

Una aproximación al precálculo que favorezca el desarrollo del pensamiento variacional

Guacaneme-Suárez, Edgar Alberto

guacaneme@pedagogica.edu.co

Universidad Pedagógica Nacional, (Colombia)

Resumen

El curso se centra en el estudio del pensamiento variacional, en tanto uno de los aspectos descriptivos del pensamiento matemático, el cual permite y exige una nueva visión del currículo de Matemáticas y ofrece un potencial ámbito de resignificación de algunos objetos matemáticos así como una consecuente y diferente aproximación didáctica a los mismos. El trabajo se desarrollará en tres sesiones en las que el resultado de los trabajos de los asistentes se convierte en el asunto desde el cual realizar las discusiones; en algunas de estas se involucrarán, en la medida de las necesidades, planteamientos teóricos y resultados de la investigación en Educación Matemática. Algunas de las actividades se realizarán con el apoyo del software Geogebra.

Palabras clave: Pensamiento variacional, función, variación conjunta, derivada.

1. Temáticas

Las temáticas que se abordarán en el conjunto de las sesiones son:

- El pensamiento variacional en el currículo.
- La covariación como rasgo distintivo de tipos de funciones, más allá de los símbolos y los números.
- Aproximaciones no formales a la derivada.

2. Objetivos

Las tareas propuestas y constitutivas del curso pretenden promover actividades matemáticas y didácticas en los asistentes que les ofrezcan la posibilidad de:

- Profundizar en su comprensión del pensamiento variacional como uno de los elementos centrales del currículo escolar colombiano.
- Reconocer en la covariación un elemento diferenciador de tipos de funciones matemáticas que relacionan magnitudes o números.
- Advertir que aún en ausencia de símbolos y números se puede (y debe) realizar actividades matemáticas para capturar la covariación.
- Identificar tareas sobre el estudio de la covariación que pueden conllevar aproximaciones intuitivas, pero rigurosas, a la derivada.

3. Referentes teóricos

La discusión sobre el pensamiento variacional retoma los planteamientos de los dos documentos que contienen y describen los derroteros curriculares oficiales (MEN, 1998, 2006) y se apoya en un planteamiento sobre el razonamiento variacional (Carlson, Jacobs, Coe, Larsen, & Hsu, 2003).

Los planteamientos sobre la covariación recapitula ideas construidas por el autor y por colegas de la comunidad colombiana (Guacaneme y Perry, 2000; Guacaneme, 2002; Guacaneme, 2014).

4. Propuesta de actividades

La **primera actividad** consiste en discutir el conocimiento que sobre el pensamiento variacional y su lugar en la propuesta curricular colombiana para las matemáticas. Ello se contrastará con una breve exposición de la reciente historia del currículo en matemáticas para la Educación Básica y Media.

La **segunda actividad** implica un contexto geométrico (triángulos contruidos a partir de dos lados de longitud fija y ángulo entre los mismos variable) en donde se identifican variables que covarían y, por tanto, varias funciones. A través de ello se intenta responder a las preguntas: ¿qué fenómenos de variación se pueden estudiar?, ¿cómo explorar la variación entre la longitud del lado no dado en relación con la amplitud del ángulo de los lados dados?, ¿cómo varía la longitud del lado no dado en relación con la amplitud del ángulo de los lados dados? A propósito de estas, se discute la posibilidad de responderlas desde una perspectiva gráfica de la covariación, para lo cual se retoman estrategias que realizaron matemáticos de la Edad Media.

La descripción del comportamiento de la covariación, permite reconocer que a través de las gráficas se puede aproximar a ideas fundamentales del Cálculo diferencial sin necesidad de implicar el manejo de las expresiones simbólicas o algebraicas. Así mismo se plantea la pregunta acerca de si algo similar se puede lograr en un contexto numérico en donde se capture la covariación entre las magnitudes. Se logra entonces evidenciar que efectivamente a partir de una tabla de datos se puede abordar el reconocimiento de propiedades de la covariación sin necesidad de incluir explícitamente la aproximación simbólica o algebraica. Igualmente, a partir de las gráficas logradas desde la tabla en cuestión y unas generadas al correlacionar la medida del ángulo con las pendientes de las rectas secantes, relativas a valores sucesivos de las tablas, se muestra una aproximación tanto al tratamiento de familias de funciones, como al estudio de la primera y segunda derivada.

La **tercera actividad** refiere a la posibilidad de realizar actividades matemáticas legítimas, apoyado en la modelación de unas funciones en un software de Geometría (Geogebra), que emulen el posible trabajo matemático realizado en la construcción de conocimiento matemático sobre las derivadas, hoy en día hegemónico. En este sentido se estudia el comportamiento de tres elementos descriptivos de la recta tangente a una curva (o gráfica de una función). Al examinar la covariación de cada uno de tales elementos surgen tres funciones para las cuales se han acuñado los términos “generadas”, “degeneradas” y “perversas”, en una de las cuales emerge la derivada. Con base en esta aproximación se describe un modelo netamente geométrico para el estudio de las derivadas.

Referencias bibliográficas

- Carlson, M., Jacobs, S., Coe, E., Larsen, S. & Hsu, E. (2003). Razonamiento covariacional aplicado a la modelación de eventos dinámicos: un marco conceptual y un estudio. *Revista EMA* 8 (2), 121-156.
- Guacaneme, E. (2002). Estudio de la variación conjunta en la identificación de funciones. *Memorias del Cuarto Encuentro Colombiano de Matemática Educativa*, pp. 23-25.
- Guacaneme, E. (2014). Modelos geométricos de aproximaciones no formales a la derivada. *Memorias del VI Congreso de Formación y Modelación en Ciencias Básicas*. Medellín, Universidad de Medellín.
- Guacaneme, E. y Perry, P. (2000). *Propuesta curricular para la introducción a las funciones representadas por polinomios de grado dos*. Bogotá, “una empresa docente”.
- MEN. (1998). *Lineamientos curriculares de matemáticas*. Bogotá: Ministerio de Educación Nacional.
- MEN. (2006). *Estándares básicos de competencias en lenguaje, matemáticas, ciencias y ciudadanas*. Bogotá: Ministerio de Educación Nacional.