

El Lenguaje LOGO, los Niños y las Variables

Resumen

Numerosos estudios han investigado el potencial que tiene el lenguaje de programación Logo para facilitar en los niños el desarrollo y la comprensión del concepto de variable. En este artículo se revisan y discuten algunos de los resultados más significativos. Se resaltan los posibles obstáculos y las ventajas que ofrece este ambiente. Se muestra que Logo es un medio propicio para el desarrollo de actividades que ofrezcan a los niños la oportunidad de una exploración activa en contextos significativos. Se señala el papel fundamental que tienen el diseño de las actividades y la intervención oportuna del profesor para ayudar a los niños a desarrollar una comprensión del concepto de variable en un ambiente Logo.

Abstract. Several research studies have investigated the potential of the programming language Logo for helping children develop and understand the concept of variable. In this article some outstanding results are discussed. Pros and cons of this environment are highlighted. It is shown that in Logo activities offering children the opportunity to explore in meaningful environments can be designed. The fundamental role of the design of the activities and the teacher's interventions in helping children develop an understanding of the concept of variable in a Logo environment is stressed.

Introducción

El lenguaje de programación Logo fue diseñado hace más de dos décadas por Seymour Papert con el propósito específico de ofrecer al usuario un ambiente rico en matemáticas, y facilitar el desarrollo de una manera matemática de pensar a través

Sonia Ursini

CINVESTAV-IPN

México, D. F.

de la programación. La idea subyacente en la propuesta de Papert es que el aprendizaje verdadero se da a través de la acción, la exploración y el descubrimiento. Según Papert, Logo propiciaría en los niños el surgimiento de procesos de exploración activa alrededor de temas significativo lo cual los llevaría al descubrimiento de ideas matemáticas. En particular, consideraba la programación en Logo como un auxiliar para el aprendizaje del álgebra y la geometría (Papert, 1980).

Estas ideas, bastante revolucionarias y optimistas llevaron al desarrollo de numerosas investigaciones cuyo propósito ha sido estudiar cuidadosamente qué matemáticas se aprenden cuando se trabaja en Logo, y cuales son los posibles vínculos entre este aprendizaje y las matemáticas escolares. Particular atención ha merecido el análisis del supuesto potencial de Logo para promover el desarrollo y la comprensión de nociones algebraicas (Noss, 1986; Leron y Zazkis, 1986; Sutherland, 1989, 1992; Hillel, 1992; Ursini, 1990, 1994a). En especial, se han estudiado las posibilidades ofrecidas por Logo para el desarrollo y la comprensión del concepto de variable. En este artículo se analizarán los resultados más significativos arrojados por estas investigaciones. Los distintos usos de la variable a los que se enfrenta el niño en el álgebra escolar, a saber, número general, incógnita específica, o para expresar una relación funcional, sirven de catalizadores para organizar la discusión.

Logo y la variable como número general

La idea de variable aparece en Logo junto con la de programa general de Logo (PGL). Un PGL es un procedimiento general que involucra variables y es el medio a través del cual se expresa en Logo una generalización de manera formal. Las variables involucradas en un PGL representan, por lo tanto, números generales. La mayor parte de las investigaciones se ha centrado en analizar este uso de la variable en Logo.

Escribir un PGL requiere de distintas habilidades y de su coordinación. Éstas incluyen, por ejemplo:

- manejar la idea de procedimiento;
- diferenciar entre los elementos variables e invariantes involucrados en un problema;
- declarar y asignar un nombre a las variables;
- comprender que las variables representan un número indeterminado al cual se le puede signar cualquier valor;
- operar las variables;
- escribir expresiones algebraicas abiertas.

Las investigaciones aportan evidencias en cuanto a las dificultades afrontadas por los niños para trabajar en cada uno de estos aspectos, pero también señalan que la estructura misma de Logo ofrece caminos para superarlas. A continuación se analizarán brevemente cada uno de estos aspectos.

La idea de procedimiento en Logo

Si bien los niños manejan procedimientos tanto en su vida cotidiana (por ejemplo, al seguir las reglas de un juego) como en la escuela (por ejemplo, al aplicar un algoritmo), no están acostumbrados a reflexionar sobre ellos (Papert, 1980). Su atención está, por lo general, en la obtención de un resultado y no en el procedimiento seguido para obtenerlo.

