¿Qué signo realmente tiene la "g"?: El Significado y la Enseñanza del Signo Negativo en la Física

Resumen

En este artículo se describen algunas concepciones erróneas que existen en la enseñanza de la física, especialmente en la cinemática. Esto está íntimamente relacionado con la enseñanza de las matemáticas ya que esta problemática es debida a la falta de entendimiento del signo apropiado en variables físicas.
El propósito principal de este escrito es aclarar este tipo de ideas, además de dar algunas sugerencias didácticas para la enseñanza de estos temas. En particular se recomienda poner más énfasis a representaciones gráficas y numéricas en el salón de clase.

Abstract. *We describe in this paper some misconceptions that exist in the teaching of physics, specially within kinematics. This is closely related to the teaching of mathematics since these conceptions are due to the lack of understanding of the proper sign in physical variables.*
The main purpose of this article is to clarify these ideas and to give some didactical suggestions for the teaching of these subjects. In particular it is recommended to give more emphasis to graphical and numerical representations within the classroom.

Introducción

En clases de física los alumnos preguntan frecuentemente ¿qué signo tiene la "g" (la aceleración de la gravedad)? De acuerdo a nuestra experiencia, en muchas ocasiones desafortunadamente la respuesta que se da es del tipo: "negativa hacia arriba y positiva hacia abajo". Ya es tiempo de que se aclaren estas concepciones erróneas que nacen en cierto sentido de una instrucción basada en fórmulas, haciendo a un lado la enseñanza de conceptos y principios físicos. Como se verá en este artículo la idea anterior de los dos signos, uno para arriba y otro para abajo, rompe artificialmente el movimiento en dos pedazos que no permite una resolución integrada del problema ni una representación gráfica adecuada.

La problemática anterior está relacionada con algunas ideas intuitivas sobre aceleración. ¿Es cierto que cuando un tren frena está desacelerando? La respuesta

Dr. Simón Mochón

Departamento de Matemática Educativa
Centro de Investigación y Estudios Avanzados del I.P.N., México, D. F.

posiblemente sorprenderá a la mayoría de los lectores. Estas nociones están también conectadas con una falta de entendimiento sobre velocidades negativas (y tiempos negativos).

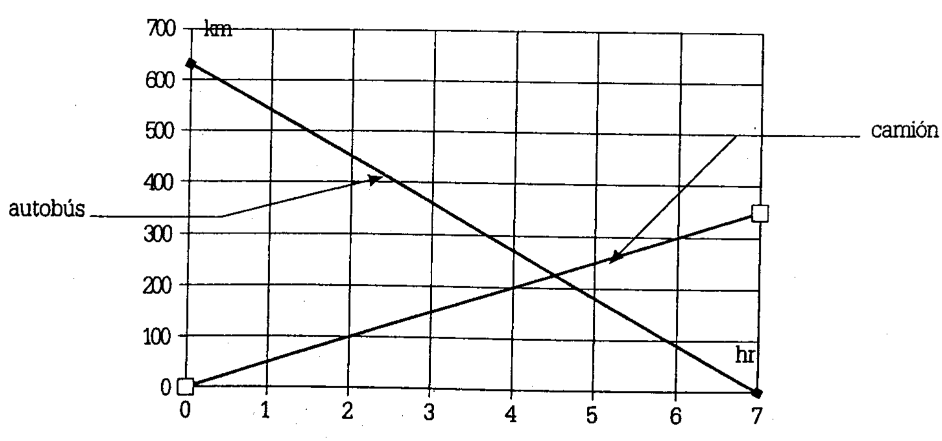
En las siguientes secciones trataremos de aclarar estas ideas, además de dar algunas sugerencias didácticas para la enseñanza de estos temas. En particular, se verá la necesidad de poner más atención a las representaciones gráficas y numéricas (reduciendo el énfasis en procedimientos puramente algebraicos) y de mantener siempre presente la conexión con la situación real, es decir, la interpretación de estas representaciones.

Velocidades y tiempos negativos.

Un problema típico de movimiento en el salón de clase es el siguiente: "Un camión de carga sale de una ciudad A, a una velocidad de 50 km/hr en dirección de una ciudad B. Simultáneamente, un autobús sale de la ciudad B en dirección contraria, a una velocidad de 90 km/hr. Si las ciudades están a una distancia de 630 km, ¿cuándo y en qué punto se encontrarán?

A nivel Secundaria, posiblemente los procedimientos para resolver problemas como éste, deben ser de preferencia aritméticos, poniendo énfasis en el entendimiento del problema y permitiendo estrategias propias de los alumnos. Un ejemplo de solución sería: "los dos vehículos recorrerán un total de 140 kilómetros en cada hora, así que les llevará un tiempo de 630/140 = 4.5 horas. En este tiempo el autobús recorrió 90 x 4.5 = 405 kilómetros y el camión 50 x 4.5 = 225 kilómetros."

