ARTÍCULOS DE INVESTIGACIÓN

Educación Matemática
Vol. 10 No. 3 Diciembre 1998 pp. 8-24

La presentación ostensiva de las nociones geométricas en los textos de la escuela elemental [1]

Fecha de recepción: Enero, 1997

Rosa Martínez y Marta Porras
Facultad de Ciencias de la Educación
Universidad Nacional de Comahue
rfmartin@uncoma.edu.ar

Resumen: *Nuestra preocupación es estudiar el tratamiento que se le da a las construcciones geométricas en la escuela primaria.*
El texto que sigue consta de una primera parte donde intentamos resumir por un lado la concepción de los griegos frente a las construcciones geométricas y por otro una postura actual al respecto. Además hacemos una interpretación de su repercusión en la enseñanza.
En la segunda parte mostramos el lugar que ocupan las construcciones geométricas con instrumentos de geometría sobre papel blanco en los currículos de las provincias de Neuquén y Río Negro.
Tomando como marco de referencia la Teoría de Situaciones de G. Brousseau, señalamos, por último, el tratamiento que se le da a las construcciones geométricas en textos de la escuela primaria. En ellos detectamos la presencia casi exclusiva de un fenómeno didáctico: presentación ostensiva de las nociones; mostramos los alcances y límites de este fenómeno en la enseñanza de la geometría.

Abstract: *The study focuses on the way geometric constructions are worked out in primary school.*
The paper includes in the first part, a brief approach to Greeks' conceptions in relation to the geometric constuctions and the present approach to geometric constructions at school. Furthermore, the impact of such conceptions is analysed.
The second part shows how the Primary School Curricula of the Provinces of Río Negro and Neuquén consider the geometric constructions by using geometric instruments in white paper.
In the frame of Teorie des Situations, G. Brousseau, we finally point out, the way geometric constructions are worked out in Primary School texts. We identify almost exclusively the presence of a didactic phenomeno: presentations ostensive des notions. We show the powerfull and limitations that this phenomeno presents for teaching geometry.

[1] Estas son algunas consideraciones que surgen del proyecto de investigación "Transposición y contrato didácticos en geometría elemental. Diversas relaciones escolares con las figuras y con sus transformaciones.", presentado en la Facultad de Ciencias de la Educación de la Universidad Nacional del Comahue, Argentina.

I. Las construcciones geométricas, objeto de estudio de la matemática

Sin lugar a dudas las construcciones geométricas, en particular las realizadas con regla y compás, tienen una gran importancia como objeto cultural de la matemática.

Para los griegos el punto, la recta, el plano, la esfera, por su carácter absoluto, constante, perfecto eran en sí mismos una garantía de existencia. La regla y el compás venían a ser la materialización grosera de las ideas de rectas y círculos. Una construcción con regla y compás proveía en suma de un teorema de existencia.

Las construcciones geométricas se empleaban, pues, como soporte en el estudio de la geometría, las que suponían el uso de instrumentos de trazados. El uso de tal o cual instrumento (los que han evolucionado con el correr de los años) permitían mayor o menor "precisión". Sin embargo los resultados no se obtenían por la observación de figuras "precisas", sino por el rigor lógico de los razonamientos que sobre ellas se hacía. Al respecto es ilustrativa la conocida frase que describe a la geometría como el "...arte de obtener resultados ciertos, razonando sobre figuras mal hechas...".

La geometría aparece organizada deductivamente desde los famosos "Elementos" de Euclides (siglo III a. C.). La vía deductiva constituyó una característica del saber para los griegos, y por lo tanto la geometría ocupó un lugar fundamental en la formación intelectual. Pasó a ser una teoría de la racionalidad, más que una teoría del espacio.

En el siglo XIX, la Proposición V de los Elementos, que trata la cuestión del paralelismo fue cuestionada. Esto dio lugar a la aparición de una pluralidad de teorías geométricas, las que coincidían en la idea de que el espacio físico puede ser distinto de la representación intuitiva que de él nos forjamos; aunque la relación entre éstas y el espacio sensible restaba de verificar.

