
Una experiencia de medición de la representación que el alumno tiene de la matemática. Su incidencia sobre la estructura cognoscitiva previa.

Fecha de recepción: Enero, 1997

Cristina Inés Badano y Ma. Graciela Dodera

Departamento de Matemática, Física y Química - Ciclo Básico Común - Universidad de Buenos Aires
Ciudad Universitaria - Pabellón III Av. Cantilo y Güiraldes (1428) Capital Federal Argentina
cbadano@alge.cbc.uba.ar

Resumen: *Este trabajo intenta analizar si la representación que el alumno tiene de matemática propicia el desarrollo de una adecuada estructura cognoscitiva.*

Se estudió cómo incide la representación en la conservación de conceptos matemáticos básicos y capacidades operativas de alumnos ingresantes a la Universidad de Buenos Aires.

Se detectó que la representación que el alumno tiene de matemática influye en la conservación de conceptos y capacidades operativas y, por ende, en el desarrollo de una adecuada estructura cognoscitiva

Abstract: *This work tries to analyze if the student's representation of Mathematics helps to develop an adequate cognitive structure.*

The analysis covers the effect of representation in the preservation of basic mathematical concepts and operational capacities of students entering the University of Buenos Aires.

It was detected that the representation that the student has of Mathematics has an influence in the preservation of concepts and operational capacities and, therefore, in the development of an adequate cognitive structure.

Introducción

Como profesoras de Matemática del primer año de la Universidad de Buenos Aires hemos escuchado frecuentemente en nuestros alumnos expresiones del tipo: *Matemática es una materia muy difícil; Matemática no sirve para nada; Matemática es una materia abstracta, totalmente alejada de la vida diaria; Matemática no es una materia importante para mi carrera.*

Nos hemos cuestionado si la opinión que ellos tienen de la materia incide en la conservación de conceptos matemáticos básicos y capacidades operativas: ¿los alumnos que tienen una buena opinión de Matemática podrán recordar conceptos y poner en práctica capacidades operativas con mayor facilidad que los que tienen una opinión

desfavorable?. En otras palabras nos preguntamos si la representación que el alumno tiene de Matemática influye en su estructura cognoscitiva previa.

La psicología toma de la filosofía el término "representación" para designar aquello que forma el contenido concreto de un acto de pensamiento, y en especial la reproducción de una percepción o sensación anterior. La representación aparece ligada por un lado a la percepción y por el otro a la memoria. Se distingue de la sensación porque no requiere de un estímulo para presentarse a la conciencia. Las representaciones actúan durante el proceso de percepción y puede decirse que influyen en él. Esta relación entre percepción y representación tiene según Moscovici (1992) una importancia básica para la concienciación y la orientación en el mundo.

Freud (1915) define a las representaciones como investiduras de huellas mnémicas. La investidura alude a la catexia, la energía psíquica proveniente de la pulsión. Esto significa que en toda representación actúa siempre el deseo inconsciente. Freud analiza el concepto de representación a nivel individual, no a nivel social ni grupal. Distingue dos niveles de representaciones: la representación-cosa y la representación-palabra. Esta distinción marca la diferencia entre una representación consciente y una inconsciente. La representación-cosa otorga a la representación-palabra su significado. Las representaciones-cosa suministran la base para el entendimiento de las percepciones y experiencias ulteriores, las cuales a su vez sirven como materia prima para las representaciones-cosa, y también como ratificadoras o rectificadoras de las teorías explicativas inconscientes que ellas constituyen. La relación entre representaciones-cosa y representaciones-palabra es equivalente a la que se da entre contenido latente y manifiesto en el sueño o entre las representaciones inconciliables y el síntoma en la neurosis.