Aunque el objetivo principal de escribir un programa es lograr cierto resultado específico en la pantalla, su escritura requiere hacer explícitos los pasos conducentes a la obtención de ese resultado y a su codificación en un lenguaje formal. Esto conlleva la necesidad de prestar mayor atención al *método* usado para resolver cierto problema que al resultado mismo. Escribir un programa requiere entonces de un cambio de perspectiva y exige del usuario pasar del nivel de la acción, predominante cuando se trabaja en modo directo y la atención está en el producto obtenido, al nivel de reflexión, análisis y planeación. Lograr este cambio de perspectiva no es trivial y necesita del apoyo del maestro. Como afirma Hillel (1992), los niños prefieren trabajar en modo directo y usar un acercamiento de "planeación en acción", evitando así este cambio de enfoque.

Una vez escrito, un procedimiento se convierte en una entidad modificable, y puede emplearse de manera independiente o como un módulo dentro de otro procedimiento. Concebir un procedimiento de este modo implica cierta capacidad de análisis, de planeación, así como de razonar por analogía. Para desarrollar estas capacidades los alumnos necesitan la ayuda del maestro. En efecto, la tendencia espontánea de los alumnos no es la de considerar un programa como la expresión de un método ni como una entidad con todas las características mencionadas y, como ya señalaba Papert (1980), tienden a verlo sólo como un medio para guardar una lista de instrucciones. De este modo pierden la idea de procedimiento como expresión de un método, así como la idea de procedimiento como objeto manipulable y utilizable dentro de un proyecto más amplio.

La guía e intervención apropiadas del maestro pueden lograr que los alumnos adquieran una mejor comprensión de la idea de procedimiento (Lemerise y Kayler, 1986; Hoyles y Sutherland, 1989). Por ejemplo, Hoyles y Sutherland (1989) señalan la conveniencia de alentar en los alumnos el uso de procedimientos y sub-procedimientos en sus proyectos, si bien, como estas mismas investigadoras indican, este tipo de sugerencia puede llevar a la aparición de dificultades relacionadas con las órdenes de transición (*interface*, en inglés), esto es, con las órdenes necesarias para vincular los procedimientos entre sí. Una vez más se señala como indispensable la intervención del maestro para superar las dificultades y conducir a los alumnos a reflexionar sobre la posición de la tortuga en cierto momento, encontrar las órdenes de transición adecuadas y relacionar entre sí los distintos procedimientos. Un ejemplo ya clásico de las dificultades de los usuarios de distintas edades con las órdenes de transición, es el proyecto de dibujar una casa usando como módulos los programas para dibujar un cuadrado y un triángulo. Es muy común para los usuarios novatos obtener en un primer intento un dibujo como el que aparece en la Figura 1. Para lograr el dibujo deseado (Figura 2) es necesario ayudarlos a tomar conciencia de la posición de la tortuga al terminar el dibujo del cuadrado y posicionarla (órdenes de transición) en el lugar adecuado antes de pedirle que dibuje el triángulo.

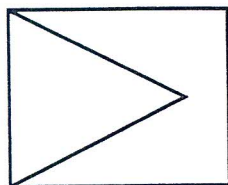


Figura 1

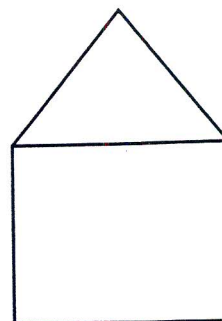


Figura 2

Distinguir los aspectos variables de los invariantes

Para escribir un PGL es necesario reconocer la existencia de problemas similares, identificar sus aspectos comunes y distinguirlos de los aspectos específicos. Esto requiere de capacidad de análisis, de asociación, asimismo, de pasar de los casos concretos y particulares al caso abstracto y general. Estas habilidades no suelen estar presentes en los niños pues requieren de actividades especiales así como de ayuda para desarrollarse. Sutherland (1989), por ejemplo, al observar niños de 12-13 años de edad encontró que éstos tenían dificultades para identificar los espectros invariantes en una situación determinada.

Una de las estrategias a menudo empleada por los niños cuando necesitan escribir un PGL, es la de escribir primero un procedimiento fijo de Logo (PFL); esto es, un programa que no involucre variables y emplearlo como soporte para escribir el PGL (Healy, Hoyles y Sutherland, 1990). Esta estrategia les permite proceder por pasos sucesivos: primero resuelven un caso particular del problema; enseguida asumen el PFL como un objeto modificable y obtienen el PGL sustituyendo una variable a los números particulares. Si bien esta puede ser una buena estrategia, no evita la necesidad de distinguir lo variable de lo invariante en un problema dado. Se ha podido observar, por ejemplo, que al emplear este método, a menudo los niños sobregeneralizan y sustituyen todos los números, independientemente de su papel específico, por variables. Esto pone en evidencia una vez más las dificultades de los niños para distinguir los elementos variables de los invariantes. En estos casos, la retroalimentación proporcionada por la computadora junto con la intervención del maestro son elementos cruciales para llevar al niño a reanalizar el problema hasta llegar a discernir los elementos variables de los invariantes.