A nivel Preparatoria sin embargo, ya deben aparecer más tipos de representaciones del problema, enfatizando la habilidad de interpretación de éstas dentro del contexto real. Por ejemplo, la representación gráfica de este problema estaría dada por la figura siguiente. Un estudiante debería poder reconocer que una recta en la gráfica de posición contra el tiempo representa un movimiento con velocidad constante cuyo valor está dado por la pendiente de la recta.



Se puede observar en la gráfica que el camión y el autobús se encuentran a las 4.5 horas y en el kilómetro 225 desde la ciudad A. Existe además, dentro de estas gráficas, una información muy variada que convendría rescatar en clase. Por ejemplo: ¿cuánto tardará el autobús en llegar a la ciudad A?, ¿dónde se encuentra el camión de carga en este momento?, ¿cuánto tiempo le llevará al camión llegar a la ciudad B? Pero para que los estudiantes puedan construir esta gráfica, es esencial que conozcan el significado de velocidades negativas (y tengan una buena base en la graficación de rectas).

Las velocidades negativas aparecen cuando se ha definido un sistema de coordenadas que indique la dirección positiva. En el ejemplo anterior, el sistema de coordenadas elegido para la gráfica está definido implícitamente por el kilometraje de la ciudad A a la B. Con éste, la velocidad del autobús es negativa e igual a -90 km/hr. El significado de este valor es que el autobús está *decreciendo* su posición a razón de 90 kilómetros por hora, es decir, va del kilómetro 630 al 540, al 450, . . .

Otro tipo de representaciones son también importantes. Por ejemplo, las ecuaciones de la posición de cada uno de los vehículos están dadas por:

$$p_{camión} = 50\,t \qquad \text{y} \qquad p_{autobús} = 630 - 90\,t$$

Éstas están en la forma de una recta $y = mx + b$. Se puede observar que el valor de la velocidad del vehículo aparece en cada una de las ecuaciones de arriba como el coeficiente de la t, que corresponde a la pendiente en la ecuación general de una recta. Así, la velocidad tiene el significado geométrico de ser la pendiente de la recta en la gráfica de posición contra el tiempo (para velocidad constante). El lograr que el estudiante se dé cuenta de esta equivalencia no es trivial, pero es un hecho tan importante y útil que debe ser tratado en clase trazando e interpretando este tipo de gráficas dentro de situaciones reales. Se observa en la figura anterior que la recta correspondiente al camión tiene una pendiente de 50 km/hr y que la del autobús decrece con una pendiente de -90 km/hr.

El concepto de velocidad negativa sugiere que se utilice con cuidado la bien conocida fórmula $d = v\,t$. Ésta no da la posibilidad de tener velocidades negativas, ya que la distancia d y el tiempo t se consideran siempre como positivos. Una fórmula más adecuada para estas situaciones sería la siguiente:

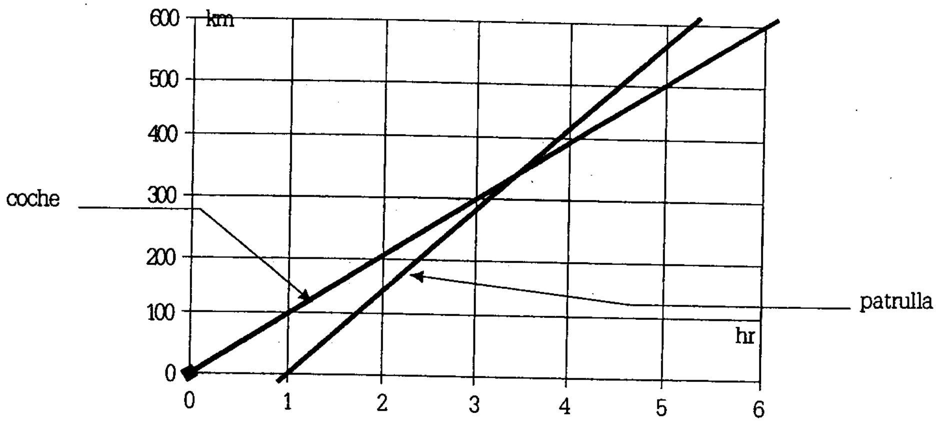
$$\Delta p = v\,\Delta t$$

"El cambio de posición es igual a la velocidad por el cambio del tiempo"

Esta fórmula es congruente con las ecuaciones que se dieron anteriormente del camión y el autobús tomando $\Delta p = p - p_C$ y $\Delta t = t - t_C$ para cualquier dato conocido (t_C, p_C).

La representación numérica, como por ejemplo una tabla de valores, resulta también muy útil para que el estudiante conecte las otras dos representaciones anteriores. Es importante que el estudiante pueda extraer de la gráfica o de la ecuación, valores específicos del movimiento, conectando estas tres representaciones.

