogía. “Hay pedagogía cuando se reflexiona sobre la educación, cuando el “saber educar” implícito, se convierte en un “saber sobre la educación” (sobre sus “cómos”, sus “por qué”, sus “hacia dónde”).” (Lucio, 1989, p.36)

Cuando la práctica educativa se desarrolla en ambientes institucionalizados, atendiendo a programaciones específicas con objetivos, recursos, contenidos y metodologías en espacios y periodos de tiempo predeterminados, se da la creación a un proceso más específico, el de enseñanza, y se materializa en el salón de clase. Para que este proceso se pueda desarrollar de manera eficiente, implica responder no solamente qué, para qué, cómo y con qué se enseña, sino también y más importante, a quién se enseña y cómo se medirá la calidad no solo de los resultados sino de todo el proceso

Para responder a los aspectos enunciados en el párrafo anterior, se dedica una parte de la reflexión pedagógica que se ha denominado *didáctica*, la cual debe ocuparse también del aprendizaje y de la evaluación en su conjunto. “Considero la didáctica no como la práctica misma de enseñar, sino como el sector más o menos bien delimitado del saber pedagógico que se ocupa explícitamente de la enseñanza”. (Vasco, 1990, p.15), “Excluir el aprendizaje de la reflexión pedagógica y centrarla solo en la enseñanza es desvertebrar uno solo de los aspectos de la compleja relación maestro-alumno(s), y delegar la reflexión sobre el aprendizaje exclusivamente a la psicología”. (Vasco, 1990, p. 17).

El diagrama 1 ilustra las relaciones entre educación y enseñanza como prácticas sociales y, entre pedagogía y didáctica como constructos teóricos fruto de la reflexión. También se puede observar la ubicación de la praxis en una especie de nube que conecta estos dos planos de hechos e ideas, de práctica y teoría, de acciones y pensamientos, y que se entiende como la reflexión sobre la práctica o como la práctica teórica. “En la praxis, el pensamiento y la acción (o teoría y práctica) están dialécticamente relacionados. Deben entenderse como mutuamente constitutivas de un proceso de interacción que es una continua reconstrucción del pensamiento y la acción en el proceso histórico vivo que se muestra en todas las situaciones sociales reales” (Carr y Kemmis, 1988, p.34).

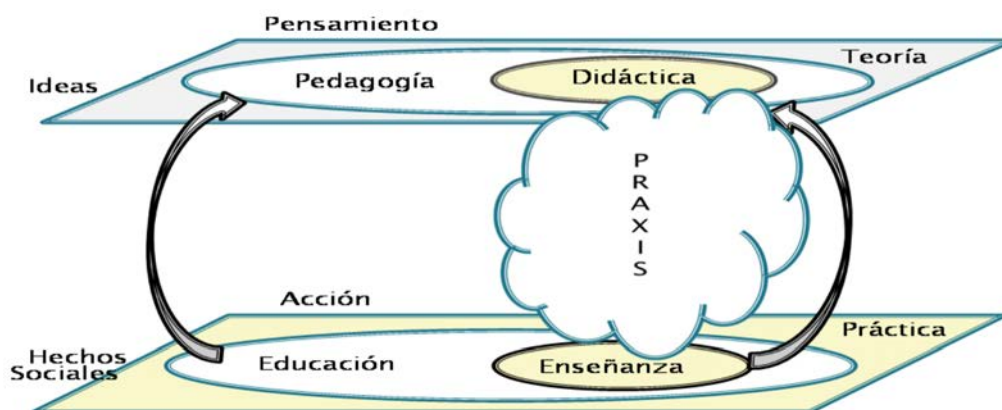


Diagrama 1: Relaciones entre educación, pedagogía, enseñanza y didáctica.

### ¿Enseñanza sin Aprendizaje?

Si no hay quien aprenda, no tiene sentido enseñar, así como no tiene sentido un profesor sin estudiantes o enseñar sin que haya aprendizajes. Aprendizaje sin enseñanza, estudiantes sin profesor, no solo tiene sentido sino que es lo deseable y lo que se busca con la acción formativa y la promoción del *aprendizaje autónomo* y del *aprender a aprender*, pasar del ‘enseñar así no se aprenda’ al ‘aprender así no se enseñe’. Aprender sin alguien que enseñe es sinónimo de desarrollo y de progreso, y en su más alto nivel es una competencia propia de los investigadores más reconocidos en cada disciplina, los que producen el conocimiento de punta.

