

Experiencia de covariación a partir del recubrimiento de superficies

Triana, Javier - Guacaneme Suárez, Edgar Alberto - Navarro, Ninfa
Orozco Tróchez, José - Palomá, Alfonso - López, Maryory - Stepanian, Vasken

javier triana@colegiochampagnat.edu.co, guacaneme@pedagogica.edu.co
ninfanavarro@colegiochampagnat.edu.co, joseluisorozco@colegiochampagnat.edu.co
alfonsopaloma@colegiochampagnat.edu.co, maryorylopez@colegiochampagnat.edu.co
vaskenstepanian@colegiochampagnat.edu.co

Colegio Champagnat - Universidad Pedagógica Nacional, (Colombia)

Resumen

En esta comunicación se expresan los aspectos que los profesores del área de matemáticas del colegio Champagnat de Bogotá, tuvieron en cuenta para el diseño de una secuencia de tareas y las implicaciones que este diseño tiene sobre el currículo de matemáticas a través de la reformulación de las encontradas en los libros de texto del proyecto “Juega y construye la matemática” y de la incursión de la tecnología en el aula; hemos reconocido aspectos de nuestro conocimiento didáctico y teórico relacionado con el pensamiento variacional y razonamiento covariacional, específicamente cómo los estudiantes construyen los conceptos ligados a éste, lo cual se ha convertido en nuestro objeto de estudio, por lo tanto cobra relevancia el diseño de secuencias de tareas orientadas al desarrollo de este pensamiento, mediado por instrumentos tecnológicos, lo cual ha motivado y puesto sobre la mesa aspectos del currículo de matemáticas que son necesarios modificar para llevar esta tarea adelante.

Palabras clave: Pensamiento variacional, secuencia didáctica, tecnología, razonamiento, aula.

1. Antecedentes

Los profesores de matemáticas del colegio Champagnat de Bogotá, hemos emprendido un ejercicio colectivo de aprendizaje, a partir de la reflexión y estudio de la gestión del quehacer docente, cuando llevamos al aula tareas que buscan desarrollar el pensamiento variacional. Este pensamiento fue escogido por tres razones:

- Primero, es un eje curricular transversal a los grados escolares y que su estudio se inicia muy temprano en esta escolaridad. En esta dirección, entre otras ideas, se propone el estudio de "... situaciones problemáticas cuyos escenarios sean los referidos a fenómenos de cambio y variación de la vida práctica... [o]... el estudio de los patrones" (MEN, 1998, p. 50) como una manera de acceder a las relaciones funcionales en donde "...emerge la función como herramienta de conocimiento necesaria para enlazar patrones de variación entre variables y para predecir y controlar el cambio" (p. 51).
- Segundo, es uno de los logros para alcanzar en la educación básica, que "presupone superar la enseñanza de contenidos matemáticos fragmentados y compartimentalizados, para ubicarse en el dominio de un campo conceptual, que involucra conceptos y procedimientos interestructurados y vinculados que permitan analizar, organizar y modelar matemáticamente situaciones y problemas tanto de la actividad práctica del hombre, como de las ciencias y las propiamente matemáticas donde la variación se encuentre como sustrato de ellas." (MEN, 1998, p. 49). En esta dirección se reconoce que el pensamiento variacional está relacionado con nociones y conceptos como: constante, variable, función, razón o tasa de cambio, dependencia e independencia de una variable con respecto a otra, modelos funcionales, relaciones de desigualdad, y ecuaciones e inecuaciones.
- Tercero, se desarrolla en estrecha relación con los otros tipos de pensamiento matemático (el numérico, el espacial, el de medida o métrico y el aleatorio o probabilístico) y con otros tipos de pensamiento más propios de otras ciencias" (MEN, 2006, p. 66).

Teniendo en cuenta lo anterior, los profesores del área pasaron a una etapa de elaboración de materiales como libros y juegos que promovieran el desarrollo de este pensamiento, que se convirtió en la primera fase del proyecto: Juega y construye la matemática. Esta etapa genera avances en primaria a través de juegos como casa de cambio, pero no dio sus frutos en bachillerato y por eso en el año 2012 el proyecto pasa a una etapa de revisión y adecuación del material.

Así se crean espacios de asesoría del proyecto para la reflexión, la sensibilización, el reconocimiento de saberes, explícitos e implícitos en los documentos (Tareas¹ propuestas en las cartillas del proyecto “Juega construye la matemática”), buscando la pertinencia, potencia generativa y su relación con el desarrollo del pensamiento variacional. Del cual se concluyó:

- Las tareas propuestas tienen un gran potencial generativo de conceptos matemáticos, las cuales para lograr un mejor aprovechamiento, se deben reformular y complementar, de tal forma que se puedan trabajar en diferentes grados de escolaridad.
- Es necesario agregar a los niveles de razonamiento covariacional propuestos por Carlson, el nivel cero que implica el reconocimiento de las magnitudes que varían en la situación problema que se plantea.
- Es necesario que los profesores nos capacitemos permanentemente en el uso del software para educación matemática, en la evaluación por competencias, en las tendencias actuales en teorías de investigación y psicología del aprendizaje para reflexionar sobre el quehacer en el aula aplicarlas al diseño de la secuencia de tareas.