Según Jodelet (1985), Moscovici analiza el concepto de representación a nivel social y grupal. Asegura que las representaciones se construyen a partir de todas las informaciones que el sujeto tiene del objeto a ser representado. Estas informaciones provienen tanto de los sentidos, como de la experiencia previa con el objeto, como también de la experiencia con otros sujetos y grupos en función del objeto en cuestión. La representación lleva al individuo o grupo a actuar sobre la realidad de manera tal que ésta se ajuste a ella. Se torna así en un instrumento del sujeto o del grupo, ocupando un lugar de intermediaria entre éste y la realidad.

Kaës (1986), continuador de la línea teórica de Moscovici, incorpora a la conceptualización un enfoque psicoanalítico. Plantea que en la construcción de un objeto como objeto de representación intervienen organizadores psíquicos y organizadores socioculturales.

Considera a las representaciones sociales como codificación de las representaciones inconscientes, por lo tanto el estudio de las primeras permite el acceso a las segundas.

Descripción de la experiencia

En este trabajo centramos nuestra atención en el estudio de la influencia de la representación que el alumno tiene de la Matemática sobre el aprendizaje de la misma. Forma parte del proyecto de investigación que llevamos a cabo sobre articulación entre Escuela Media y Universidad, proyecto aprobado por la Secretaría de Ciencia y Técnica de la Universidad de Buenos Aires.¹

¹ Proyecto UBACYT - Programación científica 1995/97. Código CB014: *Apropiación de conceptos y capacidades operativas en Matemática. Articulación Escuela Media - C.B.C. Proyecto alternativo Matemática / C.B.C.* - Directores: Dodera María Graciela - Badano Cristina Inés.

Tomamos como hipótesis de trabajo que una adecuada representación de la Matemática favorece su aprendizaje pues propicia en el alumno el desarrollo de una adecuada estructura cognoscitiva.

Para testear esta hipótesis analizamos cómo incide la representación que el alumno tiene de la Matemática en la conservación de conceptos matemáticos básicos y capacidades operativas (estructura cognoscitiva previa).

Para ello elaboramos una encuesta que incluye:

- una *prueba diagnóstica* que permite conocer la estructura cognoscitiva previa del alumno
- un *cuestionario actitudinal* que permite armar la representación que el alumno tiene de la Matemática.

La encuesta se tomó a alumnos del primer año de la Universidad de Buenos Aires el primer día de clase del ciclo lectivo correspondiente al segundo cuatrimestre de 1995. Participaron en total 524 alumnos de alguna de las asignaturas del área de Matemática del Ciclo Básico Común (C.B.C.): Matemática, Análisis o Álgebra.

Cuestionario actitudinal:

En el cuestionario actitudinal se solicitó al alumno opinión acerca de la importancia, utilidad y dificultad que le asigna al aprendizaje de Matemática en la Escuela Media y en Ciclo Básico Común de la Universidad de Buenos Aires.

Se presentó un conjunto de proposiciones que el encuestado debía valorar positiva o negativamente, o en escalas de mayor o menor aceptación. Dichas proposiciones corresponden a lo que hipotéticamente constituiría la "base imaginaria" sobre la que se apoya el alumno para emitir sus juicios de valor.

Cada una de estas proposiciones fue considerada como una variable del cuestionario actitudinal. Las de tres alternativas de respuesta fueron codificadas en una escala ordinal del 0 al 3; las de cuatro alternativas, en una escala del 0 al 4. El código 0 corresponde a la pregunta no contestada.

Para medir la representación que el alumno tiene de Matemática se introdujo la variable REP.MAT. Se la definió como la suma de las variables referidas a la importancia, utilidad y dificultad que el alumno asigna a Matemática en la Escuela Media y en el C.B.C.. La variable REP.MAT toma valores entre 0 y 13.

Prueba diagnóstica:

La prueba constó de cuatro ejercicios que permitieron evaluar la conservación de algunos conceptos matemáticos básicos y capacidades operativas de los alumnos que ingresan a la Universidad de Buenos Aires.

Ejercicio 1: El alumno debía detectar dos errores en un razonamiento dado, referidos a propiedades del producto y de la potenciación. Se asignó 3 puntos al ejercicio resuelto correctamente, 1 punto si sólo detectó un error y 0 punto en cualquier otro caso.