Propongamos otro problema similar. "Un coche rojo pasa a 100 km/hr por donde se encuentra estacionada una patrulla en la carretera. Después de una hora, la patrulla recibe un aviso de que ese coche fue robado y va a su alcance a 140 km/hr. ¿Cuánto tiempo tardará en alcanzarlo?" La representación gráfica resulta muy útil para entender la situación presentada y resolver el problema. Debemos trazar una recta que pasa por el origen y con pendiente de 100 km/hr, representando el coche rojo y otra recta que salga del eje t en t = 1 y con una pendiente de 140 km/hr, correspondiente a la patrulla. Éstas se muestran en la figura siguiente:



Se observa claramente en ella que la patrulla alcanzará el coche a 350 km de distancia de donde estaba parada, después de 2.5 horas de que arrancó. Otra respuesta equivalente sería decir que la patrulla alcanzará el coche 3.5 horas después de que éste la rebasa. Aquí se puede notar la importancia de dar al tiempo un significado relativo y no absoluto, es decir, se debe especificar desde cuándo se está contando el tiempo.

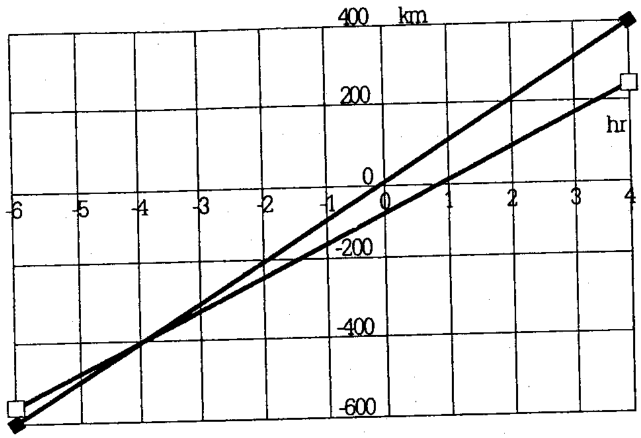
Las ecuaciones que representan el movimiento de estos dos vehículos, con las cuales se puede corroborar la solución gráfica, son las siguientes:

$$p_{coche} = 100\,t \qquad \text{y} \qquad p_{patrulla} = 140\,(t-1)$$

Si se cambian las condiciones del problema por otras, es fácil obtener una respuesta casi inmediata con el método gráfico. Por ejemplo, para la nueva situación: "¿cuánto tardaría en alcanzar el coche rojo si el aviso a la patrulla llegara dos horas después?", la gráfica de la patrulla sería ahora la recta paralela a la anterior, pero que corta el eje t en dos. Si la pregunta fuera: "¿cuál sería este tiempo de alcance si la velocidad de la patrulla fuera de 120 km/hr, 100 km/hr u 80 km/hr?", tendríamos que ir decreciendo la pendiente la recta que la representa de acuerdo con estos valores.

En el último caso de la velocidad de la patrulla de 80 km/hr, es obvio que nunca alcanzará el coche. Sin embargo, la solución algebraica de: $p_{coche} = 100\,t$ y $p_{patrulla} = 80\,(t - 1)$ existe y es: $t = -4$ horas. Conviene no descartar automáticamente soluciones negativas en el tiempo como "imposibles", ya que hay situaciones en las que pueden tener sentido. Por ejemplo, para el siguiente problema muy similar al anterior:

"Un coche rojo pasa a 100 km/hr por un restaurante en una carretera. Después de una hora, una patrulla pasa por el mismo lugar a 80 km/hr, ¿dónde y cuándo se encuentran?" La solución $t = -4$ hr, representa que cuatro horas antes de que el coche rojo cruzara por el restaurante, pasó a la patrulla 400 kilómetros atrás. La figura siguiente ilustra esta situación. Hay que hacer la aclaración de que los valores del tiempo dependen de cuál es el instante que se toma como $t = 0$.



Aceleraciones negativas.

Intuitivamente pensamos el frenado de un objeto en movimiento como una aceleración negativa. ¿Es esto correcto? Analicemos una situación concreta: "Un tren que viaja a 180 km/hr (50 m/s), frena 100 metros antes de llegar a su estación hasta detenerse. ¿Cuál fue su aceleración, si se supone uniforme?, ¿qué tiempo tardó en detenerse?" Veamos primero qué respuesta obtenemos aplicando la fórmula correspondiente. Los libros de física dan una lista de ecuaciones para el movimiento uniformemente acelerado*, entre las cuales se encuentra:

$$v_f^2 = v_o^2 + 2ad$$

Para el problema anterior, $v_o = 50$ m/s, $v_f = 0$ m/s y $d = 100$ m. Sustituyendo estos valores en la ecuación, obtenemos una aceleración de: $a = -12.5$ m/s^2. La fórmula coincide también con la intuición al dar un valor negativo para la aceleración.

Examinemos otra vez esta situación, pero desde el punto de vista de una persona que mide distancias desde la estación del tren. Cuando empieza el tren a frenar está a una distancia de 100 metros (posición = 100) y cuando llega a la estación su distancia es de cero (posición = 0). De acuerdo con este punto de referencia, su posición estuvo decreciendo con el tiempo y por lo tanto su velocidad es negativa. Para esta persona, la velocidad inicial del tren debe ser de –50 m/s y la final de 0 m/s. Pero ahora, su velocidad pasó de un valor negativo a cero y por lo tanto, ésta se incrementó (el cero

* En realidad, existen algunas variaciones en estas ecuaciones. Aquí usaremos una de ellas.

es mayor que –50). Cuando la velocidad aumenta como en este caso, la aceleración debe ser positiva !!!