Siguiendo este el camino para el año 2013 y 2014, tomando elementos de los puntos anteriores discutidos en el espacio de asesoría se comienzan a crear secuencias de tareas a partir de las propuestas de los docentes, la cual se encuentra en el presente documento.

¹ Tarea (Taller, consulta, situación problema a resolver, etc.) que se indica al estudiante para que haga, actividad lo que hace el estudiante (generalmente está relacionado con la actividad mental).

2. Pregunta de investigación

El diseño de tareas por parte del profesor está integrado a su conocimiento profesional y es fundamental para la gestión y la evaluación, tener planeado el trabajo permite tener claridad sobre los momentos y el tipo de evaluación más adecuada, conocer el objetivo de enseñanza aprendizaje y la forma de lograrlo. Así, el diseñar, permite conocer con antelación el nivel de desempeño deseado que se espera de los estudiantes, lo que permite en la gestión, si es necesario, reformular las tareas de forma tal que sean transversales al currículo y se conviertan en generadoras de conceptos; y permite determinar el marco teórico y la metodología conveniente para soportar este proceso.

En el diseño también se requiere de aclarar un pregunta de investigación que lo harán posible, de acuerdo a nuestras visiones acerca de la puesta en marcha de la investigación una propuesta para su realización: i). ¿Cómo los estudiantes construyen los conocimientos y las habilidades necesarias para que desarrollen el pensamiento variacional y el razonamiento covariacional?

3. Marco conceptual de referencia

Con base en la pregunta de investigación hemos hecho un análisis sobre lo que entendemos que el pensamiento variacional: i). No es un contenido ni un procedimiento matemático que se ubique en un grado escolar se configura como un asunto transversal del currículo. ii). Es uno de los tipos que configura el pensamiento matemático, pero se articula con los demás tipos de pensamiento. iii). Convive en estrecha relación con el aprendizaje de temas matemáticos relacionados con el estudio de la variación y el cambio. iv). Para desarrollar el estudio anterior se configura en una herramienta primordial el apoyo de la tecnología. A partir de esto consideramos que el trabajo de análisis realizado cuenta con dos insumos de referencia:

El contenido de las disposiciones curriculares para las matemáticas escolares en Colombia (MEN, 1998, 2006), consideran el pensamiento variacional y los sistemas algebraicos y analíticos, tiene que ver con el reconocimiento, la percepción, la identificación y la caracterización de la

variación y el cambio en diferentes contextos, así como con su descripción, modelación y representación en distintos sistemas o registros simbólicos, ya sean verbales, icónicos, gráficos o algebraicos.

Uno de los propósitos de cultivar el pensamiento variacional es construir desde la Educación Básica Primaria distintos caminos y acercamientos significativos para la comprensión y uso de los conceptos y procedimientos de las funciones y sus sistemas analíticos, para el aprendizaje con sentido del cálculo numérico y algebraico y, en la Educación Media, del cálculo diferencial e integral. Este pensamiento cumple un papel preponderante en la resolución de problemas sustentados en el estudio de la variación y el cambio, y en la modelación de procesos de la vida cotidiana, las ciencias naturales y sociales y las matemáticas mismas.

Para comprender el avance del pensamiento variacional y covariacional en los estudiantes consideramos basarnos en la propuesta de Carlson et al. (2003). En dicho marco, los autores interpretan al razonamiento covariacional como “las actividades cognitivas implicadas en la coordinación de dos cantidades que varían mientras se atiende a las formas en que cada una de ellas cambia con respecto a la otra” (Carlson et al., 2003, p. 124). Con base en esta descripción, Carlson y sus colaboradores proponen un marco conceptual que involucra un conjunto de cinco acciones mentales y cinco niveles, que se relacionan en la siguiente tabla 1.

3. Secuencia de tareas

La secuencia de tareas diseñada que se presentará es una forma de abordar con estudiantes de Bachillerato, el estudio de relaciones de covariación, al realizar una tarea de recubrimiento de una superficie rectangular con fichas cuadradas. Inicialmente las longitudes de los lados tanto de la superficie como de las fichas son números enteros positivos; luego se plantea la situación problema con números racionales, incluido el estudio de tener que recubrir una superficie con una ficha de mayor tamaño que la superficie a recubrir. Finalmente se intenta modelar la situación utilizando como recurso informático el programa GeoGebra. Todo este estudio se soporta en el

pensamiento variacional y el razonamiento covariacional y de manera particular en lo niveles propuestos por Carlson.