A fines del siglo XIX y principios del siglo XX la geometría se organizó de modo tal que prescindió en su construcción de toda relación con el mundo sensible; edificándose totalmente en base a la axiomática. Permitiendo así pensar a la teoría geométrica como teoría matemática pura cuyo alcance y significación podían ser apreciados por sí mismos y en sí mismos. Al respecto, es significativo lo que Dieudonné escribió: "(...) Me he permitido también no introducir ninguna figura en el texto aunque sólo fuera para hacer ver que no son necesarias (...)"[2].

La geometría de nuestros días vuelve a plantear la relación de la teoría geométrica (con base axiomática) con lo sensible. Yves Chevallard escribe:

> Diremos hoy que la geometría parte del mundo sensible para constituirlo en mundo geométrico, de puntos, de rectas, de círculos, de esferas, de curvas de superficies y de volúmenes, etc., de la misma manera que, más ampliamente, la física parte del mundo sensible para constituirlo en mundo físico. La relación, epistemológicamente tan difícil, entre la realidad sensible y la realidad teórica (geométrica y física) por la cual se trata entonces de volver racional lo sensible (no sin lograrlo frecuentemente), es uno de los puntos fundamentales de toda enseñanza de las ciencias.[3] En este sentido la figura "(...) no es una representación del objeto, sino una representación (material gráfica) del conjunto de puntos del espacio que el objeto (material) viene a ocupar".[4]

[2] Citado en Fregona, D. Informe de Avance, 1992, del proy. de invest. "Transposición y contrato didáctico en geometría elemental. Diversas relaciones con las figuras y con sus transformaciones".

[3] Ver Chevallard, Y., Authour de l'enseignement de la geometrie au college, primera parte, Petit X N° 27 pag. 52-53.

[4] Ibidem 2, pág. 50.

El trabajo con las figuras como conjunto de puntos del espacio permite el onocimiento de propiedades del mismo lo que trae aparejado conocer propiedades e objetos que están en el espacio.

Desde nuestro punto de vista los dibujos pueden ser un buen modelo para in-iir[5] las propiedades de las figuras. En la matemática las figuras pueden ser una guía e la intuición geométrica. Con palabras del mismo Hilbert "los signos y fórmulas de a aritmética son figuras escritas, y las figuras geométricas son fórmulas dibujadas; ingún matemático podría prescindir de estas fórmulas dibujadas, como no podría ealizarse cálculos sin paréntesis ni signos operativos"[6]. A lo largo de la historia a intuición ha servido como guía para el desarrollo de la geometría. Pero en muchas casiones se ha arribado a resultados falsos a causa de basarse exclusivamente en a intuición. Un ejemplo puede ilustrar esta aseveración: ¿Es posible establecer na correspondencia biunívoca entre los puntos de un cuadrado y los de un segmento?

Dejándonos llevar por la intuición podríamos responder que el cuadrado ene más puntos que el segmento, porque podríamos hacer corresponder punto a unto el segmento y la base del cuadrado y sobran infinitos puntos de éste. Sin embargo, Cantor logró coordinar el segmento y el cuadrado o el cubo. Y dicha demostración ata de 1879.

Aunque actualmente en la Ciencia sólo hay axiomas y demostraciones de xistencia y de determinaciones lógicas, ellas se traducen en la práctica en deter-iinaciones aproximadas. Las construcciones geométricas constituyen así una eterminación práctica de una propiedad geométrica. La práctica de la regla y el ompás supera y prolonga instrumentalmente nuestras facultades naturales en cuanto la medida y la localización de los objetos.

Así mismo se observa una evolución en la enseñanza de la geometría en un eríodo de algunos decenios. En la enseñanza clásica la geometría hacía un trata-iento semi-implícito de las relaciones entre lo sensible y lo geométrico (en la medida n que los trazados geométricos tendían a confrontarse con la representación de los bjetos del espacio sensible) explicitándolo en las formulaciones (definiciones) que istan de ser definiciones matemáticas; la matemática moderna promovida desde ines de los años '60 (con base axiomática) vuelve ilegítima tal referencia, ignorando la elación con lo sensible. Si bien la matemática moderna marcó la separación con lo ensible, no resuelve la enseñanza, porque tropieza con la imperiosa necesidad del etorno a lo sensible, a lo concreto.