¿Quién tiene razón, la intuición y la fórmula o la persona en la estación? La respuesta es que ambas formas de razonamiento son correctas. La diferencia entre ellas es simplemente el sistema de coordenadas empleado. En el primero, al escribir $v_o = 50$ m/s, estamos definiendo el sentido positiva en la dirección del movimiento del tren. En el segundo análisis, al tomar a la estación como el origen, las coordenadas adquieren una dirección contraria al movimiento del tren.

Esto nos dice que en realidad no hay intrínsecamente velocidades y aceleraciones positivas o negativas, sino que dependen de la dirección de nuestro sistema de referencia, es decir, el eje de coordenadas que se emplee.

Desde luego que siempre que sea posible, debemos escoger un eje que esté en la dirección del movimiento (algo que hacemos intuitivamente), porque así las velocidades serán positivas. Sin embargo, en muchas situaciones esto no sería conveniente, como en el caso de dos objetos que se muevan en direcciones contrarias o el caso de caída libre, en el cual el objeto puede moverse en direcciones diferentes en tiempos diferentes. Esta última situación se analizará con detalle en la siguiente sección.

Caída libre.

Empecemos proponiendo un problema de caída libre: "Desde lo alto de un edificio de 30 metros se lanza una piedra. ¿Cuál debe ser su velocidad inicial para que tarde 10 segundos en llegar al suelo?" Inspeccionando las fórmulas de caída libre, podemos concluir que la más apropiada para resolver este problema es la siguiente:

$$d = v_o t + \frac{1}{2} a t^2$$

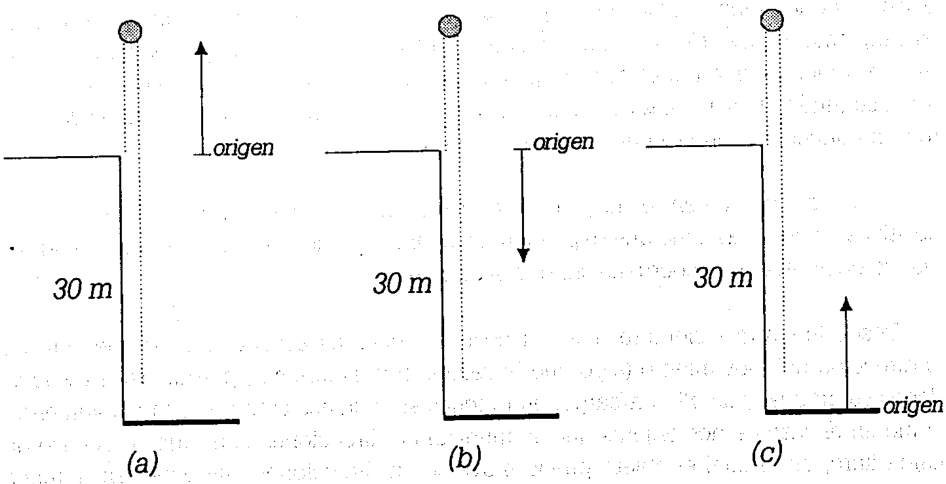
Tenemos d, a y t y queremos calcular v_o. Realmente parece un problema sencillo para un estudiante ("sustituir en la fórmula"), a menos que queramos que lo resuelva correctamente y que entienda lo que está haciendo.

Las primeras preguntas que habría que contestar para resolver este problema serían: ¿es el valor correcto para la variable d igual a 30 metros o -30 metros?, ¿se debe tomar la aceleración como $a = -g^{**} = -10$ m/s^2 o como $a = g = 10$ m/s^2?, ¿debo obtener un valor positivo o negativo para v_o? Puede parecer sorprendente, pero todas estas posibilidades son correctas como veremos a continuación.

La única manera de contestar sin ambigüedad las preguntas anteriores es escogiendo un eje de coordenadas (con su origen, dirección y escala). Como vimos en las secciones anteriores, esto nos permite asignar valores y signos a las variables.

** Tomaremos para la aceleración de la gravedad g el valor de 10 m/s^2, en vez de un valor más exacto. Sugerimos se haga esto también en clase para no perderse en cálculos numéricos y así dar prioridad a la resolución y entendimiento del problema.

En la figura siguiente damos tres maneras de escoger el eje de coordenadas para el problema anterior (existe una infinidad de posibilidades pero éstas tres son las más idóneas).