Ejercicio 2: Se solicitó ordenar y graficar sobre la recta números racionales positivos y negativos. Se asignó 2 puntos al ejercicio resuelto correctamente: 1 punto corresponde a la ordenación correcta y 1 punto al gráfico.

Ejercicio 3: Se pidió decidir, por verdadero o falso, si un elemento pertenece a la unión o intersección de dos conjuntos definidos por una relación de orden. Conató de dos incisos y se asigó 1 punto a cada uno de ellos.

Ejercicio 4: En la primer parte se solicitó resolver una ecuación lineal sencilla y en la segunda decidir si la solución obtenida es un valor entero y/o racional y/o real. Para evaluar la segunda parte se consideró válida la solución de la ecuación obtenida por el alumno, aunque no fuera la correcta. Se asignó 2 puntos a la primera parte y 1 punto a la segunda.

Para medir la estructura cognoscitiva del alumno se definió la variable NOTAPRUE como la suma de los puntajes obtenidos en los cuatro ejercicios. El recorrido de la variable NOTAPRUE es de 0 a 10.

Análisis de resultados

Para analizar los resultados se decidió agrupar la población de 524 alumnos encuestados en dos muestras diferentes:

MUESTRA MATEMÁTICA con 325 alumnos que cursan la asignatura Matemática en el C.B.C.

MUESTRA ANALISIS/ALGEBRA con 199 alumnos que cursan Análisis o Álgebra.

Los alumnos de Análisis y Algebra siguen carreras de las Facultades de Ingeniería o de Ciencias Exactas. Los que cursan la asignatura Matemática del C.B.C. son alumnos de las Facultades de Arquitectura y Urbanismo, Agronomía, Veterinaria, Farmacia y Bioquímica, Medicina ó Ciencias Económicas.

Según datos brindados por el Departamento de Cómputos del C.B.C., del total de alumnos inscriptos: el 53.66% tiene a la asignatura Matemática como obligatoria; el 9.34% tiene Análisis y Algebra como obligatorias y el 37.00% restante no tiene asignatura alguna del área de Matemática como obligatoria.

Respetando estos porcentajes, se conformó una nueva muestra (MUESTRA FINAL) formada por los 325 alumnos de Matemática encuestados y por 57 alumnos de Análisis o Algebra elegidos aleatoriamente entre los 199 encuestados.

Esta nueva muestra permite perfilar al alumno del C.B.C. que tiene alguna asignatura del área de Matemática como obligatoria.

Mediante la aplicación del software Statistics 4.1 se realizaron los siguientes análisis estadísticos:

- Análisis descriptivo de los datos relevados en el cuestionario actitudinal y en la prueba diagnóstica.
- Estudio de la posible asociación entre las variables que miden la representación matemática y el rendimiento en la prueba diagnóstica.
- Estudio de la existencia de diferencias significativas en las notas promedio de la prueba diagnóstica de acuerdo a la representación matemática.

Resultados del cuestionario actitudinal:

En la TABLA I se detallan los porcentajes obtenidos en las respuestas del cuestionario actitudinal acerca de la importancia, utilidad y dificultad que el alumno del C.B.C. asigna

al aprendizaje de Matemática en la Escuela Media y al de la asignatura del área de Matemática que cursa en el primer año de la Universidad.