Una manera exitosa de ayudar a los niños a distinguir los elementos variables de los invariantes es pedirles que escriban no uno sino varios PFLs para resolver distintos casos particulares de un mismo problema, y los analicen para detectar en qué son similares y en qué se distinguen (Figura 3). Este acercamiento, experimentado por Ursini (1994a) con alumnos de 12-13 años de edad, resulta además adecuado para llevar a los niños a tomar conciencia del *método* usado para resolver familias de problemas y permite introducir la idea de procedimiento general como expresión de un método y del número general como objeto del método (Ursini, 1995).

ESCOGE OTROS NUMEROS Y PARA CADA UNO ESCRIBE UN PROGRAMA QUE CALCULE SU DOBLE

PROGRAMA 1	PROGRAMA 2	PROGRAMA 3
<pre>To Cara PRINT 25+25 END Cara</pre>	<pre>To Signo Print 75+75 END Signo</pre>	<pre>To programa Print 24*21 END Programa</pre>

ANALIZA LOS TRES PROGRAMAS.
¿QUE TIENEN EN COMUN?

```
To to to
Print+ Print+ Print+
END END END
```

¿EN QUE SON DIFERENTES?

```
En el nombre del programa y en
en el numero
```

Figura 3

Asignando nombres a las variables

Una vez identificados cuales son los elementos variables dentro de un problema, es necesario nombrarlos de alguna manera para estar en condiciones de trabajar con ellos. Esto implica la capacidad de concebir estos elementos como objetos indefinidos con los cuales, sin embargo, se puede trabajar y para ello es necesario asociarles un nombre o un símbolo. En Logo es frecuente usar palabras significativas para denominar las variables (por ejemplo, usar la palabra: LADO para nombrar la variable que representa el lado de un cuadrado de tamaño indeterminado). Esto proporciona un referente claro a la variable y ayuda a los alumnos a aceptar su uso. Sin embargo, también puede inducir a los niños a suponer que el término específico empleado determina el papel de la variable en un problema (Hillel y Samurcay, 1985; Sutherland, 1987).

En relación a la asignación de nombres a las variables en Logo, existen diferentes puntos de vista. Según Hillel, por ejemplo, es la situación particular la que determina la conveniencia o no de emplear nombres significativo y "podría haber situaciones en las cuales el uso de X y Y haría realmente desaparecer algunos problemas conceptuales" (Hillel, 1992, p. 19). Por otro lado, Sutherland (1987) sugiere la necesidad de alentar en los alumnos el uso de nombres diferentes para las variables: nombres con sentido, nombres

sin sentido y letras solas, para ayudarlos así a no relacionar un nombre específico con el papel de la variable en un programa. Experiencias con niños mexicanos han mostrado que cuando se ayuda al niño a construir la idea de variable como objeto general de un método, éste no tiene problema en aceptar el uso de cualquier nombre, símbolo o letra para representarla (Ursini, 1994a).

Cuando en un PGL están involucradas dos o más variables es necesario diferenciarlas asignándoles nombres diferentes. Escribir y correr programas con dos o más variables puede ayudar a los estudiantes a entender que una misma variable puede asumir distintos valores y que variables con nombres distintos pueden asumir el mismo valor. Numerosas investigaciones realizadas en ambientes no-computacionales resaltan las dificultades de los estudiantes para entender que cualquier letra puede emplearse para representar una variable, y que dos variables pueden tener en ocasiones el mismo valor. Como señala Wagner (1981), los alumnos en ocasiones consideran que si se cambia la letra con la cual se designa la variable, cambia su valor. Sin embargo, cuatro de los ocho niños que participaron en la investigación de Sutherland (1987) comprendieron esta idea después de haber escrito y usado programas con más de una variable en Logo.

En un procedimiento general de Logo las variables representan cualquier valor

Las investigaciones llevadas a cabo en ambientes usuales de álgebra (por ejemplo, Kchemann, 1980; Booth, 1984) resaltan las dificultades de los alumnos para comprender que la variable representa un rango de valores. Al estudiar cómo se ve afectada la comprensión de conceptos algebraicos cuando se trabaja con Logo se observó que en estos ambientes los alumnos pueden llegar a comprender que una variable representa un rango de valores (Noss, 1985; Sutherland, 1987). Seis de los ocho alumnos de 12-13 años de edad del estudio de Sutherland pudieron además transferir esta comprensión a tareas algebraicas de papel y lápiz.

