Sistema numérico, otra manera de crearlo y contarlo

Σιστεμα νυμΓ, ριχο εν λα χυλτυρα Οϖιμεριανα

Diego Ricardo Rojas Cuéllar [1]
Ovímer Gutiérrez Jiménez [2]

Desde otro punto de vista, queremos recorrer el proceso para construir un sistema numérico para contar. Esperando que la comprensión de este proceso sirva de modelo para construir otros sistemas de numeración.

Érase una vez, una cultura que se hacía llamar *Chicherian*a, por aquello de la bebida más sagrada para ellos. Esta comunidad se estableció a orillas del rio Magdalena desde 30 A.C., aproximadamente. Los hombres de esta cultura en un principio realizaron correspondencia biunívoca de elementos y/u objetos para intercambiar, contar y así tener conocimiento o una idea de la cantidad que poseían de objetos o elementos. En esta cultura existían pequeños grupos de personas que registraban su conteo haciendo huecos pequeños en los tallos de los árboles, otros clasificando piedras pequeñas de igual número de elementos que poseían y otros hacían marcas en tablas de piedras representando todo aquello que contaban, por lo cual se evidencia la necesidad de tener un sistema numérico práctico, a la medida que las cantidades crecen o se hacen más grandes.

Los sabios de la cultura veían la necesidad de instituir símbolos y reglas para contar y representar los objetos, donde llegaron a acuerdos, en consecuencia, establecieron que para cada unidad de un conjunto le asociarían el símbolo ♪ haciendo una correspondencia biunívoca.

De esta manera 15 objetos o elementos de un conjunto se pueden representar por:

♪♪♪♪♪♪♪♪♪♪♪♪♪♪♪: 15

Y así sucesivamente con cualquier cantidad de elementos y/u objetos.

En este proceso, encontraron inconvenientes, puesto que para representar o contar muchos elementos, se les dificultó en realizar su respectiva lectura, además que les resultó muy dispendioso realizar la escritura del mismo.

Para resolver este inconveniente, decidieron incorporar un nuevo símbolo (♫), que representara a un grupo de símbolos tomados como unidad.

Por ejemplo, notemos por ♫ cada grupo de seis ♪.
De esta manera cada ♫ equivale a ♪♪♪♪♪♪

Es decir, ♫ = ♪♪♪♪♪♪, por lo tanto 6 símbolos de ♪ son un símbolo de ♫,

Entonces, 36: ♫♫♫♫♫♫

[1] Licenciado en Matemáticas. Estudiante de Maestría en Educación, Facultad de Ciencias de la Educación, Universidad del Tolima, Colombia; e-mail: drrojasc@ut.edu.co
[2] Licenciado en Matemáticas. Magister en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales, Universidad Nacional de Colombia, Colombia; e-mail: ogutierrezji@ut.edu.co

♪♪♪♪♪♪ ♪♪♪♪♪♪ ♪♪♪♪♪♪ ♪♪♪♪♪♪ ♪♪♪♪♪♪ ♪♪♪♪♪♪

♫ ♫ ♫ ♫ ♫ ♫

Asumieron que van a encontrar con el mismo inconveniente de la lectura decidieron incorporar dos nuevos símbolos (♣ y ♥) que representaría:

El símbolo ♣ representaría cinco ♫, lo que equivaldría a ♣ = ♫♫♫♫♫ = ♪♪♪♪♪♪ ♪♪♪♪♪♪ ♪♪♪♪♪♪ ♪♪♪♪♪♪ ♪♪♪♪♪♪ lo que sería para nuestro sistema a 30, así 36: ♣♫

Y el símbolo ♥ representaría cuatro ♣, lo que equivaldría a ♥ = ♣♣♣♣ = ♫♫♫♫♫♫♫♫♫♫♫♫♫♫♫♫♫♫♫♫, lo que sería para nuestro sistema a 120 unidades, así 144 : ♥♫♫♫♫

Entonces se podría escribir:

56♣♫♫♫♫♪♪ = ♣♫♫♪♪♪♪♪♪♪♪♪♪♪♪♪♪ = ♫♫♫♫♫♫♫♫♫♪♪ = ♪♫♫♫♫♫♫♫♫♫♪, etc.

Sin embargo, se dieron cuenta que existía cualquier cantidad de maneras posibles de representar o escribir un número.