Pero haciendo abuso de las tendencias a "lo concreto", se magnifica el rol del ibujo en el aprendizaje de las nociones geométricas. Los mismos ofician como "señales" ue pretenden comunicar qué es una figura y sus propiedades.

Pero si la evidencia fuera algo absoluto y las propiedades se "vieran" en los ibujos, no sería necesario estudiarlas. Un cuadrado corre el riesgo de dejar de ser uadrado y ser percibido solamente como un rombo, cuando sus lados no están traza-os paralelos al borde de la hoja o pizarrón. La posición, atributo fácilmente percibido, e toma en estos casos como una propiedad geométrica de la figura, pasando a ser un iedio de control para su distinción. La evidencia perceptiva no es suficiente para el onocimiento de muchas propiedades de las figuras.

"(...) Estos creadores científicos (creadores de las ideas matemáticamente importantes) se caracterizan por una imagina-ción muy viva, a la que va unida una comprensión profunda del material considerado, combinación a la que podría darse el nombre de intuición. (....)". Dieudonné. 1978.

Ver Julio Rey Pastor, Los Fundamentos de la Geometría, Conceptos de Matemática, N°43, 1977.

Si bien en la enseñanza los dibujos pueden ayudar a hacer funcionar los conocimientos que a nivel implícito se tiene de los objetos geométricos, actualmente en la enseñanza primaria la experiencia con los objetos geométricos se basa en la imagen que brindan los dibujos, llegando a transformarse estos últimos en el objeto mismo de estudio. El aprendizaje de la figura se realiza básicamente sobre lo que se "ve" y muchas propiedades no tienen otra cabida más que una mera enumeración. Su estudio carece de significación en tal presentación.

II. Las construcciones en el curriculum de la escuela primaria.

En este trabajo consideraremos "construcciones geométricas" a las actividades de trazado de figuras que pueden ser realizadas sobre papel blanco y con instrumentos de geometría (regla, escuadra, compás, etc.).

Mostraremos, en los curriculum vigentes de nivel primario de las provincias de Río Negro y Neuquén.[7] el lugar que ocupan las construcciones realizadas con instrumentos de geometría sobre papel blanco.

En general, en los programas escolares aparecen muy pocas construcciones geométricas. En el curriculum de Neuquén elaborado en el año 1981, no aparecen como contenidos, aunque se sugieren actividades con el geoplano y las varillas articuladas para trabajar figuras. No son precisamente éstas las construcciones que nos interesan, aunque en nuestra opinión esa actividad es coherente con la fundamentación donde se centra el aprendizaje en la acción: "(...) se llegará así al descubrimiento de relaciones a través de acciones, percepciones y abstracciones." Y además: "Es necesario estimular una verdadera actividad matemática utilizando recursos geométricos."

No se define "acción" ni se especifica qué se entiende por "actividad", pero se da a entender a través de las sugerencias de actividades que se trata de la manipulación sobre los objetos. Suponemos que no da cabida a las construcciones geométricas sobre papel blanco por no tratarse de objetos "concretos" manipulables, aunque los instrumentos de geometría (escuadra, regla, compás, transportador) bien pueden ser considerados "recursos geométricos".

En el actual curriculum de Río Negro elaborado en el año 1991 las construcciones geométricas están revalorizadas. En este curriculum, el área de Matemática está planteada alrededor de cinco ejes temáticos: Número y sistema de Numeración, Operaciones, Cálculo, Medida y Geometría. El eje Geometría está dividido en, lo que podríamos llamar, tres grandes temas: ubicación espacial (nociones de arriba-abajo, izquierda-derecha, etc; recorridos; ubicación de un punto en una recta, en el plano y en el espacio); formas (clasificación, reproducción y construcción de cuerpos y figuras) y movimientos (reconocimiento y reproducción de figuras simétricas; construcción de frisos por traslación y simetrías; clasificación de triángulos y cuadriláteros por sus ejes de simetría; rotaciones de figuras; noción de semejanza).