Tabla 1. Marco conceptual que involucra un conjunto de cinco acciones mentales y cinco niveles. Carlson et al., 2003.

Nivel de razonamiento <u>covariacional</u>	Acción mental
Nivel 1 (N1). Coordinación: En el nivel de coordinación, las imágenes de la <u>covariación</u> pueden sustentar a la acción mental de coordinar el cambio de una variable con cambios en la otra variable	Coordinación del valor de una variable con los cambios en la otra.
Nivel 2 (N2). Dirección: En el nivel de dirección, las imágenes de la <u>covariación</u> pueden sustentar a las acciones mentales de coordinar la dirección del cambio de una de las variables con cambios en la otra. Las acciones mentales identificadas como AM1 y AM2 ambas son sustentadas por imágenes de N2.	Coordinación de la dirección del cambio de una variable con los cambios en la otra variable.
Nivel 3 (N3). Coordinación cuantitativa: En el nivel de la coordinación cuantitativa, las imágenes de la <u>covariación</u> pueden sustentar a las acciones mentales de coordinar la cantidad de cambio en una variable con cambios en la otra. Las acciones mentales identificadas como AM1, AM2 y AM3 son sustentadas por las imágenes de N3.	Coordinación de la cantidad de cambio de una variable con los cambios en la otra variable.
Nivel 4 (N4). Razón promedio: En el nivel de la razón promedio, las imágenes de <u>covariación</u> pueden sustentar a las acciones mentales de coordinar la razón de cambio promedio de una función con cambios uniformes en los valores de entrada de la variable. La razón de cambio promedio se puede descomponer para coordinar la cantidad de cambio de la variable resultante con los cambios en la variable de entrada. Las acciones mentales identificadas como AM1 hasta AM4 son sustentadas por imágenes de N4.	Coordinación de la razón de cambio promedio de la función con los incrementos uniformes del cambio en la variable de entrada
Nivel 5 (N5). Razón instantánea: En el nivel de la razón instantánea, las imágenes de <u>covariación</u> pueden sustentar a las acciones mentales de coordinar la razón de cambio instantánea de una función con cambios continuos en la variable de entrada. Este nivel incluye una consciencia de que la razón de cambio instantánea resulta de refinamientos más y más pequeños en la razón de cambio promedio. También incluye la consciencia de que el punto de inflexión es aquel en el que la razón de cambio pasa de ser creciente a decreciente o al contrario. Las acciones mentales identificadas como AM1 a AM5 son sustentadas por imágenes de N5.	Coordinación de la razón de cambio instantánea de la función con los cambios continuos en la variable independiente para todo el dominio de la función.

4. Metodología

El taller se desarrollará en grupos máximo de tres integrantes, utilizando como recursos: material fotocopiado y el software de Geometría Dinámica GeoGebra, en los siguientes momentos:

- **Primer momento.** Organización de la tarea. (Entrega del taller, producto a entregar, criterios para la entrega y de valoración).
- **Segundo momento.** Interacción del profesor con los estudiantes y de los estudiantes con sus compañeros de grupo. ¿Quién convoca o inicia la interacción en cada grupo?, ¿Qué dificultades se van presentando?

Es un momento sociocultural muy diverso muy enriquecedor, la interacción del docente puede ser individual, con grupos pequeños o con el colectivo total.

- **Tercer momento.** Socialización de saberes, aprendizajes. Es importante tener en cuenta que los acuerdos consensuados y las conclusiones obtenidas grupalmente, frente a las preguntas planteadas en la situación problema, formulada inicialmente. Es importante tomar postura epistemológica frente a la construcción y aplicación del conocimiento.
- **Cuarto momento.** Uso de los resultados. Los resultados del proceso deben obedecer a uno o a varios propósitos, se deben aceptar los acuerdos del grupo, porque, es un conocimiento válido para esa, micro-sociedad de estudiantes, antropológicamente el salón de clases recrea un ambiente social, con diferentes personas, diferentes formas de: aprender y de concebir el entorno, de pensar, con personas que tienen diferentes inteligencias.

Referencias bibliográficas

- Gómez V., M. el alt. (1998). Copyright Ministerio de Educación. En: Trámite.http://www.mineduacion.gov.co/cvn/1665/articles-116042_archivo_pdf2.pdf
- Castaño García J. (2007). Colegio Champagnat de Bogotá, área de Matemática. Proyecto “Construye la Matemática”
- MEN. (1998). Lineamientos Curriculares de Matemáticas. Bogotá: Ministerio de Educación Nacional.
- Carlson, M., Jacobs, S., Coe, E., Larsen, S. & Hsu, E. (2003). Razonamiento covariacional aplicado a la modelación de eventos dinámicos: un marco conceptual y un estudio. *Revista EMA* 8 (2), p. 121-156.
- Vera, J., Rodríguez, A., y Ríos, A. (2012). *Juega y construye la matemática*. Quinto Grado. Bogotá: Ed. Kimpres.