De allí, plantearon dar reglas que se deben tener en cuenta para que un número tenga una y solo una, única forma de representarlo.

En consecuencia, determinaron adoptar las siguientes reglas:

♪. Escribir y leer los números de izquierda a derecha.
♪♪.Escribir primero los ♥, luego los ♣ , luego los ♫, luego los ♪
♪♪♪.Escribir la representación con la mínima cantidad de símbolos posibles simplificando al máximo la cantidad de símbolos.
♪♪♪♪. El símbolo ♥ se puede repetir cuantas veces sea necesario.

De esta manera,
56♣♫♫♫♫♪♪, el cual es su única representación.

Para lo cual se deduce que el sistema numérico de la cultura *Chicheriana*, es un sistema de numeración No posicional y aditivo. Consta de cuatro símbolos fundamentales ♪, ♫ , ♣ , ♥.

Operaciones básicas

♪. **Operación Suma (+) :** para esta operación los sabios *Chicherianos* resaltaron que como el sistema es aditivo, es suficiente con colocar la representación de un número seguido de la del otro y simplificar aplicando las reglas.

Consideremos los números ♣♣♣♫♫♪♪♪ y ♥♥♣♣♫♫♫♪♪♪♪♪ y realicemos la suma entre ellos, entonces:

♣♣♣♫♫♪♪♪ + ♥♥♣♣♫♫♫♪♪♪♪♪ = ♣♣♣♫♫♪♪♪♥♥♣♣♫♫♫♪♪♪♪♪
= ♥♥♣♣♣♣♣♫♫♫♫♫♪♪♪♪♪♪♪♪
= ♥♥♥♣♣♫♪♪

♪♪. **Operación Resta (-) :** los *Chicherianos* para restar dos números, X - Y , siendo X mayor que Y, ellos definieron descomponer el primer número X en tantos números como fuese necesario, para que en la representación de X se encuentren símbolos o números iguales de Y, y de esta manera ir eliminando número por número que fuese igual hasta eliminar en su totalidad los símbolos o números que componen el número Y, los símbolos o números que quedan es la diferencia o resta de estos dos números (X – Y).

Ejemplo: Consideremos los números ♥♥♣♣♫♫♫♪♪♪♪ y ♣♣♣♫♫♪♪♪, realicemos la resta entre ellos, siendo ♥♥♣♣♫♫♫♪♪♪♪=X y ♣♣♣♫♫♪♪♪=Y entonces la resta queda definida por X – Y donde X es el primer número:

♥♥♣♣♫♫♫♪♪♪♪ - ♣♣♣♫♫♪♪♪ =
= ♥♣♣♣♣♣♣♫♫♫♪♪♪♪- ♣♣♣♫♫♪♪♪
= ♥♣♣♪♪

Entonces, ♥♥♣♣♫♫♫♪♪♪♪ - ♣♣♣♫♫♪♪♪ = ♥♣♣♪♪

♪♪♪. **Operación Multiplicación (por y posteriormente se utilizó el símbolo *):** los *Chicherianos*, retomaron el concepto de multiplicación (multiplicación como una suma abreviada), entonces para multiplicar un número X por un número Y es equivalente a sumar X veces el número Y.

En un principio, realizaron el siguiente procedimiento para multiplicar dos números, como por ejemplo:

Multiplicar ♫♪♪ por ♥♣♫♪♪, entonces aplicando el concepto de multiplicación, equivale a sumar ♫♪♪ veces el número ♥♣♫♪♪, de la siguiente forma, se coloca ♫♪♪ veces el número ♥♣♫♪♪ de tal manera que queden seguidos para proceder a simplificar la expresión aplicando las reglas de representación única de los números.

♥♣♫♪♪ ♥♣♫♪♪ ♥♣♫♪♪ ♥♣♫♪♪ ♥♣♫♪♪ ♥♣♫♪♪ ♥♣♫♪♪ ♥♣♫♪♪
= ♥♥♥♥♥♥♥♥♣♣♣♣♣♣♣♣♫♫♫♫♫♫♫♫♪♪♪♪♪♪♪♪♪♪♪♪♪♪♪♪
= ♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♣♫♫♫♫♫♪♪♪♪
=♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♣♣♪♪♪♪

Después de realizar el procedimiento anterior en repetidas ocasiones y con diferentes números, encontraron características al realizar la multiplicación que podrían simplificar más el proceso; para ello, observemos algunos detalles:

