

# Conceptualización de la función lineal y afín: una experiencia de aula

Diana Marcela Sánchez Peña

kianamar@gmail.com

Universidad Distrital Francisco José de Caldas, (Bogotá, Colombia)

## Resumen

A partir del trabajo desarrollado en el aula, se pone en evidencia que las dificultades que encuentran los estudiantes para la comprensión del objeto matemático Función lineal y afín continúan vigentes; aun cuando es un objeto matemático que ha sido materia de estudio en numerosas investigaciones, orientadas a mejorar los procesos de enseñanza y de aprendizaje, en las cuales se ha hecho evidente la complejidad de su interpretación, la dificultad para reconocer y articular las diferentes representaciones; esto como resultado de la forma desarticulada y descontextualizada en que este objeto matemático ha sido presentado a los estudiantes, sin apelar a la noción de variación. El propósito general de esta investigación, fue realizar una intervención en el aula, que posibilitara la constitución de los “objetos mentales” de variación y dependencia, fundamentales en la comprensión del concepto función lineal y afín, a partir de la adaptación e implementación de un conjunto de tareas contextualizadas, en las cuales se utilizan distintas representaciones asociadas al concepto.

**Palabras clave:** Análisis fenomenológico, objetos mentales, variable y dependencia, registros de representación.

## 1. Introducción

Desde mi experiencia como profesora de las áreas de física y matemáticas, he podido detectar algunas dificultades que encuentran los estudiantes frente a la comprensión de la función lineal y afín, problemática que se hace evidente al proponer actividades expresadas en diferentes registros de representación, que pueden ser matematizadas haciendo uso del objeto matemático función; así como también he podido encontrar evidencias que sugieren que para algunos estudiantes cada representación corresponde a un objeto matemático diferente, “Una función no es ni una estadística de valores ni una representación gráfica ni un conjunto de cálculos ni una fórmula, sino todo ello al mismo tiempo” COFREM<sup>1</sup> citado en (Rey, Boubée y Vázquez, 2009, p. 157), lo cual podría deberse al hecho no contar con herramientas conceptuales que les permitan reconocer y articular las diferentes representaciones del objeto función, resultado de la forma desarticulada y descontextualizada en la que este objeto matemático ha sido presentado a los estudiantes, cuyo estudio en muchos casos se ha desarrollado sin apelar a la noción de variación y dependencia (p. 156), elementos fundamentales en el desarrollo del pensamiento variacional.

Ahora bien, desde el plan de área de la institución educativa en la que laboro, encuentro que el pensamiento variacional no se considera de manera progresiva iniciando desde la primaria, como se plantea en los Lineamientos Curriculares y los Estándares Básicos de Competencias, por el contrario, está propuesto para iniciar en grado séptimo, planeación que en muchos casos es imposible desarrollar por cuestiones de tiempo, ya que está programado para cuarto periodo. En lo que respecta al concepto de función lineal y afín, es un objeto matemático que debe ser abordado en noveno grado según esta programación, expuesto en el aula como un producto acabado, enseñado desde un sentido estático, a partir de diferentes representaciones consideradas de manera aislada, en donde se privilegia la enseñanza de una ecuación como una estrategia que posibilitará la solución de problemas, sin abordar elementos que podrían considerarse básicos, como los relacionados con las nociones de *variable* y *dependencia*, práctica que Freudenthal (1983) consideraba como una *inversión antididáctica*, la cual consiste en enseñar el resultado de una actividad más que de enseñar la actividad misma, enfoque

---

<sup>1</sup> COFREM (Comisión para la reflexión sobre la enseñanza de la matemática)

contrario a su propuesta de Fenomenológica que toma los fenómenos del mundo real y de las matemáticas que puedan ser organizados a través de *objetos mentales* y posibilitan la constitución de objetos matemáticos como el de función lineal y función afín.

Dada esta situación, se consideró oportuno realizar una intervención en el aula, que posibilite en los estudiantes la constitución de los *objetos mentales* de variable y dependencia, los cuales, siguiendo las ideas de Freudenthal (1983) se constituyen en el recurso fenomenológico para la comprensión del objeto matemático función, y en este caso en particular el concepto de función lineal y afín, a partir de la adaptación e implementación de un conjunto de tareas contextualizadas, en las cuales se utilizan distintas representaciones asociadas al concepto, promoviendo la articulación entre ellos.

## 2. Referente conceptual

En este trabajo se asume como principal referente teórico el enfoque de la *Educación Matemática Realista* (EMR), corriente que nace en Holanda a comienzos de la década de los 70 como reacción al movimiento de la *Matemática Moderna* y al enfoque mecanicista en su enseñanza.