Examinemos las consecuencias de cada una de estas elecciones del eje, al cual le asociaremos la coordenada z. Para el caso (a), el origen está colocado donde se lanza la piedra, el eje apuntando hacia arriba. Esto implica que el valor de la aceleración de la gravedad debe tomarse como negativo ya que actúa en la dirección contraria al eje. Además, en $t = 0$, $z = 0$ y queremos que en $t = 10$, $z = -30$. La ecuación de movimiento sería:

$$z = v_o t + \frac{1}{2}(-10)t^2$$

En base a lo anterior, la solución del problema estaría dada por la ecuación:

$-30 = v_o(10) + \frac{1}{2}(-10)(10)^2$ lo cual da un valor de $v_o = 47$ m/s. La piedra debe aventarse hacia arriba (dirección positiva) con esta velocidad.

Para el caso (b) en la figura anterior, el eje apunta ahora hacia abajo. La aceleración de la gravedad debe tomarse ahora como positiva (actúa en la dirección del eje). Otra vez, en $t = 0$, $z = 0$ pero la condición se expresa como: $t = 10$, $z = 30$. La ecuación de movimiento sería entonces:

$$z = v_o t + \frac{1}{2}(10)t^2$$

En este caso, la solución del problema estaría dada por: $30 = v_o(10) + \frac{1}{2}(10)(10)^2$ lo cual da ahora un valor de $v_o = -47$ m/s. Esta velocidad negativa representa que la piedra debe aventarse hacia arriba (dirección negativa).

El caso (c) es igual que el primero en dirección, pero el suelo se ha escogido como el origen. Por lo tanto, la aceleración de la gravedad debe ser positiva, además en $t = 0$, $z = 30$ y se requiere que para $t = 10$, $z = 0$. La ecuación de movimiento sería ahora:

$$z = 30 + v_0 t + \frac{1}{2}(-10)t^2$$

En este caso, la solución del problema estaría dada por: $0 = 30 + v_0 (10) + \frac{1}{2}(-10)(10)^2$ que es la misma ecuación que para el primer caso.

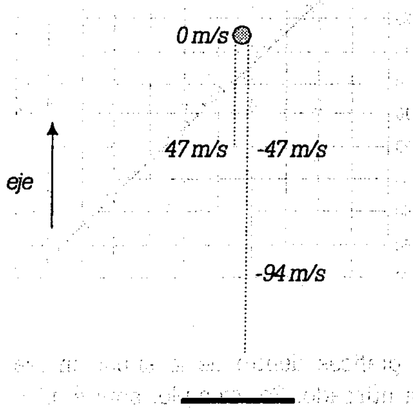
Como se puede notar, la ecuación generalmente usada de distancia: $d = v_0 t + \frac{1}{2} at^2$ no es lo suficientemente general para describir correctamente el movimiento. Una forma más apropiada sería:

$$p = p_0 + v_0 t + \frac{1}{2} at^2$$

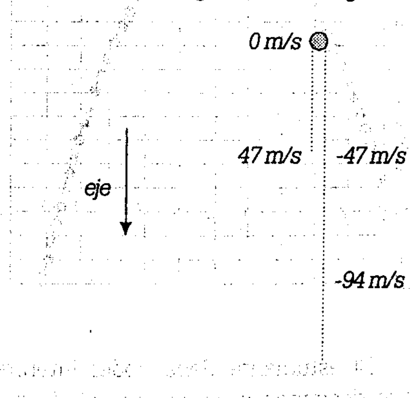
donde p representa la posición del objeto en el tiempo t y p_0 su posición inicial. Esta tiene dos diferencias fundamentales. Utiliza a la posición como variable en vez de la distancia y contiene además su valor inicial (la variable distancia no permite valores negativos, lo cual la hace que sea difícil de representar con una sola ecuación).

Pero la pregunta que todavía quedaría por aclarar sería: ¿tiene sentido usar un solo signo de la constante *g* en toda la trayectoria del objeto, cuando intuitivamente se ve que "desacelera" subiendo y "acelera" bajando? La fuerza gravitacional existe y tiene una dirección fija independientemente de que el objeto esté o no ahí, así que no tendría sentido que cambiara su signo al capricho del movimiento del objeto. Lo que en realidad está sucediendo es que la idea intuitiva "desacelera subiendo, acelera bajando" es errónea.

Reconstruyamos mentalmente el movimiento de la piedra para las dos direcciones posibles del eje. Cuando el eje apunta hacia arriba (diagrama izquierdo de la figura siguiente), la piedra sale hacia arriba con una velocidad de 47 m/s. En el punto máximo de su trayectoria, su velocidad llega a cero. Esto nos indica que la velocidad decrece en esta porción de su movimiento y por lo tanto la aceleración debe ser negativa. Al descender la piedra, su velocidad se vuelve negativa porque va en contra de la dirección del eje. La velocidad en esta segunda porción sigue decreciendo (0 m/s . . . –47 m/s . . . –94 m/s . . .) y por lo cual su aceleración sigue siendo negativa.