> ♪) los *Chicherianos*, inicialmente multiplicaron entre sí los símbolos básicos y encontraron que al sumar ♪ vez los símbolos o números ♪, ♫ , ♣ , ♥, su resultado es el mismo número, y continuaron realizando dichas multiplicaciones para lo cual incorporaron el símbolo * para representar la multiplicación; de tal forma X*Y significa sumar X veces el numero Y. Por lo tanto:

♪*♪=♪
♪*♫=♫
♪*♣=♣
♪*♥=♥

♫*♪ = ♪♪♪♪♪♪ = ♫
♫*♫ = ♫♫♫♫♫♫ = ♣♫
♫*♣ = ♣♣♣♣♣♣ = ♥♣♣
♫*♥ = ♥♥♥♥♥♥

♣*♪ = ♪♪♪♪♪♪♪♪♪♪♪♪♪♪♪♪♪♪♪♪♪♪♪♪♪♪♪♪♪♪♪♪♪♪♪♪ = ♫♫♫♫♫ = ♣
♣*♫=♫♫♫♫♫♫♫♫♫♫♫♫♫♫♫♫♫♫♫♫♫♫♫♫♫♫♫♫♫♫
= ♣♣♣♣♣♣ = ♥♣♣
♣*♣ = ♣♣♣♣♣♣♣♣♣♣♣♣♣♣♣♣♣♣♣♣♣♣♣♣♣♣♣♣♣♣♣♣♣♣♣♣
= ♥♥♥♥♥♥♥♣♣
♣*♥= ♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥

♥*♪ = ♪♪♪
♪♪♪
♪♪♪♪♪♪♪♪♪♪♪♪♪♪♪♪♪♪♪♪♪♪ = ♫♫♫♫♫♫♫♫♫♫♫♫♫♫♫♫
♫♫♫♫ = ♣♣♣♣ = ♥

♥*♫= ♫♫♫♫♫♫♫♫♫♫♫♫♫♫♫♫♫♫♫♫♫♫♫♫♫♫♫♫♫♫♫
♫♫♫♫♫♫♫♫♫♫♫♫♫♫♫♫♫♫♫♫♫♫♫♫♫♫♫♫♫♫♫
♫♫♫♫♫♫♫♫♫♫♫♫♫♫♫♫♫♫♫♫♫♫♫♫♫♫♫♫♫♫♫
♫♫♫♫♫♫♫♫♫♫♫♫♫♫♫♫♫♫♫♫♫♫♫♫♫♫♫ = ♣♣♣♣
♣♣♣♣♣♣♣♣♣♣♣♣♣♣♣♣♣♣♣♣ = ♥♥♥♥♥♥

♥*♣ = ♣♣♣♣♣♣♣♣♣♣♣♣♣♣♣♣♣♣♣♣♣♣♣♣♣♣♣♣♣♣♣♣♣♣
♣♣♣♣♣♣♣♣♣♣♣♣♣♣♣♣♣♣♣♣♣♣♣♣♣♣♣♣♣♣♣♣♣♣
♣♣♣♣♣♣♣♣♣♣♣♣♣♣♣♣♣♣♣♣♣♣♣♣♣♣♣♣♣♣♣♣♣♣♣
♣♣♣♣♣♣♣♣♣♣♣♣♣♣♣♣♣
= ♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥

♥*♥= ♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥
♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥
♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥
♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥

De esta manera establecieron una tabla de multiplicación con cada uno de los elementos básicos que comprenden su sistema numérico, como se evidencia en la siguiente tabla:

*	♪	♫	♣	♥
♪	♪	♫	♣	♥
♫	♫	♣♫	♥♣♣	♥♥♥♥♥♥
♣	♣	♥♣♣	♥♥♥♥♥♥♥♣♣	♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥ ♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥
♥	♥	♥♥♥♥♥♥	♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥ ♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥	♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥ ♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥ ♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥ ♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥

♪♪) En el momento que realizaron una multiplicación, donde uno de sus factores está comprendido por dos o más símbolos, dedujeron que por conveniencia y claridad en dicha operación (multiplicación), es necesario incorporar paréntesis para diferenciar el número factor que está representado con dos o más símbolos con el otro número que están separados por símbolo operación (*); observemos uno de los casos, consideremos la siguiente multiplicación ♫ por ♣♫, entonces, lo que deseamos es sumar ♫ veces el número ♣♫