Noss (1985), estudiando niños de 8-11 años de edad sin experiencia previa en álgebra, encontró que estos alumnos eran capaces de emplear un nombre para representar un rango de valores. Por ejemplo, uno de los alumnos del estudio usó :Peter y :Jane como nombres para designar las variables con las cuales representaba el número arbitrario de canicas pertenecientes a Peter y Jane. La explicación de este alumno respecto a la sustitución de nombres por números, indicaba la comprensión de que los nombres representaban a cualquier número. Noss atribuye este resultado al hecho de correr el programa con distintos valores, lo cual pudo haber ayudado a los alumnos a concebir la variable como una representación de un rango de valores.

Este comentario de Noss pone en evidencia una característica importante de Logo, a saber, su carácter interactivo. Este atributo de Logo favorece el surgimiento de una relación dialéctica entre lo general y lo particular. Ésta está representada, por un lado, por la escritura de un PGL y, por el otro, por el hecho de correr un PGL, lo cual da como resultado siempre un caso particular. Este vínculo general \leftrightarrow particular es un aspecto importante que permite al alumno ir construyendo gradualmente la idea de variable como número general. Logo no es sólo un lenguaje formal para expresar la generalidad,

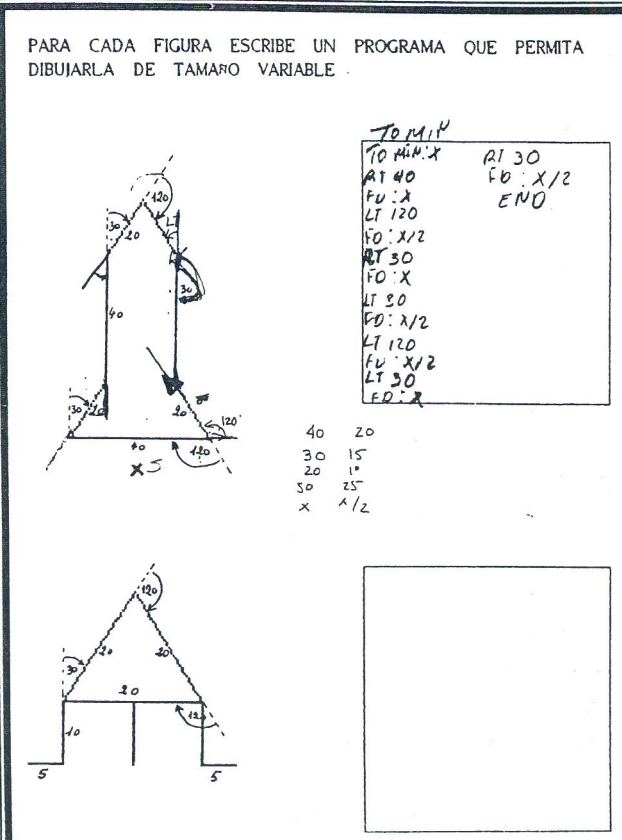
sino un ambiente en donde la expresión formal de una generalización se convierte inmediatamente en una herramienta útil. Asimismo, correr un PGL con distintos valores puede contribuir a dar un significado a los símbolos usados para designar las variables, así como a manipularlos y conocer los resultados de esta manipulación (Hoyles y Noss, 1987). El proceso de ir desde un caso particular a la expresión del caso general y de regreso a una ejemplificación específica de la generalidad, se ve fuertemente favorecido en Logo, lo cual parece esencial para el desarrollo de la comprensión del uso de la variable como número general (Ursini, 1994). Comparando el aprendizaje de los conceptos algebraicos en Logo con el aprendizaje del lenguaje natural Sutherland enfatiza su carácter dialéctico: *"para muchos alumnos, el simbolismo usado en el ambiente computacional es una herramienta esencial para negociar la generalización, y la manera por medio de la cual llegan a formalizar progresivamente los métodos informales"* (Sutherland, 1991, p. 44).