OPINIONES SOBRE LA ASIGNATURA MATEMÁTICA TABLA DE DISTRIBUCION DE FRECUENCIAS	MUESTRA MATEMÁTICA %	MUESTRA AN/ALGEBRA %	MUESTRA FINAL %
Del área de Matemática del C.B.C.:			
<i>Muy importante / muy útil</i>	35.3	85.4	42.7
<i>Medianamente importante/ medianamente útil</i>	15.0	1.5	13.0
<i>Poco importante / poco útil</i>	33.5	12.6	30.4
<i>Nada importante / inútil</i>	16.2	0.5	13.9
De la Escuela Media:			
<i>Muy importante</i>	34.2	59.3	37.9
<i>Medianamente importante</i>	38.7	29.1	37.3
<i>Nada importante</i>	8.6	3.0	7.8
<i>Muy útil</i>	32.3	47.2	34.5
<i>Medianamente útil</i>	42.5	33.2	41.1
<i>Nada útil</i>	7.9	5.5	7.5
<i>Muy difícil</i>	15.4	3.0	13.6
<i>Medianamente difícil</i>	46.6	33.2	44.6
<i>Fácil</i>	22.6	51.8	26.9

TABLA I

- Es notable la diferencia en el porcentaje de alumnos que consideran la asignatura del C.B.C. muy importante/útil en relación a la carrera elegida: 85.4% de los que siguen Ingeniería o Ciencias Exactas versus 35.3% de las demás carreras consideradas. Los porcentajes se invierten en los restantes ítems.
- Podemos destacar que el 59.3% de los encuestados que siguen Ingeniería o Ciencias Exactas consideran Matemática como una materia muy importante de la Escuela Media, mientras que sólo el 34.2% de los alumnos de las demás carreras sostienen esa opinión. Respecto de la utilidad que le asignan, el porcentaje de alumnos que la consideran muy útil es 47.2% y 32.3% respectivamente. El 51.8% de los alumnos de Ingeniería o Ciencias Exactas catalogan a Matemática de la Escuela Media como una materia fácil. En cambio, el 46.6% de los alumnos de las restantes carreras consideradas opinaron que es medianamente difícil.

Resultados de la prueba diagnóstica:

En la TABLA II se consignan los porcentajes de alumnos de las distintas muestras que resolvieron total o parcialmente cada ejercicio en forma correcta.

PRUEBA DIAGNOSTICA C.B.C. TABLA DE DISTRIBUCION DE FRECUENCIAS	MUESTRA MATEMATICA %	MUESTRA AN/ALGEBRA %	MUESTRA FINAL %
Ejercicio 1:			
<i>Resolución correcta</i>	8.8	30.6	12.0
<i>Detecta un solo error</i>	39.8	46.5	40.8
<i>No contesta</i>	38.9	9.4	34.5
Ejercicio 2:			
<i>Resolución correcta</i>	38.0	68.1	42.5
<i>Ordena correctamente</i>	52.4	72.8	55.4
<i>Grafica correctamente</i>	52.2	78.4	56.1
<i>No contesta</i>	5.2	1.8	4.7
Ejercicio 3:			
<i>Resolución correcta</i>	27.6	55.4	31.7
<i>No contesta</i>	19.3	5.6	17.3
Ejercicio 4:			
<i>Resolución correcta</i>	2.7	25.4	6.1
<i>Resuelve correctamente la ecuación</i>	21.5	62.0	27.5
<i>Clasifica correctamente</i>	13.9	32.9	16.7
<i>No contesta</i>	18.4	4.1	16.3

TABLA II

Los resultados permiten perfilar a los alumnos del área de Matemática del C.B.C..

Los alumnos que eligieron carreras de las Facultades de Ingeniería o Ciencias Exactas evidencian tener una mejor estructura cognitiva previa que los alumnos de las otras Facultades:

- En todos los ejercicios lograron porcentajes de resolución correcta superiores.
- Los porcentajes correspondientes a los ejercicios no contestados son inferiores.

La mayor parte de los alumnos que comienzan el primer año de la Universidad evidencian una gran falla en la conservación de conceptos matemáticos básicos y capacidades operativas:

- El ejercicio con mayor porcentaje de respuestas correctas es la parte a) del ejercicio 2. Lo resolvió correctamente el 42.5% de la población del C.B.C. que cursa alguna asignatura del área de Matemática. Más de la mitad de los alumnos es incapaz de ordenar correctamente los siguientes números racionales: 2 ; 4/3 ; 1/5 ; -1/2 ; -2 ; -3/4 ; -1.8 .
- Con respecto al ejercicio 3, sólo el 31.7% de la población del C.B.C. que cursa alguna asignatura del área de Matemática emplea correctamente el concepto de unión e intersección de conjuntos.