♫* ♣♫ = ♣♫♣♫♣♫♣♫♣♫♣♫
= ♣♣♣♣♣♣♫♫♫♫♫♫
= ♥♣♣♣♫
= ♫* (♣♫)

♣♫*♫ = ♫♫♫♫♫♫♫♫♫♫♫♫♫♫♫♫♫♫♫♫♫♫♫♫♫♫♫♫♫
♫♫♫♫♫♫♫ = ♣♣♣♣♣♣♣♫ = ♥♣♣♣♫
= (♣♫)*♫

Dado el caso en que los paréntesis no se ubiquen en el lugar indicado, es decir, que no encierren el número y operación indicada, puede ocurrir que el resultado de dicha operación no sea igual, observemos:

Al multiplicar ♫* ♣♫ y al colocar los paréntesis de las siguientes formas encontramos,
(♫* ♣) ♫ = ♥♣♣♫
♫*(♣ ♫) = ♥♣♣♣♫

Lo cual es evidente que (♫* ♣) ♫ ≠ ♫*(♣ ♫), por consiguiente, los *Chicherianos* resaltan la importancia de usar los paréntesis en el lugar adecuado por la constitución de su sistema numérico aditivo.

♪♪♪) las propiedades que establecieron los *Chicherianos* en su sistema numérico en relación con la operación multiplicación son:

♪. **Modulativa:** El ♪ es el módulo del producto.

♪*♪=♪ ♣*♪=♣
♫*♪=♫ ♥*♪=♥

♪♪. **Asociativa:** X*(Y*Z) = (X*Y)*Z. Esto se puede apreciar desarrollando los dos lados de la igualdad y verificar que tienen la misma representación, para lo cual debe observar que X*(Y*Z) equivale a sumar X veces Y*Z, y que (X*Y)*Z equivale a sumar X*Y veces Z.

♪♪♪. **Distributiva:** X*(YZ) = (X*Y)(X*Z) . La demostración se basa en el hecho de que al repetir X veces el número Y, se repite X veces cada símbolo que compone a Y y como la notación es aditiva, estamos sumando los símbolos de Y cada uno de ellos X veces, es decir cada uno de ellos multiplicado por X.

♪♪♪♪. **Conmutativa:** Observe de la tabla de multiplicación, que los productos de los símbolos básicos son conmutativos. Al aplicar la distributividad completa a X*Y solo quedan productos de símbolos básicos, los cuales se pueden conmutar, obteniendo así, al agruparlos adecuadamente, Y*X.

♪♪♪) los *Chicherianos* hacen uso de las propiedades que poseen su sistema de numeración y establecen un algoritmo que facilita el proceso de realizar la operación multiplicación.

(♫♪) * (♣♫♫) = (♫*(♣♫♫)) (♪*(♣♫♫)) propiedad distributiva
= (♣♫♫)(♣♫♫)(♣♫♫)(♣♫♫)(♣♫♫)(♣♫♫)(♣♫♫) propiedad modulativa.
= ♣♣♣♣♣♣♣♫♫♫♫♫♫♫♫♫♫♫♫♫♫ propiedad conmutativa en +
= ♥♣♣♣♣♣♫♫♫♫
= ♥♥♣♫♫♫♫

Otra forma, se procede con el siguiente esquema, en la primera parte se escribe los números a multiplicar, en la segunda parte se realiza las respectivas multiplicaciones símbolo a símbolo colocando sus resultados separados por una línea horizontal y en la tercera y última parte se coloca el resultado final ya simplificado con el mínimo de símbolos posibles.

⟨ x * y | X veces Y, símbolo a símbolo separado por líneas horizontales | resultado ⟩

Ejemplo: multiplicar, (♫♪) *(♣♫♫)

<table>
<tr><td rowspan="4">⟨ ♫♪ * ♣♫♫</td><td>♣♫♫</td><td rowspan="4">♥♥♣♫♫♫♫ ⟩</td></tr>
<tr><td>♫♫♫♫♫♫</td></tr>
<tr><td>♫♫♫♫♫♫</td></tr>
<tr><td>♣♣♣♣♣♣</td></tr>
</table>

♪♪♪♪. Operación División (÷):

Para esta operación, los *Chicherianos* instauraron un grupo de símbolos o números que puedan repartir una cantidad X a lo que llamaron cociente, de tal forma que cada grupo contenga Y elementos a lo que definieron como divisor, en ese proceso hay símbolos que sobran a los que llamaron residuo, de esta manera precisaron la operación división X ÷ Y. El proceso para desarrollar esta operación evolucionó de la siguiente manera:

♪) Escribir los números X y Y, solo con ♪ separar las ♪ de X en grupos con igual número de ♪ que las que figuran en Y. El número de grupos que resultan es el cociente y el número de ♪ que sobran por no alcanzar a formar un grupo es el residuo.