Este acercamiento a las expresiones generales contrasta con la manera de abordar este tema en la escuela. Es común todavía introducir el álgebra enfrentando a los alumnos a expresiones generales sin haberlas deducido o después de hacerlo rápidamente con base en sólo un par de casos particulares. Se tiende aún a dar prioridad a la enseñanza de las reglas de manipulación y al desarrollo de habilidades manipulativas. En consecuencia, los alumnos pueden desarrollar cierta capacidad para trabajar con expresiones generales sin tener, sin embargo, claridad acerca de qué representan ni de cuando es conveniente recurrir a éstas para resolver un problema. Es hasta más tarde en sus estudios, al trabajar en otras áreas de las matemáticas, por ejemplo, en geometría analítica, cuando las expresiones generales se vuelven herramientas de uso y exploración, y adquieren eventualmente un significado para los estudiantes.

Operando las variables y aceptando expresiones algebraicas abiertas

Cuando se escribe un PGL, a menudo es necesario operar con las variables y escribir expresiones semejantes a las expresiones algebraicas *abiertas* (por ejemplo: $X/5$; $X + X/3$; $2 * X/3$). Sin embargo, los alumnos tienden a evitar operar las variables introduciendo variables nuevas (Noss y Hoyles, 1987; Sutherland, 1987; Ursini, 1994a). Según Sutherland (1987), un acercamiento de este tipo puede ser el primer paso en el proceso de escritura de un PGL, dado que durante el proceso de escritura el alumno puede llegar a darse cuenta explícita de la relación existente entre las variables y eliminar las superfluas. Sin embargo, los alumnos no alcanzan siempre a percibir esta relación, y cuando la perciben, no necesariamente son capaces de simbolizarla. Por ejemplo, Ursini (1994a) encontró que al tratar de escribir un PGL para dibujar una figura (ver Figura 4), los niños tomaban en cuenta la relación existente entre los distintos segmentos y podían expresarla verbalmente (*"uno es siempre el doble del otro"*) pero no eran, sin embargo, capaces de expresarla de manera simbólica escribiendo $X*2$ ó $X/2$. Fue necesaria la intervención del investigador escribiendo la expresión y de este modo mostrar a los niños cómo se simboliza la relación general a la cual habían llegado. Después de este tipo de intervención los alumnos ya no tuvieron dificultad para operar las variables siempre que fuera necesario.

PARA CADA FIGURA ESCRIBE UN PROGRAMA QUE PERMITA DIBUJARLA DE TAMAÑO VARIABLE.



```

TO MIM
  AT 40
  FU :X
  LT 120
  FD :X/2
  RT 30
  FD :X
  LT 30
  FD :X/2
  LT 120
  FU :X/2
  LT 30
  FD :X
END
    
```

40	20
30	15
20	10
30	25
x	1/2

Figura 4

Estos resultados ponen en evidencia que trabajar en Logo no es, por sí solo, suficiente para llevar a los alumnos a operar las variables. Además, la facilidad ofrecida por Logo para trabajar con varias variables puede volverse una desventaja cuando se pretende crear en los alumnos la necesidad de operarlas. Sin embargo, esta desventaja se puede superar si se cuenta con una guía apropiada por parte del maestro. También se observó que el entorno en el cual los alumnos están trabajando puede favorecer el desarrollo de esta capacidad. Por ejemplo, al trabajar en un entorno numérico de Logo con alumnos de 12-13 años de edad, sin experiencia previa en el manejo de variables, estos no tuvieron dificultades en operar las variables y escribir expresiones *abiertas* (Ursini, 1990). Dado el procedimiento:

```

TO ADIVINA :X
  PRINT :X + 3
  END
    
```

se pidió a los alumnos correrlo con distintos valores. Se les invitó después a inventar una nueva expresión, sustituirla a la expresión dada :X + 3, ocultar el procedimiento y retar a su compañero a adivinar la nueva expresión. Para lograrlo el niño que adivinaba debía correr el procedimiento con distintos valores y con base en los resultados obtenidos tratar

de deducir la expresión oculta. Los alumnos inventaron varias expresiones *abiertas* (por ejemplo. $7 * :X - 2$; $:X * 2 / (2 + 1)$; $(42 - :X) / 2$) y las sustituyeron a la expresión original. Para deducir la expresión escondida, asignaban valores diferentes a la variable, mostrando así su capacidad para concebir la variable de un PGL como la representación de cualquier valor. Con base en los resultados numéricos obtenidos, deducían la expresión oculta, mostrando así también su capacidad para deducir una relación general a partir de casos particulares y expresarla.