La EMR es una teoría global que se precisa en un conjunto de principios y teorías locales de enseñanza de la matemática, más que una teoría clara y precisa de educación matemática, consiste en ideas básicas entre *el cómo* y *el qué* de la enseñanza matemática; el análisis y la reflexión continua de estas ideas, han dado lugar a lo que ahora conocemos por EMR, es una teoría que aún hoy se encuentra en construcción, que cuenta con unos principios sobre los cuales se ajustó e implementó el conjunto de tareas, en donde se reconoce que la matemática debe ser pensada como una actividad humana, que puede ser mejor aprendida haciéndola, de ahí que debe mantenerse cercanas a los estudiantes y ser relevantes para la sociedad. El uso de contextos realistas se convirtió en una de las características fundamentales de este enfoque, en otras palabras, son los estudiantes quienes a partir del dialogo, la interacción entre pares, la negociación y mediación del profesor, los encargados de construir su propio conocimiento y reinventar las matemáticas formales,

utilizando situaciones reales como punto de partida en este proceso de matematización.

La perspectiva de la EMR favorece la capacidad de los estudiantes para analizar y organizar los problemas presentados en el contexto mediante la producción y uso de modelos. Modelos que inicialmente están asociados al uso de conocimientos informales, pero que gradualmente adquieren un carácter más general. Es la actividad de organizar en sí misma la idea central en la concepción de Freudenthal “hacer más matemáticamente”, lo que se reconoce dentro de la EMR como *matematización*. “*Matematizar es organizar la realidad con medios matemáticos... incluida la matemática misma.*” (Freudenthal, 1973, p. 44). Desde este enfoque se considera que las acciones iniciales en el sistema escolar deben estar orientadas básicamente a la constitución de objetos mentales y solo en segundo lugar la adquisición de conceptos. En relación con esta idea, Freudenthal (1983) destaca la importancia de trabajar los objetos mentales de variable y dependencia, fundamentales en la constitución del objeto matemático función, elementos que permitieron consolidar la propuesta de investigación, cuyo propósito general es realizar una intervención de aula, que posibilite la constitución de los objetos mentales de variable y dependencia, esenciales en comprensión del concepto función lineal y afín.

### 3. Descripción de la experiencia

El estudio se desarrolló en una institución educativa del sector oficial en la ciudad de Bogotá, con un grupo de 35 estudiantes de noveno grado, grupo con el cual me desempeño como docente titular de matemáticas. Teniendo en cuenta mi interés por este concepto matemático y los antecedentes de investigación que dan cuenta de las dificultades que encuentran los estudiantes frente a este tema, se reconoce la necesidad de generar una acción disciplinada, orientada a transformar y mejorar esta práctica educativa desde el enfoque metodológico de investigación-acción, el cual es considerado como “un proceso progresivo de cambios a partir de diagnosticar situaciones problemáticas, priorizar estas necesidades pedagógicas, imaginar su solución, planificar estrategias y poner en marcha acciones de mejora” (Elliott, 1981, p. 48).



Figura 1. Actividades desarrolladas en cada fase

Respecto a la fundamentación del conjunto de tareas, puedo mencionar que en primer lugar se adelantó un análisis fenomenológico del concepto, y en segunda instancia, se consideraron algunas herramientas teóricas y metodológicas del enfoque de la EMR, determinantes en el ajuste e implementación de la propuesta, la cual se desarrolló a partir de un conjunto de seis tareas, que cuentan con situaciones problema cuya solución no es inmediata, donde la variable y la dependencia son elementos constitutivos en la comprensión del objeto matemático función lineal y afín. El diseño de esta conjunto de tareas, es el resultado de ajustar los instrumentos propuestos por Posada y Villa (2006) y por Vergel y León (1997).

Inicialmente se realizó un análisis descriptivo de la producción individual de los estudiantes para cada una de las tareas asignadas, reconociendo que dicha producción se dio en un contexto de grupo, análisis que fue complementado por las grabaciones en audio y las notas de campo que se llevaron durante la implementación, este análisis está orientado fundamentalmente por la constitución de los objetos mentales de variable y dependencia, y la evolución progresiva de los modelos construidos por los estudiantes; es decir, evidenciar la transformación en la construcción de modelos situacionales (organizadores de la situación) a modelos con mayor grado de formalización.

## 4. Reflexiones y conclusiones

Considerando que el propósito general de esta investigación estuvo orientado a realizar una intervención en el aula, a través de la adaptación e implementación de un conjunto de tareas contextualizadas, que posibilitara la constitución de los “objetos mentales” de variable y dependencia, fundamentales en la comprensión del concepto función lineal y afín, se espera identificar y describir los niveles de comprensión presentes en la constitución de dichos objetos mentales, evidenciando la evolución progresiva de los estudiantes a lo largo del conjunto de tareas.

Dicho análisis ha permitido observar como a lo largo del conjunto de tareas los estudiantes evidencian una evolución progresiva con respecto a la constitución de los objetos mentales de variable y dependencia.

	Tarea 1	Tarea 2	Tarea 3	Tarea 4	Tarea 5	Tarea 6
1 A	1	2	2			
1 B	5	6	6			1
1 C	3		5	2	4	6
1 D	8	2	9	15	4	
1 E	17	25	13	17	5	1
1 F					19	24
Total	34	35	35	34	32	32

Figura 2. Rejilla de análisis del conjunto de tareas con respecto a las categorías de análisis.