Ejemplo: ♣♫♫♪÷♫♪♪, representamos los dos números en términos de ♪
♣♫♫♪ : ♪♪♪♪♪♪♪♪♪♪♪♪♪♪♪♪♪♪♪♪♪♪♪♪♪♪♪♪♪♪ ♪♪♪♪♪♪ ♪♪♪♪♪♪ ♪
♫♪♪ : ♪♪♪♪♪♪♪♪

Ahora, se forman grupos de igual número de símbolos el dividendo con respecto al divisor,
♣♫♫♪: ♪♪♪♪♪♪♪♪ ♪♪♪♪♪♪♪♪ ♪♪♪♪♪♪♪♪ ♪♪♪♪♪♪♪♪ ♪♪♪♪♪♪♪♪ ♪♪♪

Entonces, se deduce que ♣♫♫♪ hay ♪♪♪♪♪ grupos y sobran ♪♪♪. Por lo tanto el cociente es ♪♪♪♪♪ y el residuo ♪♪♪, por lo que tenemos que ♣♫♫♪÷♫♪♪ = ♪♪♪♪♪ con residuo ♪♪♪, en representación de la operación división tenemos:

♣♫♫♪	♫♪♪
♪♪♪	♪♪♪♪♪

Al desarrollar el proceso anterior de la operación división se vislumbra que es muy dispendioso cuando el dividendo es un número muy grande.

♪♪) analizando el proceso anterior, acordaron organizar el dividendo y el divisor de tal forma que en el dividendo aparezca el mayor número de bloques con los mismos símbolos del divisor. El número de bloques así obtenido es el cociente y los que sobren por no formar un bloque completo es el residuo.

♥♣♣♣ ÷ ♣♣♫♪
♥♣♣♣ = ♣♣♣♣♣♣♫♫♫♫♪♪♪♪♪
= (♣♣♫♪) (♣♣♫♪) (♣♣♫♪) (♫♪♪♪)

De donde el cociente es ♪♪♪ y el residuo ♫♪♪♪

♥♣♣♣	♣♣♫♪
♫♪♪♪	♪♪♪

♪♪♪) en consecuencia los *Chicherianos* construyeron un algoritmo de la operación división observemos paso a paso con un ejemplo:

Dividir ♥♥♣♣♣♫ entre ♣♫♪♪

♪paso- se toma de izquierda a derecha en el dividendo un primer bloque de números que contengan el mismo número de elementos que el divisor, en este caso ♥♥ así

♥♥♣♣♣♫ = (♥♥) (♣♣♣♫)

♪♪paso- se establece cuantas veces cabe el ♣♫♪♪ en el primer bloque (♥♥) como,

♥♥ = ♣♣♣♣♣♫♫♫♫♫♫♫♫♪♪♪♪♪♪♪♪♪♪♪♪

= (♣♫♪♪)(♣♫♪♪)(♣♫♪♪)(♣♫♪♪)(♣♫♪♪) (♫♫♫♪♪)

Se observa que ♣♫♪♪ cabe ♪♪♪♪♪ en ♥♥ y restan ♫♫♫♪♪

♪♪♪paso- Coloque ese ♪♪♪♪♪como parte del cociente, y en el dividendo cambie el ♥♥ por el residuo ♫♫♫♪♪, y ordene el número resultante.

♫♫♫♪♪ ♣♣♣♫ = ♣♣♣♫♫♫♫♪♪

♪♪♪♪paso- Repita el proceso de los pasos ♪- ♪♪ - ♪♪♪

♣♣♣♫♫♫♫♪♪ = (♣♣♣) (♫♫♫♫♪♪)

♣♣♣ = ♣♣♫♫♫♫♪♪♪♪♪♪ = (♣♫♪♪) (♣♫♪♪) (♫♫♪♪)

Como ♣♫♪♪ cabe ♪♪ veces en ♣♣♣, pase el ♪♪ al cociente, que sumado con el ♪♪♪♪♪ que había, quedan ♪♪♪♪♪♪♪ = ♫♪ en el cociente y queda ♫♫♪♪ en el residuo.