Logo y la variable como incógnita específica

Escribir un PGL no es comúnmente el objetivo final de una actividad. Un PGL suele representar uno de los pasos en un proceso más largo cuyo objetivo final es obtener ciertos resultados. Un PGL es una herramienta para usarse. Para ejecutar un PGL es necesario asignar un valor específico a la variable involucrada. En este proceso la variable se desprende de su carácter general y asume un valor específico. Esto conlleva pasar de una percepción de la variable como objeto general, indeterminado, a percibirla como representante de un valor particular. Por lo general los estudiantes no tienen dificultades en asignar valores a la variable para correr un PGL (Hillel, 1992), si bien es muy frecuente que asignen estos valores al azar y sin el propósito de obtener cierto resultado particular. Por ejemplo, comúnmente los niños asignan un valor sin entender a qué parte del programa va a dar o cómo se relaciona con el resultado obtenido (Hillel, 1992).

A menudo se usa un PGL como una herramienta para explorar. En estos casos el valor dado a una variable está determinado por el resultado apenas obtenido y no por un análisis previo de la situación, conducente a determinar el valor preciso con el cual se debe correr el PGL para obtener un resultado determinado. Sin embargo, se pueden diseñar actividades tendientes a un acercamiento de este tipo y llevar así a los alumnos hacia la idea de incógnita específica. Se puede preguntar, por ejemplo, cuál debe ser el valor específico de la variable para lograr cierto resultado predeterminado. Para obtener ese valor se podría pedir, por ejemplo, que resuelvan una ecuación, como sugieren Leron y Zazkis (1986) en el problema siguiente:

Esta es una función denominada FUN

```
TO FUN :X
PRINT :X * 3 + 5
END
```

Alguien corrió FUN asignando a :X un valor desconocido y obtuvo 20 como resultado. Encuentra el valor de :X.

(Leron y Zazkis, 1986, p. 189).

Una tarea como ésta podría también ser parte de un proyecto más amplio que requiera de la solución de la ecuación para alcanzar un objetivo más ambicioso y quizás más interesante para el niño. Un acercamiento de este tipo se usó, por ejemplo, en una actividad en la cual se pedía resolver una ecuación lineal y usar el valor obtenido para

correr un programa el cual dibujaba un "astronauta" (Ursini, 1994a). Si el valor obtenido al resolver la ecuación era correcto, el "astronauta" cabía exactamente en el "cohetes" cuyo dibujo aparecía en la pantalla (Figura 5).

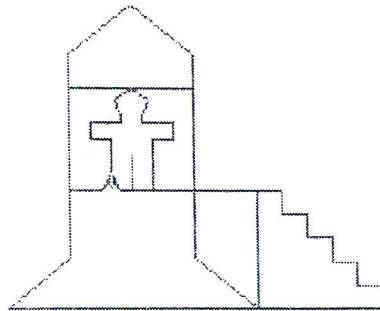


Figura 5

Acercamientos de este tipo no ponen énfasis en el desarrollo de habilidades de manipulación ni en la adquisición y uso de algoritmos o reglas para resolver ecuaciones. El alumno es libre de usar cualquier método para determinar el valor de la incógnita (puede, por ejemplo, aplicar un algoritmo, si ya lo conoce; usar la sustitución sistemática; proceder por tanteo). El propósito es ayudar al alumno a conceptualizar la variable como una incógnita, darse cuenta que ésta representa un valor específico a determinar con precisión y cuya validez se puede verificar. Experiencias de este tipo podrían encaminar a los alumnos hacia un aprendizaje significativo de la idea de incógnita. Logo puede contribuir aun más en este sentido. Casi no se ha desarrollado trabajo en Logo tendiente a propiciar el desarrollo de la idea de variable como incógnita específica.

Logo y las variables en una relación funcional

Logo es un lenguaje funcional. El modelo subyacente en su manera de operar está basado en la idea de función matemática. Los procedimientos de Logo (primitivas y programas) son funciones. Desde el primer acercamiento a este lenguaje de programación, los usuarios tratan con relaciones funcionales, específicamente con las ideas de correspondencia y de cambio. Sin embargo, estas características no son evidentes sino implícitas en los procedimientos, los cuales en correspondencia a una entrada emiten una salida. Los estudiantes se acercan a estas ideas de manera práctica, a través de la acción: usan los procedimientos como máquinas de entrada-salida, con el fin de lograr un resultado. Durante estas actividades el interés del usuario suele centrarse en el resultado particular que se obtiene y no en las ideas implícitas de correspondencia y de cambio. Conviene además recordar las distintas investigaciones realizadas en ambientes no-computacionales (é.g. Bednarz y Defour-Janvier, 1991; Markovits *et al.*, 1988), cuyos reportes mostraron que trabajar con ideas relacionadas con la noción de función no suele ser trivial para los alumnos. Así, aun cuando al trabajar en Logo se está trabajando con funciones y variables en relación funcional, esta experiencia por sí sola no lleva necesariamente a los alumnos a una elaboración consciente de estos conceptos.

