

¿Y dónde está el seno?

Caro Moreno, Andrés Felipe - Andrade Calderón, Juan Camilo

candres44@hotmail.com - najud_10@hotmail.com
Universidad Distrital Francisco José de Caldas, (Colombia)

Resumen

A partir de la simulación de situaciones y fenómenos físicos utilizando el software GeoGebra 5.0 en su versión 3D, el Audicity2.8 y el WolframAlpha, se observan las relaciones de algunos de los fenómenos ondulatorios con la presencia de funciones trigonométricas. La experiencia en el aula pretende presentar la utilidad de la función seno en el estudio de fenómenos cotidianos de los seres humanos y su importancia para entender el mundo que nos rodea.

Palabras clave: Trigonometría, simulaciones matemáticas, educación matemática, tecnología.

1. Introducción

El siguiente trabajo se realizó durante las cátedras de Taller de ciencias y, Talleres y Matematizaciones del proyecto LEBEM de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas, en donde se presentaron diversas situaciones en torno a los problemas ondulatorios (problemas de óptica, movimientos ondulatorios y caracterizaciones del sonido) y en los cuales se abordaron diversas soluciones a la simulación y establecimiento de características de los problemas planteados.

En este sentido, el desarrollo de la experiencia en el aula muestra como a partir de los problemas ondulatorios los estudiantes aplican e integran sus conocimientos en torno a las relaciones trigonométricas, las funciones trigonométricas, la investigación de los fenómenos y la recolección de datos,

logran resolver a través de una simulación los problemas planteados, estableciendo en la simulación un modelo que permita observar las relaciones senoidales o sinusoidales existentes en cada uno de los problemas.

2. Marco de referencia

Las situaciones planteadas se basan en los desarrollos elaborados en acústica y medición de ángulos de Fourier y Euler; para ello, se exponen de manera breve los modelos que se utilizaron en la solución de los problemas como requisitos básicos para el entendimiento y simulación de estos, además de los conceptos didácticos utilizados para el desarrollo de los talleres.

Así mismo, el desarrollo del análisis de las ondas sonoras se plantea por medio del método de descripción de armónicos de Fourier o transformada de Fourier, el cual plantea que todo armónico se puede expresar como la suma de armónicos simples, los cuales cumplen con la siguiente forma:

$$F_0 = A * \text{sen}(K\pi T)$$

A: la intensidad del sonido. K: la frecuencia del sonido. T: tiempo

En torno al desarrollo de los ejercicios de las rotaciones de la tierra, el marco referencial se encuentra enfocado sobre las rotaciones descritas por Euler, expresadas por Kinoshita (1975) y Kline (1992) como los fenómenos de precesión y nutación.

“el fenómeno de precesión consiste en el movimiento de eje de rotación de un cuerpo alrededor de un eje fijo, que es originado por la presencia de una fuerza externa, donde el ejemplo más sencillo para visualizar la precesión es observando un trompo en rotación.”Kline (1992).

Por consiguiente, para determinar una conexión entre los movimientos de nutación y precesión se utiliza el cálculo del movimiento Vernal expuesto en Kaula (1968), con el que según Kinoshita (1975), se evidencia una relación sinusoidal en el movimiento compuesto por las dos rotaciones de la tierra.

Ahora, es oportuno determinar cómo los estudiantes a través de la simulación de los fenómenos logran determinar modelos matemáticos;

relativo a esto, Landricina (2009) expone que el desarrollo de la simulación de fenómenos físicos con programas de computadora, permite a los estudiantes recrear en sus cerebros una transición del fenómeno físico al modelo computacional. Dicha transición se efectúa en tres etapas; la primera es el desarrollo de un modelo mental que permite entender el comportamiento del fenómeno, la segunda es la creación o aplicación de un modelo matemático que permita entender y modelar el fenómeno y la tercera etapa es la verificación y exposición a través de la simulación del fenómeno como verificación a la veracidad del modelo matemático utilizado. En consecuencia, el estudiante además de modelar una situación o fenómeno físico, se autoevalúa por medio de la simulación del mismo.