Entonces, ♫♫♪♪ ♫♫♫♫♪♪ = ♫♫♫♫♫♫♪♪♪♪ = ♣♫♪♪♪♪

♣♫♪♪♪♪ = (♣♫♪♪) (♪♪)

Como ♣♫♪♪ cabe ♪ veces en ♣♫♪♪♪♪, pase el ♪ al cociente, que sumado con el ♫♪ que había, quedan ♫♪♪ en el cociente y queda ♪♪ en el residuo.

♪♪♪♪♪ paso- Al reemplazar el ♣♫♪♪ por el ♪ del residuo queda ♪♪♪. Como ♣♫♪♪ no cabe en ♪♪♪, el residuo es este ♪♪♪.

♫ paso- Por tanto ♥♥♣♣♣♫÷♣♫♪♪ da cociente ♫♪♪ y residuo ♪♪♪

Potenciación

La potenciación es la operación que definieron los *Chicherianos*, como la representación de la multiplicación de factores iguales. Si **X** y **n** son número del sistema *Chicheriano* se define:

$$X^n = \underbrace{X*X* X*X* X*X*\ldots*X}_{n\ veces}$$

Donde **X** es tomado como el factor **n veces.** Los términos que intervienen en la potenciación son: la base, el exponente y la potencia**.** La base, es el factor que se repite. El exponente, indica las veces que se repite la base**.** La potencia, es el resultado de la operación.

Así, (♣♫)^(♪♪♪) quiere decir multiplicar el número ♣♫ por sí mismo ♪♪♪ veces:

= (♣♫) * (♣♫) * (♣♫)
= ((♣♫) * (♣♫)) * (♣♫)
= { ((♣♫) *♣)((♣♫)*♫)} * (♣♫)
= { ((♣*♣) (♫*♣))((♣*♫) (♫*♫)))} * (♣♫)
= { ((♥♥♥♥♥♥♥♣♣) (♥♣♣))((♥♣♣) (♣♫)))} * (♣♫)
= (♥♥♥♥♥♥♥♥♥♣♣♣♣♣♣♣♫) * (♣♫)
= (♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♣♣♣♫) * (♣♫)
= { ((♥*♣)(♥*♣)(♥*♣)(♥*♣)(♥*♣)(♥*♣)(♥*♣)(♥*♣)(♥*♣)
(♥*♣)) ((♣*♣)(♣*♣)(♣*♣)) (♫*♣) } {((♥*♫)(♥*♫)(♥*♫)
(♥*♫)(♥*♫)(♥*♫)(♥*♫)(♥*♫)(♥*♫)(♥*♫))((♣*♫)(♣*♫)
(♣*♫)) (♫*♫) }
= { (((♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥)
(♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥)
(♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥)
(♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥)
(♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥)
(♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥)
(♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥)
(♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥)
(♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥♥)
(♥))
((♥♥♥♥♥♥♥♣♣)(♥♥♥♥♥♥♥♣♣)(♥♥♥♥♥♥♥♣♣))(♥♣♣) } {((♥♥♥♥♥♥)
(♥♥♥♥♥♥♥)(♥♥♥♥♥♥♥)(♥♥♥♥♥♥♥)(♥♥♥♥♥♥♥)(♥♥♥♥♥♥♥)(♥♥♥♥♥♥♥)
(♥♥♥♥♥♥♥)(♥♥♥♥♥♥♥)(♥♥♥♥♥♥♥))((♥♣♣) (♥♣♣)(♥♣♣)) (♣♫) }

Notación multiplicativa

Los *Chicherianos* observaron en el ejemplo anterior lo engorroso que resulta manejar un número con un símbolo repetido muchas veces. En este caso en el resultado la ♥ aparece ♥♥♥♣♣♫♫♫♫ veces (448 veces), para lo cual establecieron una forma de representación de dicha cifra en colocar el número de veces que se repite un símbolo o número como subíndice derecho, en el caso anterior, se tendría :

♥_(♥♥♥♣♣♫♫♫♫♪)

Para que de esta manera,

(♣♫)^(♪♪♪) = ♥(♥♥♥♣♣♫♫♫♫♪♪♪♪) ♣(♪♪♪)♫

En consecuencia, se establecieron tres propiedades de la potenciación para cualquier número X,n,m que pertenezcan al sistema de numeración *Chicherianos*,