Lo más importante de ser profesor es tener estudiantes. Por un lado, independientemente de la modalidad (presencial o desescolarizada), como ya se mencionó antes, un profesor sin estudiantes no tiene sentido. Si no hay estudiantes ¿a quién va dirigida la acción docente?, una condición necesaria (pero no suficiente), y por lo tanto importante, para ser profesor es tener un auditorio, contar con unos estudiantes.

Por otro lado, se puede contar con un grupo de inscritos en las asignaturas a cargo, pero que no son estudiantes. Como dicen algunos en referencia a la religión “soy católico pero no practicante”, en el contexto educativo se puede traducir “estoy matriculado pero no soy estudiante”. Aquí entra en juego toda una compleja problemática que se refleja en los altos índices de mortalidad y en los diferentes tipos de deserción, y que incluye actitudes y creencias de estudiantes y docentes en relación con el aprendizaje, variables que se pueden abordar en el contexto del aula. Otros factores problemáticos rebasan el campo de acción del salón de clases y por lo tanto no son competencia de la reflexión pedagógica o didáctica.

Cuando la desmotivación hacia el estudio se debe a vacíos conceptuales, el acompañamiento del docente es fundamental si se quiere rescatar a un posible desertor. No hay fórmulas para hacerlo, pero la experiencia indica que con la creación de un ambiente de mutua confianza y respeto que gire alrededor de procesos comunicativos dialógicos, se logra gradualmente despertar en el estudiante una buena actitud ante las dificultades y disposición hacia el trabajo.

No pueden coexistir los buenos profesores y la ausencia de aprendizajes. Un buen profesor no solo es el que domina un campo disciplinar sino el que además logra contagiar y seducir con su actitud, entusiasmo y buena comunicación a los estudiantes. Es oportuno citar aquí la propuesta de Tamayo de “...ubicar como núcleo de la

competencia pedagógica, la competencia comunicativa...” (Tamayo, 2003, p. 3), en el sentido de señalar igualmente que la mayoría de los fracasos que se presentan en el aula de clase se deben a fallas en la competencia comunicativa de profesores o alumnos, competencia que “...hace referencia al poder que tiene un hablante para comunicarse de manera eficaz en contextos culturalmente significantes” (Hernández, Rocha y Verano, 1998, p. 30) y que comprende las (sub)competencias interpretativa, argumentativa y propositiva.

### Comunicación en la clase de matemáticas.

En las clases de todas las asignaturas, incluso en las de español, se presentan dos estilos comunicativos: el cotidiano o informal y el propio de la disciplina de estudio. En matemáticas se ha construido un lenguaje propio con formas de representación y reglas sintácticas específicas constituyendo sistemas semióticos que en la mayoría de los casos ‘solo lo entienden los matemáticos’ y que desde el punto de vista del aprendizaje, según Duval, enfrenta tres fenómenos que están estrechamente ligados: la diversificación de los registros de representación semiótica, la diferenciación entre representante y representado y la coordinación entre los diferentes registros. (Duval, 1999, p. 30)

Sumado a los problemas comunicativos de convivencia en la comunidad del aula de clase, la educación matemática debe ocuparse de lo que podría denominarse la ‘*transposición comunicativa*’, y que debe responder a cuál es la mejor forma de ir introduciendo a los estudiantes en el uso del lenguaje matemático, esto es, cómo lograr que se comuniquen matemáticamente. En este sentido Mason, Graham, Pimm y Gowar indican que el propósito fundamental de la matemática es la generalización y el lenguaje algebraico es el más apropiado para expresarla. “El enfoque seguido en este libro *—las rutas hacia el álgebra y raíces del álgebra—* llama la atención hacia el propósito primario del álgebra, como un lenguaje expresivo sucinto, y su aprendizaje como el aprendizaje de toda lengua que se aprende por medio de su uso constante. Esto significa que hay que usarlo para expresar lo inexpresable” (Mason, 1999, p. 105)

El uso de lenguaje especializado ya lo tiene el profesor, luego es la voz de los estudiantes la que hay que escuchar en clase para que lo vayan adquiriendo y por lo tanto hay que reducir al máximo las intervenciones invasoras y a veces suplantadoras del docente. ¿Qué tal una clase muda? “En general, con pequeñas diferencias, las investigaciones sugieren cambiar el enfoque de la clase tradicional expositiva, como monólogo explicativo del profesor de matemáticas —modelo lineal de comunicación, entendida como trasmisión—, por enfoques con entornos de clase novedosos, que combinan, de alguna forma, las teorías cognitivistas y las de naturaleza cultural y social” (Jiménez, 2011, p.7)