Aceleración negativa en todo el trayecto



Aceleración positiva en todo el trayecto

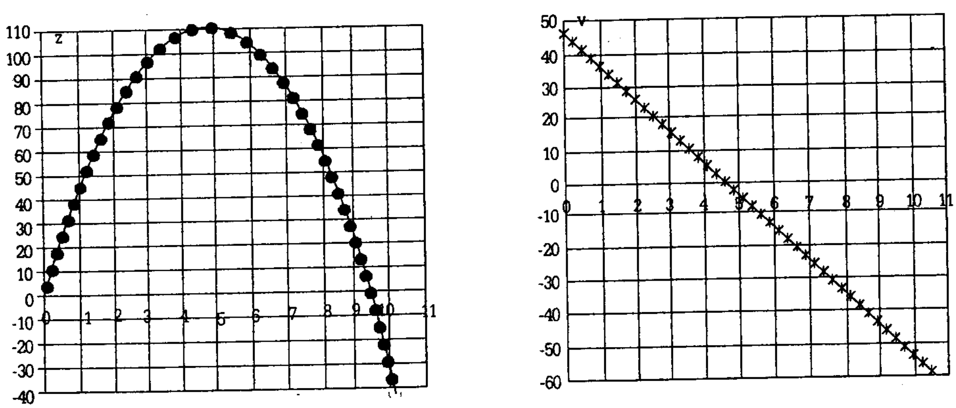
Como podemos ver, con el eje hacia arriba, la piedra al caer desacelera y no acelera como la intuición nos dicta. El problema es que nuestra intuición cuando la piedra cae, pone automáticamente un eje apuntando en la dirección del movimiento, hacia abajo. Este valor negativo de la aceleración en todo el trayecto es congruente con el valor negativo que se usó para el primer y tercer casos ((a) y (c)).

Cuando el eje apunta hacia abajo (diagrama derecho de la figura), la piedra sale hacia arriba con una velocidad de -47 m/s. En el punto máximo de su trayectoria, su velocidad llega a cero. La velocidad crece en esta porción y por lo tanto la aceleración debe ser positiva. Al descender la piedra, su velocidad se vuelve positiva porque va en la dirección del eje. La velocidad en esta segunda parte continua incrementándose y por lo cual su aceleración sigue siendo positiva.

Con el eje apuntando hacia abajo, la piedra al subir acelera contrario a la intuición (nuestra intuición tiende a poner implícitamente un eje en la dirección del movimiento, es decir, a observar el movimiento desde ésta perspectiva). Este valor positivo de la aceleración en todo el trayecto es congruente con el valor que se usó para el segundo caso (b).

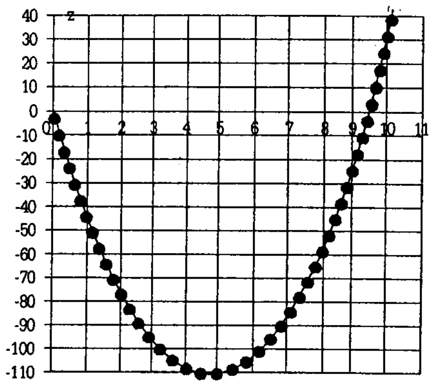
La conclusión más importante entonces es que el signo de la aceleración depende solamente del eje de referencia usado y no de la dirección del movimiento. Desde luego que podemos utilizar siempre un eje en la dirección del movimiento, pero esto en problemas en los que el objeto se mueve en ambas direcciones, rompería artificialmente su movimiento en dos secciones. A nivel secundaria posiblemente sea recomendable estudiar sólo situaciones que impliquen una sola dirección de movimiento, pero a nivel preparatoria y superior, se deben estudiar situaciones completas sin romperlas en dos partes ficticias.

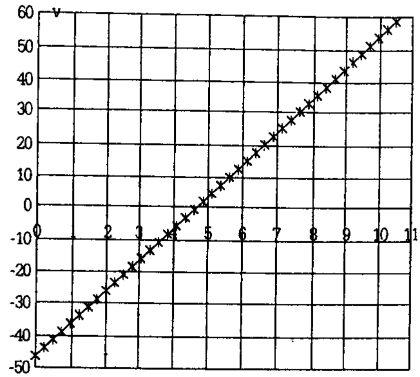
Es ilustrativo examinar las gráficas que corresponden a los tres ejes escogidos antes para resolver el problema. Para el primer caso (el eje hacia arriba con su origen en donde se lanza la piedra), la figura siguiente muestra las gráficas de posición (z) y velocidad (v) en función del tiempo (t).



El estudiante debe poder interpretar estas gráficas dentro de la situación real que describen y de acuerdo al eje de referencia utilizado. Por ejemplo, aquí el nivel cero en z representa el techo del edificio y el valor $z = -30$, el suelo. La altura máxima se alcanza aproximadamente 110 metros por arriba del techo del edificio (140 metros arriba del suelo). Se puede estimar de la gráfica que el tiempo en el que sucede esto es aproximadamente 4_ segundos después de que la piedra se lanza al aire. La gráfica de velocidad muestra que ésta decrece siempre y se hace negativa a partir de este tiempo, indicando que la piedra está cayendo. *La aceleración es siempre igual a -10 m/s²*.