Sin embargo, la experiencia adquirida al usar un PGL (asigno un valor y obtengo un resultado) podría constituir un buen punto de partida, a partir del cual se podría llevar a los alumnos a construir una idea más sofisticada de función y de variables en relación funcional. Leron y Zazkis (1986), por ejemplo, sugieren combinar actividades de Logo con discusiones adecuadas para guiar a los alumnos a concebir una función como un procedimiento con entradas y salidas; a considerar la analogía entre procedimientos equivalentes y funciones equivalentes; a trabajar con dominios de definición; a trabajar con funciones constantes e inversas, con funciones compuestas y con funciones con múltiples variables. Al llevar algunas de estas sugerencias a la práctica, Ursini (1994) confirma la posibilidad de diseñar actividades en Logo para ayudar a los alumnos a acercarse a distintas nociones relacionadas con la idea de función. Por ejemplo, en un experimento llevado a cabo con alumnos de 12-13 años de edad se encontró que usando un PGL como una herramienta para explorar y guiados por la intervención apropiada del maestro, los niños podían desarrollar la idea de intervalo, determinarlo y trabajar con él (Ursini, 1994b). Los niños podían trabajar también con la idea de correspondencia (al llenar una tabla registrando los valores asignados a un PGL y el tamaño de la figura que se obtenía en correspondencia); acercarse a la idea de variación (al describir en lenguaje natural como cambiaba el tamaño de una figura en relación al incremento del valor de entrada al PGL; se incluyeron relaciones monótonas crecientes, monótonas decrecientes, con un máximo o con un mínimo); y conjugar las ideas de correspondencia y de variación (para determinar, a partir de un registro tabular y de las imágenes en la pantalla, los valores de entrada para los cuales la figura alcanzaba su tamaño máximo y mínimo respectivamente) (Ursini, 1994a) (Figura 6). En otro estudio (Galván et al., 1995) realizado con niños de 11-13 años de edad se mostró, modificando ligeramente las actividades anteriores, la probabilidad de ayudar a los niños a prefigurar la idea de función discontinua.

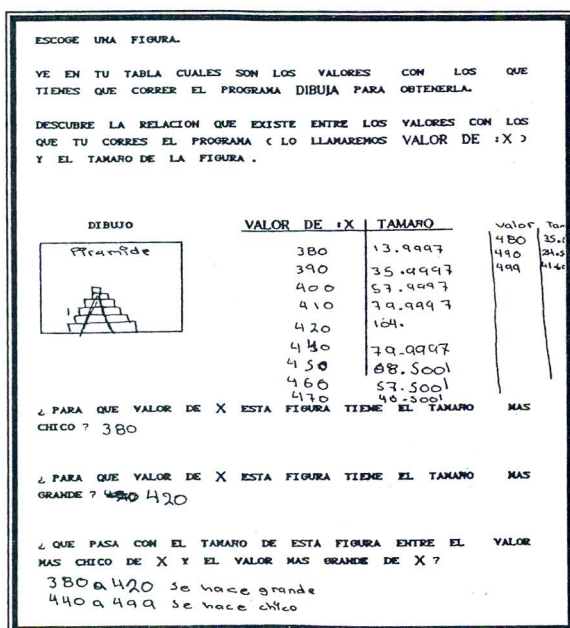


Figura 6

Conclusiones

En este artículo se han discutido algunos de los resultados obtenidos por quienes investigan el potencial del lenguaje de programación Logo para ofrecer un ambiente matemático que propicie el desarrollo de la idea de variable. De estos se desprende que Logo puede ser un buen ambiente para acercarse a los diferentes usos de la variable, específicamente al número general, a la incógnita específica, a las variables en relación funcional. Como se vio todos estos usos de la variable pueden abordarse a través de la escritura y del uso de programas generales de Logo. Sin embargo, no debe perderse de vista la tendencia de los alumnos a evitar la escritura de procedimientos generales y el uso de variables, prefiriendo el trabajo en modo directo y un acercamiento de "planeación en acción". Esto es, Logo, por sí solo, no crea forzosamente una necesidad de formalizar y generalizar. Tampoco es suficiente trabajar en Logo para desarrollar una comprensión de los distintos usos de la variable. Para lograr estos propósitos es indispensable ofrecer a los alumnos actividades de Logo específicamente diseñadas con este propósito así como prestarles la ayuda necesaria a través de intervenciones oportunas. En este aspecto queda todavía mucho trabajo por desarrollar. En efecto, aún son pocas las experiencias desarrolladas en Logo con el propósito de ayudar a los niños a desarrollar una comprensión de distintos usos de la variable, que hayan probado su eficacia.