Para lograr que los estudiantes —especialmente de primer semestre, que es el de mayor deserción— se comuniquen matemáticamente se pueden recomendar cuatro pasos que combinan la reflexión personal individual con el proceso de negociación social de significados y establecimiento de acuerdos y consensos. En ellos se pone en práctica el desarrollo de las competencias interpretativa, argumentativa y propositiva. (Por cuestión de espacio solo se describe el primero, los otros se tematizan en la exposición).

**Desbloqueo, ¡Tengo algo que decir!:** busca iniciar una comunicación informal entre los estudiantes, proponiendo actividades que aparentemente no tienen que ver con matemáticas y que ayuda a los más tímidos lanzar una opinión o hacer una pregunta. Se comienza abordando durante un tiempo adecuado y de manera individual la

situación objeto de análisis para luego compartir sus impresiones con un compañero 'el de al lado' y un poco más tarde con 'otra pareja'. El trabajo en grupos pequeños con asistencia del docente ayuda a este propósito, que de paso, también facilita al profesor hacer una aproximación a un diagnóstico del estado del grupo y el aprendizaje de los nombres de los integrantes.

Este primer momento para crear confianza comunicativa es fundamental, por lo tanto la escogencia de los problemas y preguntas se deben referir a situaciones sencillas pero interesantes, que admitan múltiples respuestas y su análisis esté al alcance de una 'lógica cotidiana' —para primer semestre—, de lo que puede enfrentar una persona del común en alguna actividad de su diario vivir, (por ejemplo: transacciones comerciales, consumo de servicios públicos, remuneraciones salariales, descuentos, observación de diagramas, solución de pasatiempos...)

No puede haber comentarios degradantes y las intervenciones del docente son para animar la discusión y la interacción en cada grupo. Se concluye con una sesión plenaria bajo los mismos principios, y un tiempo para toma y revisión de apuntes por los estudiantes.

**Construcción inductiva de nociones y conceptos, ¡Acuerdos y consensos!:** Entrando en materia; identificación de regularidades, observación de patrones. Lo que es y lo que no es. Nominaciones. Ficheros de azar. Técnica de la pregunta y doble golpe.

**Refinamiento, ¡Dígallo bien!:** claridad y concisión, contraejemplos.

**Registros semióticos especializados, ¡Píntelo!:** Diferenciación entre sistemas simbólicos y sistemas conceptuales.

### Didáctica de las Matemáticas

La reflexión sobre la enseñanza incluye al aprendizaje. Cuándo se da respuesta a las preguntas típicas de la didáctica se está pensando en el aprendizaje. ¿Para qué se seleccionan metas, contenidos, recursos, métodos y evaluaciones si no buscan mejorar el aprendizaje?, una didáctica que apunta a la calidad del aprendizaje está centrada en el estudiante, en la persona, y debe estar orientada por una pedagogía humanocéntrica (no antropocéntrica) o humanista, con enfoque crítico social.

La pregunta más frecuente de los profesores de matemáticas es cómo lograr cautivar la atención de sus estudiantes para que aprendan. En la literatura especializada se dispone de variadas propuestas metodológicas que proponen pasos y etapas con este propósito, como las de Zoltan P. Dienes, Van Hiele, John Mason y Carlos Vasco, entre otros. Desde hace varias décadas, Jean Piaget (1975) nos indicó cómo lograrlo y su aporte se puede visualizar como una cadena de efectos que conectan los estados de equilibrio y desequilibrio en los esquemas mentales, por medio de dos procesos: asimilación del objeto al sujeto y acomodación del sujeto al objeto.

La atención se logra cautivar si el estudiante está motivado y la motivación aflora si hay interés. Estos son procesos internos a los que se puede aproximar el profesor observando el estado de ánimo y las actitudes del estudiante. ¿Cómo hacer que se interese?, son múltiples los factores que tienen que ver con el interés, una de ellas consiste en la satisfacción de una necesidad y la necesidad es el resultado de un estado de desequilibrio. Los desequilibrios en la persona se pueden clasificar en tres clases: fisiológicos (F), afectivos (A) e intelectuales (I), —con estas letras se identifican en la figura triangular del diagrama 2, que ilustra este proceso— y como en este caso interesan los desequilibrios de tipo cognitivo, la mejor forma de causarlos es a través de preguntas (P) o problemas (P) retadores.