- Sólo el 16.7% de los alumnos es capaz de reconocer que un número entero es también un número racional y un número real. Sólo el 32.9% de los inscriptos en Análisis ó Algebra adquirieron este concepto en la Escuela Media.
- El 93.9% del total de los alumnos es incapaz de resolver correctamente una ecuación lineal sencilla.
- El alto porcentaje de NO CONTESTA registrado en el ejercicio 1 pone de manifiesto la dificultad que tiene el alumno para interpretar enunciados.

Análisis de la asociación entre las variables que miden la representación que el alumno tiene de la Matemática y el rendimiento en la prueba diagnóstica:

Se estudiaron las variables REP.MAT y NOTAPRUE que miden respectivamente la representación matemática y el rendimiento en la prueba diagnóstica .

Se aplicó el test χ^2 para estudiar la posible asociación entre dichas variables. Se tomó como hipótesis nula que las variables REP.MAT y NOTAPRUE son independientes y como hipótesis alternativa que no lo son. Se trabajó con un intervalo de confianza del 95%.

En la TABLA III se consignan, para cada muestra: el promedio (PROM) y el desvío standard (SD) de las variables REP.MAT y NOTAPRUE, y el valor de probabilidad p arrojado por el test χ^2 .

ESTADISTICOS DESCRIPTIVOS DE LAS MUESTRAS	REPRESENTACION MATEMATICA		PRUEBA DIAGNOSTICA		TEST χ^2
	PROM	SD	PROM	SD	P
MUESTRA MATEMATICA	8.3477	2.7305	3.4015	2.2245	0.0001
MUESTRA ANALISIS/ALGEBRA	10.4920	2.1855	6.0905	2.4806	0.0003
MUESTRA FINAL	8.6656	2.7410	3.8001	4.4227	0.0000

TABLA III

Los alumnos de la MUESTRA ANALISIS/ALGEBRA obtuvieron puntajes superiores a los de la MUESTRA MATEMATICA tanto en el promedio de representación como en el promedio obtenido en la prueba diagnóstica. Los alumnos que cursan Análisis ó Algebra evidencian tener una representación matemática más favorable y una mejor estructura cognoscitiva previa.

Los valores de probabilidad p arrojados por el test χ^2 menores que 0.05 indican que existe asociación entre las variables que miden la representación matemática y la estructura cognitiva del alumno que llega al C.B.C..

Análisis de la incidencia de la representación que el alumno tiene de la Matemática en la estructura cognoscitiva previa:

Se estudió, para cada muestra, la curva de distribución de la variable REP.MAT que mide la representación que el alumno tiene de Matemática. Se hallaron los cuartiles 0.25 y 0.75 que permitieron agrupar los datos en tres intervalos: el inferior, medio y superior.

Los intervalos inferior y superior determinan la cola izquierda y la cola derecha de la distribución, comprendiendo cada una el 25% de los alumnos de la muestra.

La cola derecha e izquierda de la curva de distribución de la variable REP.MAT conforman dos grupos, que llamaremos, de *alta* y de *baja representación Matemática* de la muestra respectiva.

Para el caso de la MUESTRA FINAL el grupo de *alta representación* resultó estar conformado por alumnos que alcanzaron valores de la variable REP.MAT comprendidos entre 11 y 13. Los alumnos que se encuentran en el grupo de *baja representación* obtuvieron valores de REP.MAT entre 0 y 7.

En la Figura 1 se presenta un esquema de la distribución de frecuencias de la variable REP.MAT correspondiente a la MUESTRA FINAL indicándose: los grupos de *alta* y *baja representación*, la cantidad de alumnos que cursan Matemática o Análisis/Algebra en cada grupo y algunos estadísticos que describen la variable.