Bibliografía

- Bednarz N. y Dufour-Janvier B. (1991), A study of external representations of change developed by young children, Proceedings of the Thirteenth PME-NA Conference, Blacksburg, Virginia, pp. 140-146.
- Booth L. (1984), Algebra: Children's Strategies and Errors, NFER-NELSON, Windsor.
- Galván M.C., Ursini S. y Aguilar M.C. (1995), Prefigurando la Idea de Discontinuidad en Ambientes Logo, Novena Reunión Centroamericana y del Caribe sobre Formación de Profesores e Investigadores en Matemática Educativa, (en prensa).
- Healy L., Hoyles C. y Sutherland R. (1990), Critical Decisions in the Generalization process: a Methodology for Researching pupils Collaboration in Computer and Non Computer Environments, Proceedings of the Fourteenth PME Conference, México, Vol. 3, pp. 83-90.
- Hillel J. (1992), The Notion of variable in the context of the Turtle Graphics, in Hoyles C. y Noss R. (Eds.), Learning Mathematics and LOGO, MIT Press; pp. 11-36.
- Hillel J. y Samurcay R. (1985), Analysis of a Logo Environment for learning the Concept of procedures With Variable, Research supported by Quebec Ministry of Education, FCAC Grant EQ 2539.
- Hoyles C. y Sutherland R. (1989), LOGO Mathematics in the Classroom, Routledge, Londres y Nueva York.
- Hoyles C. y Noss R. (1987), Children Working in a Structured Logo Environment: From Doing to Understanding, en Researches en Didactique des Mathematiques, 8, 12, pp. 131-174.
- Kchemann D. (1980), The Understanding of Generalized Arithmetic (Algebra) by Secondary School Children, PhD Thesis, Universidad de Londres, Inglaterra.

- Leron U. y Zazkis R. (1986), Functions and variables, Proceedings of the Second International Conference for Logo and Mathematics Education, London, U.K., pp. 186-192.
- Markovits Z, Eylon B.S. y Bruckheimer M. (1988), Difficulties Students Have with the Function Concept, en Coxford A.F. y Shulte A>P> (Eds.), The ideas of Algebra K-12, pp. 43-60.
- Noss R. (1985), Creating a Mathematical Environment through Programming: A Study of Young Children Learning LOGO, PhD Thesis, Universidad de Londres, Inglaterra.
- Noss R. (1986), Constructing a Conceptual Framework for Elementary Algebra through LOGO Programming, en Educational Studies in Mathematics, No. 17, pp. 335-357.
- Sutherland R. (1987), A Longitudinal Study of the Development of Pupils' Algebraic Thinking in a Logo environment, PhD Thesis, Universidad de Londres, Inglaterra.
- Sutherland R. (1989), Providing Computer Based Framework for Algebraic Thinking, en Educational Studies in Mathematics 20, pp. 317-344.
- Sutherland R. (1991), Some Unanswered Research Questions on the Teaching and Learning of Algebra, en For the Learning of Mathematics 11, 3, pp. 40-46.
- Sutherland R. (1992), What is Algebraic about Programming in LOGO?, en Hoyles C. y Noss R. (Eds.), Learning Mathematics and LOGO, MIT Press, pp. 37-54.
- Papert S. (1980), Mindstorms: Children, Computers and Powerful Ideas, Basic Books Inc. Publishers New York.
- Ursini S. (1990), El Lenguaje Aritmético-Algebraico en un Ambiente Computacional, en Cuadernos de Investigación, No. 15, IV, PNFAPM, México, pp. 53-105.
- Ursini S. (1994a), Pupils' Approaches to Different Characterizations of Variable in LOGO, PhD Thesis, Universidad de Londres, Inglaterra.
- Ursini S. (1994b), Ambientes LOGO como apoyo para trabajar las Nociones de Variación y Correspondencia, I Simposio Metodología de la Enseñanza de las Matemáticas, ITAM, México, pp. 124-128.
- Ursini S. (1995), General Method: A Way of Entering Algebra World, en Sutherland R. y Rojano T. (Eds.) Kluwer (en prensa)
- Wagner S. (1981), An Analytical Framework for Mathematical Variables, Proceedings of the Fifth PME Conference, Grenoble, Francia, pp. 165-170.
-