Para el segundo caso (el eje hacia abajo con su origen en donde se lanza la piedra), la figura siguiente muestra las gráficas de posición y velocidad.





Nótese que el fenómeno físico es exactamente el mismo, lo único que hemos cambiado es su descripción matemática por medio de un eje de referencia diferente pero también válido. La velocidad ahora es creciente indicando una aceleración constante positiva. La posición debe interpretarse desde un punto de vista de alguien en el techo del edificio, mirando hacia abajo.

Sugerimos al lector que obtenga las gráficas del tercer caso y las interprete de acuerdo con el eje seleccionado. Conviene mencionar aquí que se debe tener cuidado con una confusión muy común de los estudiantes de pensar a la gráfica como la trayectoria misma del objeto.

Propongamos un último problema para mostrar cómo las tres representaciones descritas (la gráfica, la numérica y la simbólica) pueden entrar en juego y ser útiles para su solución. "Un globo aerostático se eleva verticalmente desde el suelo a una velocidad de 20 m/s. Después de 30 segundos, se deja caer un costal de arena. ¿Con qué velocidad y en cuánto tiempo llegará el costal al suelo?"

Como dijimos anteriormente lo primero que debemos elegir es el eje de referencia con el cual nos conviene describir el movimiento. Sin éste, no tenemos derecho ni siquiera de asignar los valores iniciales de la posición y la velocidad y por lo tanto no tendría sentido empezar a usar fórmulas. El eje más natural para este problema es el que tiene su origen en el suelo y apunta hacia arriba. Con éste el valor de la aceleración de la gravedad debe tomarse como negativo.

La primera etapa del movimiento ocurre a velocidad constante (debemos aclarar aquí que el movimiento del costal en este problema si está compuesto de dos secciones naturales. Una a velocidad constante y la otra como caída libre). La ecuación de esta parte está dada por:

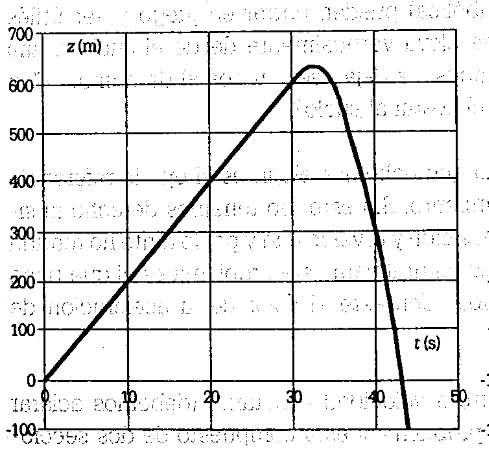
$z = 20\,t$ (z en metros y t en segundos)

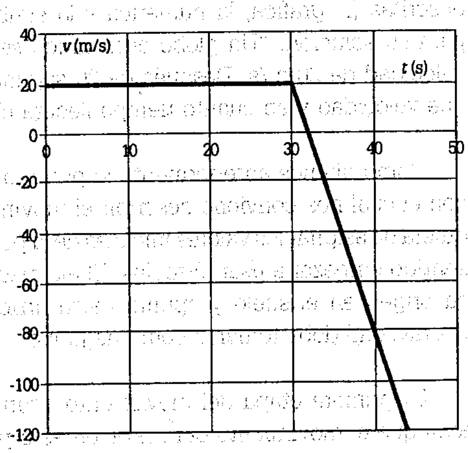
Después de 30 segundos, el globo se encontrará a 600 metros de altura sobre el suelo. En este punto comienza la segunda etapa del movimiento del costal. ¿Cuáles son las condiciones iniciales del costal de arena? Obviamente para $t = 30$ segundos, z debe tener un valor de 600 metros, pero además, su velocidad debe ser igual a la del globo, es decir de 20 m/s. Con esto, la ecuación del costal estará dada por:

$$z = 600 + 20(t - 30) + \frac{1}{2}(-10)(t - 30)^2$$

Nótese que ésta tiene una translación de 30 segundos (t –30) para poder usar los valores iniciales en $t = 30$. Esta ecuación está referida al tiempo t que empieza a correr desde que el globo comienza a subir. Otra posible ecuación para el movimiento sería: $z = 600 + 20t - 5t^2$. Sin embargo, esta variable t y la que aparece en la primera etapa serían diferentes. La t de la ecuación anterior empieza a contar desde que se suelta el costal de arena y por lo tanto tiene otro eje de referencia que la primera ecuación. Esto demuestra nuevamente que los tiempos son relativos y debe uno especificar desde qué evento se está tomando el origen.

Las gráficas de la posición y la velocidad en función del tiempo pueden generarse usando una calculadora o una hoja de cálculo electrónica. De la tabla de valores construida para esto, podemos obtener algunos datos aproximados como por ejemplo que a los 32 segundos llegará el costal a su máxima altura de 620 metros y que aproximadamente a los 43 segundos llegará al suelo. En contraste, las gráficas, siempre y cuando estemos entrenados para ello, nos ayudan a observar el desarrollo global del movimiento y por lo tanto es importante que se incluyan en la didáctica de la física. Las gráficas correspondientes a este problema se muestran en la figura siguiente. Se puede comprobar en ambas que la velocidad es continua a los 30 segundos, es decir, no sufre un salto en su valor.