♪) $X_{mn} = X_m X_n$
♪♪) $n*X_m = (X)_{m*n}$
♪♪♪) $X_m X_n = X_{(Xm)*n)}$

Notación Exponencial

Para representar números grandes los *Chicherianos* consideraron que ellos tienen una presentación muy engorrosa, pues en ella aparece muchas veces repetida el símbolo o número ♥, como con la notación multiplicativa se puede obviar esa situación. Especificaron que si se toma el símbolo ♥ como una base, los números grandes se pueden escribir en forma más simplificada usando potencias de ♥:

$♥^{♪}$= ♥
$♥^{♪♪}$= ♥*♥ = ♥… ♥ (120 veces ♥) (14.400 en nuestra notación)
$♥^{♪♪♪}$=(♥*♥)*♥=(♥ veces)(♥*♥)= ♥… ♥ (14.400 veces ♥)
(1.728.000 en nuestra notación)
$♥^{♪♪♪♪}$=(♥*♥*♥*♥)=(♥ veces)(♥*♥*♥)= ♥… ♥
(1.728.000 veces ♥) (207.360.000 en nuestra notación)
$♥^{♪♪♪♪♪}$=(♥*♥*♥*♥*♥)=(♥ veces)(♥*♥*♥*♥)= ♥… ♥
(207.360.000 veces ♥) (24.883.200.000 en nuestra notación)
$♥^{♫}$=(♥*♥*♥*♥*♥*♥)=(♥ veces)(♥*♥*♥*♥*♥)= ♥… ♥
(24.883.200.000 veces ♥) (2.985.984.000.000 en nuestra notación)

De esta manera y sucesivamente se puede encontrar cualquier potencia que se desee repitiendo el proceso tantas veces como se quiera; además que expresar un número en potencia es muy útil para representar un número tan grande como se quiera o considere.

Notación Posicional

En el siglo ♫♪ D.C. los *Chicherianos* hicieron aportes significativos a su sistema de numeración con el fin de mejorar sus prácticas; para ellos les tomó varios siglos de pasar de un sistema de numeración no posicional o un sistema de numeración posicional.

Para lo que tomaron el símbolo o número ♫ y observaron sus potencias.

$♫^{♪}$= ♪♪♪♪♪♪
$♫^{♪♪}$=♫♫♫♫♫♫
$♫^{♪♪♪}$=♫*($♫^{♪♪}$)=$♫^{♪♪}$$♫^{♪♪}$$♫^{♪♪}$$♫^{♪♪}$$♫^{♪♪}$$♫^{♪♪}$
$♫^{♪♪♪♪}$=♫*($♫^{♪♪♪}$)=$♫^{♪♪♪}$ $♫^{♪♪♪}$ $♫^{♪♪♪}$ $♫^{♪♪♪}$ $♫^{♪♪♪}$ $♫^{♪♪♪}$
$♫^{♪♪♪♪♪}$=♫*($♫^{♪♪♪♪}$)=$♫^{♪♪♪♪}$$♫^{♪♪♪♪}$ $♫^{♪♪♪♪}$ $♫^{♪♪♪♪}$ $♫^{♪♪♪♪}$ $♫^{♪♪♪♪}$
$♫^{♫}$=♫*($♫^{♪♪♪♪♪}$)=$♫^{♪♪♪♪♪}$ $♫^{♪♪♪♪♪}$ $♫^{♪♪♪♪♪}$ $♫^{♪♪♪♪♪}$ $♫^{♪♪♪♪♪}$ $♫^{♪♪♪♪♪}$
$♫^{♫♪}$=♫*($♫^{♫}$)=$♫^{♫}$ $♫^{♫}$ $♫^{♫}$ $♫^{♫}$ $♫^{♫}$ $♫^{♫}$

⋮ = ⋮ = ⋮

Ahora los números los escribieron solamente con los símbolos ♫ y ♪, teniendo en cuenta que cuando aparezcan: ♪♪♪♪♪♪ se reemplaza por ♫, o sea:

♪♪♪♪♪♪ Se reemplaza por $♫^{♪}$
$♫^{♪}$ $♫^{♪}$ $♫^{♪}$ $♫^{♪}$ $♫^{♪}$ $♫^{♪}$ Se reemplaza por $♫^{♪♪}$
$♫^{♪♪}$ $♫^{♪♪}$ $♫^{♪♪}$ $♫^{♪♪}$ $♫^{♪♪}$ $♫^{♪♪}$ Se reemplaza por $♫^{♪♪♪}$
$♫^{♪♪♪}$$♫^{♪♪♪}$$♫^{♪♪♪}$$♫^{♪♪♪}$$♫^{♪♪♪}$$♫^{♪♪♪}$ Se reemplaza por $♫^{♪♪♪♪}$
$♫^{♪♪♪♪}$ $♫^{♪♪♪♪}$ $♫^{♪♪♪♪}$ $♫^{♪♪♪♪}$ $♫^{♪♪♪♪}$ $♫^{♪♪♪♪}$ Se reemplaza por $♫^{♪♪♪♪♪}$
$♫^{♪♪♪♪♪}$ $♫^{♪♪♪♪♪}$ $♫^{♪♪♪♪♪}$ $♫^{♪♪♪♪♪}$ $♫^{♪♪♪♪♪}$ $♫^{♪♪♪♪♪}$ Se reemplaza por $♫^{♫}$

Así sucesivamente, colocaron estas potencias en el número, en orden de potencias de mayor a menor, de izquierda a derecha.

Entonces, los Chicherianos de la época establecieron, como las potencias de ♫ aparecen ordenadas de izquierda a derecha, de mayor a menor y cada una de ellas puede aparecer a lo más ♪♪♪♪♪ veces, podríamos optar por no colocar las potencias, sino, de derecha a izquierda ir colocando las veces que aparecen en su orden el ♪, la $♫^{♪}$, la $♫^{♪♪}$, la $♫^{♪♪♪}$, la $♫^{♪♪♪♪}$, la $♫^{♪♪♪♪♪}$, la $♫^{♫}$, etc., asumiendo que recordamos la posición de las potencias de ♫ .

Además, cuando no haya o no exista la(s) potencia(s) menor(es) a la que le sigue (es porque la que le sigue existe) para no dejar espacios, acordaron que cuando esto ocurra utilizarán un nuevo símbolo que reemplace la potencia o las potencias que hagan falta para completar o representar un determinado número; a ese nuevo símbolo lo llamaron cero y se denota por ◊, este nuevo símbolo representará un solo espacio o no existencia de una potencia, si el símbolo aparece dos veces seguidas representará dos espacios y así sucesivamente.

Como por ejemplo,

i) ♪♪♪♪♪ ♪♪
ii) ♪ ♪♪♪ ◊ ♪♪
iii) ♪♪♪♪ ◊ ◊ ♪

Sin embargo, por comodidad y conveniencia para representar repeticiones de cada potencia, se establecieron asignar símbolos para cuando la potencia se repite 1 vez, otro cuando se repite 2 veces, otro cuando se repite 3 veces, otro cuando se repite 4 veces, otro cuando se repite 5 veces.

Entonces se deriva lo siguiente,

1 indica que la potencia de ♫ que ocupa ese lugar aparece 1 vez
2 indica que la potencia de ♫ que ocupa ese lugar aparece 2 veces
3 indica que la potencia de ♫ que ocupa ese lugar aparece 3 veces
4 indica que la potencia de ♫ que ocupa ese lugar aparece 4 veces
5 indica que la potencia de ♫ que ocupa ese lugar aparece 5 veces

De esta manera quedaría la nueva notación de los números:

iv) ♪♪♪♪♪ ♪♪≡52
v) ♪ ♪♪♪ ◊ ♪♪ ≡13◊2
iv) ♪♪♪♪ ◊ ◊ ♪≡4◊◊1

Para lo que se tiene, que el número 13◊2 representado en potencias del sistema *Chicherianos,* se tendría:

13◊2= ♫♪♪♪ ♫♪♪ ♫♪♪ ♫♪♪ ♪♪

Concluyendo que este nuevo sistema de numeración *Chicherianos* es un sistema de representación Posicional.

Referencias

Broyer, C. B. (1999). *Historia de la Matemática*. Barcelona: Alianza Editorial.

Luque A., C. J., Mora M., L. C. y Pérez J. E. (2013). *Actividades matemáticas para el desarrollo de procesos lógicos: contar-inducir.* Bogotá: Universidad Pedagógica Nacional.