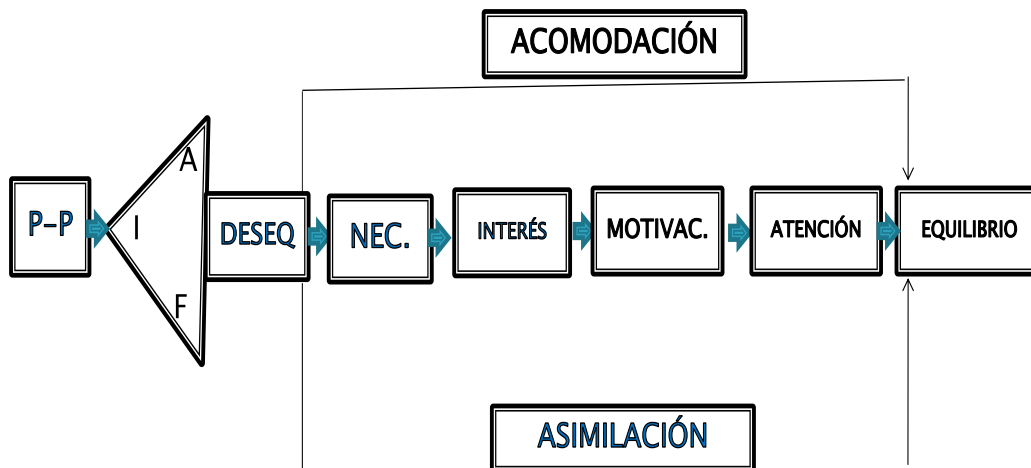


Diagrama 2: Secuencia generadora de reestructuraciones mentales

Se dispone de este recurso para hacer buen uso de él y buscar que se genere la secuencia que conduzca a lograr centrar la atención del estudiante para su crecimiento intelectual, conquistando y construyendo esquemas mentales cada vez más complejos, de relativa estabilidad. Es vital en este proceso, el afinamiento del rol docente como cuestionador y problematizador.

Además de la evaluación y los recursos, que se tratarán en la exposición, una preocupación frecuente de los profesores se relaciona con la extensión de los contenidos, pues como consecuencia de las dificultades de aprendizaje no se logra desarrollar todo el programa propuesto. Al respecto Ricardo Lucio (2009) propone un tratamiento intensivo: priorizar temáticas y tratarlas con profundidad. De muy poco sirve que el profesor termine un programa que el estudiante no ha comenzado.

## BIBLIOGRAFÍA

- Carr, W. y Kemmis, S. (1988). Teoría crítica de la enseñanza. La investigación-acción en la formación del profesorado. Barcelona. Martínez Roca.
- Duval, Raymond (1999). Semiosis y Pensamiento Humano. Registros semióticos y Aprendizajes intelectuales. Traducción de Myriam Vega Restrepo, Artes Gráficas Univalle. Cali, Colombia.
- Hernández, C., Rocha, A. y Verano, L. (1998). Exámenes de Estado: Una propuesta de Evaluación por Competencias. ICES. Bogotá.
- Jiménez, A. (2011). La comunicación en la clase de matemáticas. *Comunicación científica, XIII CIAEM-*



IACME, Universidad de Campinas, SP, Brasil.

Lucio, R. (1989). Educación y Pedagogía, Enseñanza y Didáctica: diferencia y relaciones. Revista de la Universidad de la Salle. Año XI, No. 17, Bogotá´.

Lucio, R. (2009). La gestión de la Enseñanza y el Aprendizaje. Seminario permanente de pedagogía, UPTC, Tunja.

Mason, J., Graham, A., Pimm, D. & Gower, N (1999). Rutas hacia el álgebra y Raíces del álgebra. Traducción y edición de Cecilia Agudelo Valderrama. Tunja: Sección de Publicaciones, UPTC.

Piaget, J. (1975). Seis Estudios de Psicología. Barcelona: Barral Editores.

Tamayo, V. Alfonso. (2003). Cuatro tendencias de la Pedagogía en Colombia. Acción Pedagógica, No 31 UPTC, Tunja.

Vasco, C. (1990). Reflexiones sobre Pedagogía y Didáctica. Serie: Pedagogía y currículo No. 4, Ministerio de Educación Nacional de Colombia. Editorial El Griot. Bogotá.