3. Aspectos metodológicos

El trabajo se realizó a través del aula virtual moodle de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas y que se encuentra disponible en la URL: <http://ciencias.udistrital.edu.co/avirtual/course/view.php?id=418>, con la presentación de preguntas que orientaron el desarrollo de la indagación de los estudiantes, y con un proyecto que buscó establecer un modelo matemático que representara cada uno de los problemas, definiendo las variables y su relación con el fenómeno natural presentado en cada uno de los casos. Para ello, se planteó que cada uno de los problemas debía tener los siguientes elementos:

- **Descripción del problema:** Establece cuál es el problema que se escogió así como los referentes teóricos requeridos para la solución de este.
- **Simulación del problema:** Es la representación dinámica del problema, de tal forma que corresponda al modelo, situación planteada y donde se indiquen las variables.
- **Modelación matemática:** Modelo que representa de manera más aproximada el fenómeno.
-

4. Desarrollo de la propuesta

El trabajo buscó que a partir de sonidos, movimientos de la tierra y el efecto de un trompo, se obtuvieran datos para que mediante la simulación en GeoGebra o WolframAlpha se modelaran de la manera más exacta las siguientes situaciones:

- Simular de manera matemática una nota musical o parte de una canción (Elegir un instrumento).
- Simular los movimientos de la tierra, y determinar la relación entre la precesión y la nutación de la tierra (movimiento que realiza un trompo).
- Simular el movimiento que hace la luna y la tierra, determinando la relación entre el movimiento de la luna y su distancia con respecto al plano elíptico de la tierra.
- Diseñar a partir de WolframAlpha o GeoGebra un reloj análogo de tal forma que se evidencie la relación entre sus manecillas de manera matemática.

A partir de las anteriores situaciones se obtuvieron relaciones senoidales o sinusoidales que permitieron evidenciar que la relación seno facilita entender diversos fenómenos de la naturaleza y que por medio de la modelación de estos se pueden simular el fenómeno o a través de las simulaciones de los fenómenos se permite evidenciar distintas relaciones sinodales.

5. Conclusiones

Los estudiantes encontraron las relaciones senoidales o sinusoidales descritas por Fourier, en torno a las representaciones de sonidos a partir de la sumatoria de seno; como es la sumatoria correspondiente al modelo analítico de la nota musical Do en un carrillón, la cual puede ser vista y escuchada a través de Wolfram en <http://www.wolframalpha.com/>.

$$\begin{aligned} \text{Do: } & 44.3\sin(2\pi * 4260 * t) + 43.5 \sin(2\pi * 8150 * t) \\ & + 71.1 \sin(2\pi * 9098 * t) + 64(2\pi * 16416 * t) \\ & + 73 \sin(2\pi * 17785 * t) \end{aligned}$$

Por otra parte, al investigar sobre los movimientos generados en los diferentes espacios (musicales, espaciales) para el desarrollo de la simulación del fenómeno, se llegó a que estos se encuentran dentro de los “movimientos de rotación de Euler” y “la transformada de Fourier”; los cuales relacionan variables de longitudes respecto a variables de amplitudes para construir movimientos senoidales o sinusoidales.

En síntesis, la utilización de herramientas virtuales como Wolfram o GeoGebra en la simulación de estos fenómenos, permite observar, caracterizar y representar cada nota musical o movimiento rotacional de manera eficiente y sencilla, a partir del proceso de simulación descrito por Landricina (2009); posibilitando evidenciar los cambios que sufren los fenómenos al modificar algunas de sus partes, dado que no son fáciles de ver o representar a simple vista, solamente a partir de una modelación matemática. Un ejemplo de cambio de variable es el cambio en la frecuencia de una nota musical genera que esta modifique su sonido, la cual cambia las características propias del instrumento con el que se genera la nota musical.

Referencias bibliográficas

- BOYER, C.B. (1986). Historia de las Matemáticas, Madrid, Alianza Universidad
- CARRILLO C.J. (2003). Fundamentos del análisis de Fourier, Universidad de Virgo
- EULER, L. (2001). Introducción al análisis de los infinitos. Edición crítica con facsímile a cargo de A. Durán, Sevilla.
- GONZÁLEZ URBANEJA, P.M. (2003). Los orígenes de la Geometría Analítica. Tenerife, Fundación Canaria Orotava de Historia de la Ciencia.
- KINOSHITA, H. (1975). Theory of the Rotation of the Rigid Earth, Celestial Mechanics, Vol. 15. p. 277.
- KLINE, M. (1992). El pensamiento matemático de la Antigüedad a nuestros días, Madrid, Alianza Universidad.
- LANDRISCINA, F. (2009). Simulation and Learning: The Role of Mental Models. Journal of E-Learning and Knowledge Society, 5(2), p. 23-32.