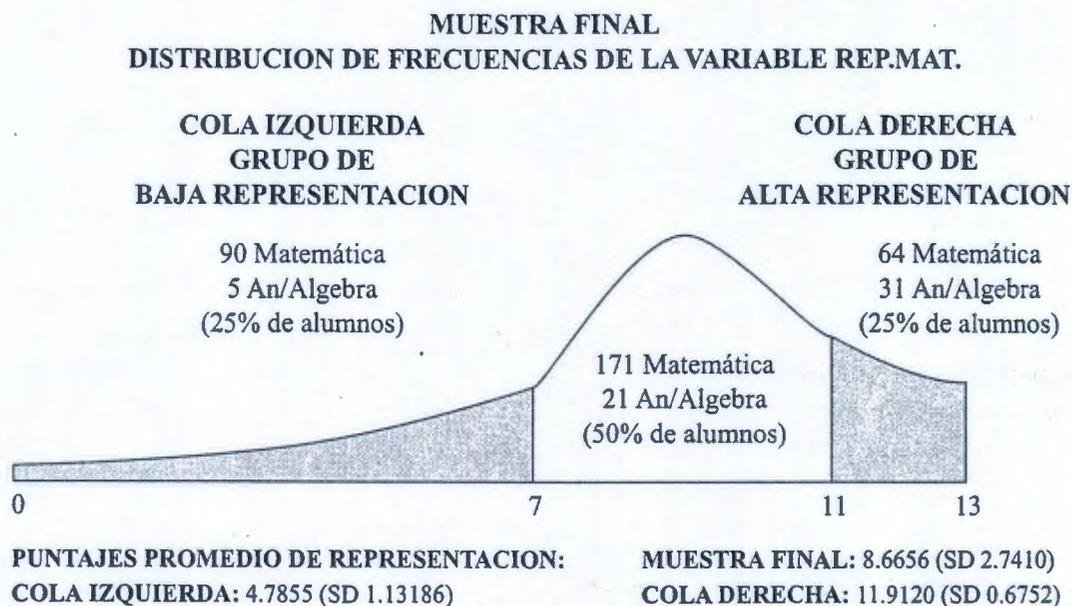


Figura 1

El grupo de *baja representación* está conformado por 90 alumnos de Matemática y 5 de Análisis/Algebra. Estas cantidades representan el 27.7% del total de alumnos de Matemática y el 8.8% de los alumnos de Análisis/Algebra que conforman la MUESTRA FINAL. En el grupo de *baja representación* la proporción de alumnos de Matemática es mayor que la de Análisis ó Algebra. Esta tendencia se invierte en la composición del grupo de *alta representación*, formado por 64 alumnos de Matemática y 31 de Análisis/Algebra, que representan el 19.7% y el 54.4% respectivamente.

En la MUESTRA FINAL el valor de representación promedio del grupo de *baja representación* resultó ser 4.8, y el del grupo de *alta representación*, de 11.9.

Se aplicó el test "t para dos muestras" a los grupos de *alta* y de *baja representación* con el fin de estudiar si existen diferencias significativas en las notas obtenidas en la prueba diagnóstica por los alumnos de ambos grupos.

Se tomó como hipótesis nula que los promedios obtenidos en la prueba diagnóstica por los alumnos de ambos grupos son iguales y como hipótesis alternativa que

el promedio obtenido por el grupo de *baja representación* es inferior al promedio del grupo de *alta representación*. Se trabajó con un intervalo de confianza del 95%.

Para la MUESTRA FINAL el valor p de probabilidad que arroja el test es 0.0000. Como este valor es menor que 0.05 se rechaza la hipótesis nula y se acepta la hipótesis alternativa. Por lo tanto se puede concluir que las estructuras cognoscitivas previas de los alumnos de los grupos de *alta* y de *baja representación* difieren significativamente.