Diagrama 2. Categorías de Análisis desde la constitución de los objetos mentales de variable y dependencia

Para este reporte daré cuenta del análisis de una de las propuestas de solución planteadas por los algunos estudiantes ante la tarea N° 2, en donde se puede observar el reconocimiento de las variables involucradas, y el establecimiento de relaciones desde casos particulares, algunos de los estudiantes las organizan mediante procesos recursivos.

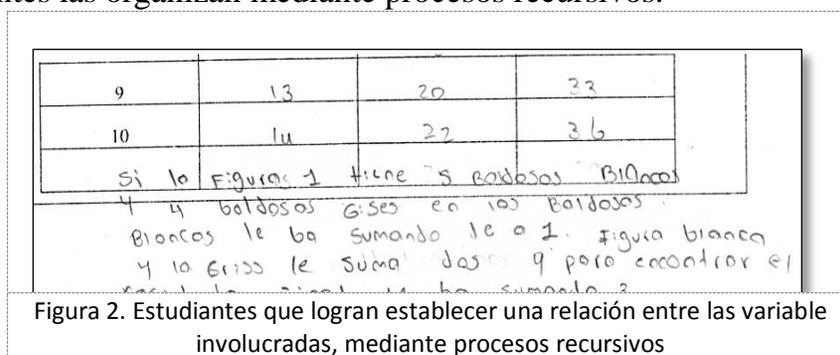


Figura 2. Estudiantes que logran establecer una relación entre las variable involucradas, mediante procesos recursivos

Durante el trabajo en grupo se pudo identificar que los estudiantes que lograron establecer estas relaciones mediante procesos recursivos, lo hicieron a partir de los resultados obtenidos en la tabla, sin establecer ni identificar estas variaciones en la secuencia propuesta.

1	Profesora	¿Cuéntanos que encontraste?
2	Estudiante (Cristian Martínez)	Digamos en la figura 1, en la figura1 tengo, tengo 4 negras, 4 blancas,. ...Mmmm cinco, cinco blancas y hay pa bajo [se refiere a la primera columna de la tabla del quinto punto] voy sumando uno a cada una.
<b>Transcripción 1.</b> Audio en el que se evidencia la explicación de un estudiante que logra establecer una relación entre las variables, mediante procesos recursivos.		

No obstante, el mismo estudiante después de un tiempo de interactuar y escuchar las propuestas de solución de sus compañeros, sugiere un método diferente que permite determinar el número de baldosas blancas.

1	Profesora	Si yo les digo, la figura número... 15 ¿cuántas baldosas blancas tiene?
2	Estudiante (Cristian Martínez)	¿Blancas? Tiene 15, 16, 17, 18, 19, <b>19</b>
	Profesora	Pero dime como es que lo hiciste, es que no me lo dicen y quiero que lo digan.
	Estudiante (Cristian Martínez)	Le sume estas 15, es como decir estas 15 acá y le sumo...; digo 15 y le sumo 4 de las esquinas.
<b>Transcripción 2.</b> Audio en el que se evidencia la evolución progresiva de Cristian, y logra explicarlo desde una expresión general.		

Se evidencia un avance progresivo en la percepción y determinación de una expresión general, que le permita determinar el número de baldosas blancas para cualquier figura.

Este tipo de propuestas, en donde se reconoce que el aprendizaje de la matemática es una actividad social, propicia una postura activa, reflexiva y crítica de los estudiantes frente a su aprendizaje, lo cual les permite dotar de sentido y significado los objetos matemáticos trabajados.

## Referencias bibliográficas

- <Hopkins, D. (1989). *Investigación en el Aula, Guía del profesor*. Promociones y Publicaciones Universitarias. Barcelona.
- Freudenthal, H. (1983). *Didactical Phenomenology of Mathematical Structure*. Dordrecht: Reidel.
- Ministerio de Educación Nacional (1998). *Matemáticas. Lineamientos curriculares*. MEN. Bogotá.
- Posada, B., Villa, J. (2006). *Propuesta didáctica de aproximación al concepto de función lineal desde una perspectiva variacional*, (Tesis de maestría). Universidad de Antioquia. Medellín (Colombia).
- Puig, L. (1997). Análisis Fenomenológico. Cap III del libro: La educación matemática en la enseñanza secundaria. Rico L. (eds). ICE. Ed: Síntesis.
- Rey, G., Boubée, C., Vazquez, P. S., & Cañibano., A. (2009). Ideas para enseñar, aportes didácticos para abordar el concepto de función. *Revista iberoamericana de educación matemática* (20), 153-162.
- Rodríguez, S., Herráiz, N. (2011). Investigación Acción. *Métodos de investigación en Educación Especial* (3), 3 -18.
- Vergel, R., León, J. (1997). *Enseñanza del concepto de Función lineal en octavo grado de educación Básica Secundaria. Reporte de una experiencia*. (Tesis de especialización). Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Bogotá (Colombia).
- Zolkower B., Bressan A. Gallego M. (2004): La corriente realista de didáctica de la matemática: experiencias de aula de profesores y capacitadores. Sometido a consideración para su publicación en la *Rev. Infancia y Aprendizaje.* , 1- 11.