Los procedimientos algebraicos se pueden dejar al último para obtener los valores exactos y verificar las estimaciones hechas. Aquí, se debe señalar el valor del cálculo estimativo frente a resultados "exactos". Por ejemplo, resolviendo la ecuación correspondiente para el tiempo de contacto con el suelo, obtenemos un valor "exacto" con calculadora de 43.135528 segundos. Debemos enseñar que este valor no es realmente exacto y que 6 decimales en una respuesta en segundos es una precisión demasiado exagerada. Valores como 43 o 43.1 segundos serían más que suficientes para la mayoría de las aplicaciones prácticas.

Conclusiones

Existen muchas concepciones erróneas en la física que sería importante investigar (ver por ejemplo, Driver, R., 1993). En particular, en este artículo discutimos una de ellas: el signo de la aceleración. La intuición nos lleva a pensar que cuando el objeto aumenta su rapidez, la aceleración debe ser positiva y cuando frena su aceleración debe ser negativa. Esta forma de asignar el signo a la aceleración, define implícitamente un eje en la dirección del movimiento y como ya vimos, causa dificultades en el entendimiento y en la resolución de problemas en los que hay movimiento en ambas direcciones.

Como observamos también, lo anterior esta íntimamente relacionado con la falta de un tratamiento sistemático en el salón de clase de velocidades negativas y su necesidad para el planteamiento correcto de algunos problemas. Los conceptos de posición y distancia, aún cuando muy diferentes, son tratados como sinónimos. Esto debe evitarse. Una pelota, que sube y baja desde el suelo, ha recorrido dos veces su altura máxima, pero su cambio en posición es cero.

Otro obstáculo para un mejor entendimiento de este tipo de situaciones, es el acercamiento basado en fórmulas que se le da a la física en el salón de clase. Este enfoque debe complementarse con representaciones gráficas y numéricas que ayuden al alumno a hacer más fácil la conexión con la situación real. Un enfoque algebraico tiende a descontextualizar el problema, hundiendo al estudiante en un mar de símbolos sin significado. También notamos que hay una falta de precisión en la escritura de muchas fórmulas, lo cual puede causar varias dificultades.

En el año escolar de 1994-95 realizamos un estudio sobre las prácticas matemáticas a nivel preparatoria y el efecto que puede tener en ellas una hoja de cálculo electrónica (Rojano, T. et al, 1995). Durante ese año, los estudiantes desarrollaron varios modelos matemáticos de fenómenos en la física, la química y la biología, apoyados por la hoja de cálculo. En lo que se refiere a prácticas matemáticas, esta investigación reveló que los estudiantes mexicanos son enseñados por medio del pizarrón de la clase, casi siempre de lo general a lo particular y con un énfasis en algoritmos. En las clases inglesas, por el contrario, hay mayor interacción entre profesores y estudiantes, empezando los temas primero con ejemplos prácticos para llegar poco a poco a lo general y poniendo el énfasis en la lectura de tablas y gráficas. Se observó que estas diferencias se manifestaban en su comportamiento al resolver problemas. Por ejemplo, mientras que los estudiantes ingleses se sentían a gusto con respuestas aproximadas y estimaciones, los estudiantes mexicanos estaban casi obsesionados por encontrar la respuesta exacta y se centraban en las fórmulas del fenómeno. Esto sugiere que la enseñanza en nuestro país debe dirigirse hacia enfoques más numéricos y gráficos, dándole el valor que se merecen a las estimaciones y las aproximaciones.

Uno de los objetivos de la física es el modelaje de situaciones reales por medio de herramientas matemáticas. Sin embargo, no sólo debemos tener a nuestra disposición a las fórmulas como representaciones posibles. Podemos y debemos utilizar otras formas de representación, que hoy en día con el soporte de las computadoras pueden resultar ser más apropiadas.

En resumen, proponemos modificar la enseñanza de la física siguiendo las siguientes tres sugerencias como guías:

- El desarrollo conceptual del alumno debe ser un objetivo primordial.
- Se debe dar énfasis a otras representaciones como la gráfica y la numérica.
- En lo posible, se deben mantener presentes las conexiones con la situación real.

Referencias.

Driver, R., Guesne, E. y Tiberghien, A. (Eds.), "Children's Ideas in Science", Open University Press, Milton Keynes, Philadelphia, 1993.

Rojano, T., Sutherland, R., Jinich, E., Mochon, S. and Molyneux, S., (1996) Las Prácticas Matemáticas en las Materias Científicas de la Enseñanza Media: El Papel de la Modelación, Investigaciones en Matemática Educativa, XX Aniversario del Departamento de Matemática Educativa del CINVESTAV-IPN, 365 - 388.