En el desarrollo de los contenidos correspondientes a esos tres grandes temas no hay un rubro especial para las construcciones, pero están presentes en el detalle de los contenidos tanto en "formas" como en "movimientos". En el estudio de "formas" se sugiere, entre otras, situaciones que implican reproducciones (con modelo presente) y construcciones (con base en datos escritos, orales o gráficos).

[7] Dado que los fenómenos estudiados en este proyecto serán trabajados con docentes en ejercicio, nos remitimos a los currículos de las provincias que están en la zona de influencia de la Facultad de Cipolletti.

Identificamos (a lo largo de los tres ciclos) como contenidos relativos a construcciones las actividades introducidas por los verbos usar, trazar, construir:

- **uso** de la regla para trazar rectas; del compás para trazar curvas, circunferencias y para transportar segmentos y ángulos; de la escuadra para trazar rectas perpendiculares; del pantógrafo.
- **trazado** de rectas paralelas por distintos métodos; de alturas de triángulos y cuadriláteros; de la mediatriz de un segmento y de la bisectriz de un ángulo.
- **construcción** de frisos utilizando translaciones, rotaciones y simetrías; de patrones de cuerpos; de cuadriláteros (usando también ejes de simetría); de triángulos (considerando incluso sus ejes de simetría); de polígonos, de figuras a partir de sus propiedades.

III. Un fenómeno de didáctica: la presentación ostensiva de las nociones

Para hablar de la presentación ostensiva, nos remitiremos a la definición que dio Ratsimba-Rajohn (1977): es aquella donde el enseñante da "todos los elementos y relaciones constitutivos de la noción visualizada" y precisa: "la relación del sujeto y del objeto nuevo está instituida solamente a nivel de representación del objeto presuponiéndola independientemente del sujeto". Posteriormente Berthelot y Salin (1992) retoman el análisis de la ostensión:

> Recordemos en primer lugar que la ostensión es una consecuencia lógica de la concepción empirista de la formación de los conocimientos, concepción ampliamente compartida por los enseñantes hasta épocas recientes.
>
> (...) Nos parece entonces que las relaciones espaciales, si reclaman la actividad del niño, lo hacen con un carácter didáctico muy marcado. Las responsabilidades del enseñante y del alumno son muy claras:
>
> - el enseñante muestra y nombra lo que es importante, hace realizar diversas tareas de las cuales da los modelos.
> - el alumno observa y escucha, realiza los trabajos propuestos. Se supone que así deviene capaz de reconocer, en otra situación, por ejemplo en los ejercicios que se le proponen, los conocimientos que están en juego y podrá utilizarlos.
>
> Los saberes espacio-geométricos son concebidos entonces como exteriores al sujeto y directamente legibles en la realidad y no como ligados a una acción anticipadora del sujeto en el transcurso de la resolución de los problemas que se le proponen.

Es decir, en esta presentación los saberes no aparecen como útiles para resolver un problema que se le plantea a los alumnos. Esto trae aparejado que el alumno tiene dificultades para identificar los instrumentos que le aporta el saber enseñado en el dominio de lo cotidiano. La relación entre el saber enseñado y el conjunto de situaciones de las cuales ese saber implica su dominio, es decir, el sentido de ese saber queda a cargo del alumno. Las situaciones didácticas se reducen entonces a la circulación del saber oficial. El alumno debe aprender la lección, hacer los ejercicios, resolver los problemas que elige el profesor, pero eso no es suficiente. Habrá alumnos, que por razones personales, sean capaces de aprender, es decir de buscar las semejanzas entre la situación de presentación y aquella que ellos deben resolver, tengan la autonomía para recurrir a lecciones para algo que han olvidado, para interrogarse sobre las razones de sus elecciones, etc. El problema es que la instalación del alumno en esta posición, que Brousseau calificaría de "a-didáctica" es aleatoria, el éxito del aprendizaje está ligado más a las características personales del alumno que a la acción del maestro que ha elegido esta presentación.

En el estudio de las nociones geométricas se utiliza representaciones que necesitan llamar a la percepción frecuentemente, lo que favorece la presentación ostensiva de las nocione. Como es sabido en los medios didácticos, la enseñanza del espacio y de la geometría en la escuela primaria se basa en tal presentación.