Estudios similares se repitieron para la MUESTRA MATEMATICA y la MUESTRA ANALISIS/ALGEBRA que agrupan separadamente a los 325 alumnos encuestados que cursan la asignatura Matemática y a los 199 alumnos encuestados que cursan Análisis ó Algebra.

En la MUESTRA MATEMATICA el grupo de *alta representación* obtuvo puntajes entre 10 y 13 en la variable REP.MAT, con un promedio de representación de 11.7. En tanto que el de *baja representación* registró puntajes entre 0 y 6, con un promedio de 4.6.

El grupo de *alta representación* de la MUESTRA ANALISIS/ALGEBRA obtuvo puntajes 12 ó 13 y el de *baja representación*, entre 0 y 9, siendo los valores promedio de representación 12.5 y 7.2 respectivamente.

Se aplicó el test "t para dos muestras" para comparar los puntajes obtenidos en la prueba diagnóstica por los grupos de *alta* y *baja representación* de cada muestra.

En la TABL IV se presentan los resultados arrojados por el test para las muestras MATEMATICA, ANALISIS/ALGEBRA y la MUESTRA FINAL. Se consigian para los grupos de *alta* y *baja representación* las notas promedio (PROM) y los desvíos (SE) de la variable NOTAPRUE, y el valor de probabilidad (p) arrojado por el test.

NOTA PRUEBA DIAGNOSTICA DE ACUERDO A LA REPRESENTACION MATEMATICA	BAJA REPRESENTACION		ALTA REPRESENTACION		TEST t 2 muestras
	PROM	SE	PROM	SE	p
MUESTRA MATEMATICA	2.6890	0.2032	3.9329	0.2490	0.0001
MUESTRA ANALISIS/ALGEBRA	4.8200	0.4022	6.7600	0.2865	0.0001
MUESTRA FINAL	2.8172	0.2232	4.7931	0.2226	0.0000

TABLA IV

Los valores de probabilidad que arroja el test "t" resultaron, para las tres muestras, ser menores que 0,05. Estos valores de probabilidad permiten inferir que existen diferencias significativas en las notas obtenidas en la prueba diagnóstica de acuerdo a la representación que tienen de la Matemática. Esto indica que existen diferencias significativas en la estructura cognoscitiva previa de los grupos de *alta* y *baja representación* matemática.

Comparando las notas promedio de la prueba diagnóstica obtenidas por los grupos de *baja representación* se observa que los alumnos que cursan Análisis ó Algebra evidencian tener una mejor estructura cognoscitiva previa que los alumnos de Matemática, pues los promedios son 4.8 y 2.7 respectivamente.

Conclusiones

El estudio realizado permite concluir que:

- Los alumnos que llegan al Ciclo Básico Común evidencian una gran falla en la conservación de conceptos matemáticos básicos y capacidades operativas. Creemos que esta falencia es una de las causas fundamentales de la desarticulación que existe en nuestro país entre la Escuela Media y la Universidad.
- La representación que los alumnos tienen de la Matemática es un factor influyente en la conservación de conceptos y capacidades operativas. Hemos encontrado que existen diferencias significativas en las notas obtenidas en la prueba diagnóstica por los alumnos de los grupos de alta y de baja representación matemática. Creemos que una alta representación matemática se puede asociar a una mejor estructura cognoscitiva.

Bibliografía:

CANAVOS, G. (1984) *Probabilidades y Estadística*. Madrid: Editorial McGraw-Hill

JODELET, D. (1985) *La representación social: fenómenos, conceptos y teoría*. En Moscovici, S. *Psicología Social*. Tomo II. Barcelona: Editorial Paidós.

KAËS, R. (1986) *El aparato psíquico grupal*. México: Editorial Gedisa.

GARRETT, H. (1990) *Estadística en Psicología y Educación*. Buenos Aires: Ed. Paidós.

MOSCOVICI, S. (1992) *Psicología social*. Tomo II. Buenos Aires: Editorial Paidós.