Nuestro interés es no sólo dar ejemplos de esas situaciones, sino develar los límites que tiene esa forma de enseñanza a través del funcionamiento del conocimiento que exige una construcción.

IV. Análisis de un texto de escuela primaria

Los programas funcionan como marcos que legitiman la entrada del saber en la escuela. Dado que el docente no sólo está condicionado por esos listados de contenidos, para analizar lo que efectivamente ocurre en el aula, es necesario realizar observaciones de clases, analizar manuales escolares, interrogar a docentes y alumnos, etc. Nosotras hemos decidido analizar textos escolares, y a través de ejemplos extraídos de uno de ellos, intentaremos poner de manifiesto algunos fenómenos que implica la enseñanza de la geometría.

De los textos utilizados elegimos el de M. E. Rey, A. Nocera, D. Saggese y M. Ludueña; Aprendizaje y Matemática-Libros para el alumno[8] 4°, 5°, 6°, 7°, ed. Plus Ultra-1981. En todo el desarrollo de la geometría que en ellos se hace, las construcciones son ampliamente consideradas, en particular las de figuras del plano en las que nos detendremos. No es nuestro ánimo realizar un juicio valorativo sino precisar los alcances de cada propuesta. Los temas de figuras del plano que se contemplan en el texto citado se desarrollan en general siguiendo el mismo orden:

* presenta la noción y las propiedades con un ejemplo dado o con acciones que el alumno debe ejecutar para "ver" el contenido que se pretende enseñar concluyendo en la enunciación de la definición (a veces una misma noción aparece definida de varias maneras diferentes como por ejemplo la noción de ángulo como giro, como una de las cuatro regiones en que queda partida una hoja luego de dos pliegues y como cambio de dirección) (cf. anexos I, II y VIII);

** propone ejercicios de aplicación donde generalmente se reconoce la noción,

*** da los elementos y/o notación de las nociones tratadas;

**** muestra cómo trazar o construir la figura en cuestión (observamos que utiliza indistintamente las palabras trazado, dibujo, construcción).

Esta presentación parece muy adecuada a la enseñanza porque se definen los objetos que se estudian con la ayuda de nociones introducidas precedentemente y se organiza la adquisición de nuevos conocimientos con la ayuda de adquisiciones anteriores. Se pretende transmitirlos tal como están organizados y sistematizados en la ciencia.

Pero, a nuestro parecer, se usa la ostensión tanto en definiciones forzadas como en la relevancia (importancia) dada al dibujo, como también en algoritmos propuestos para resolver las construcciones.

[8] La serie de Libros para el maestro nunca fue editada, por este motivo hemos presentado sólo el análisis de los Libros para el alumno.

Seleccionamos la construcción de un trapecio no paralelogramo[9]:
"Ahora construiremos trapecios no paralelogramos.
Nuestros datos son: las dos bases y un lado perpendicular a ellas.

DATOS

a) Traza un ángulo recto.
b) A partir del vértice del ángulo y sobre c/u de los lados determina segmentos congruentes con h y b_2.

____________	b_1
____________	b_2
____________	h

c) Por el extremo libre de h, traza una paralela a b2.
d) Determina sobre esta semirrecta un segmento congruente con b1.
e) Completa el cuadrilátero

Observa y contesta: ¿Qué clase de trapecio ha quedado construido?"

En esta construcción están involucradas nociones de paralelismo, ángulo recto y rectas perpendiculares (las que consideramos básicas en la geometría).

Analizaremos el tratamiento de esas nociones y su posterior funcionamiento en la construcción citada

IV. 1. Rectas perpendiculares:

Nos basamos en los textos de las autoras correspondientes a 4° y 5° grado. A fin de tener una visión global de la organización de los textos utilizados hemos resumido las nociones tratadas del siguiente modo (cf. anexos I, II, III, IV, V, VI, VII y VIII):

i) noción de ángulo recto;
ii) congruencia de ángulos;
iii) definición de rectas perpendiculares;
iv) propiedad: "cada uno de esos cuatro ángulos determinados por rectas perpendiculares mide.....";
v) conclusión: "Los lados de un ángulo recto y sus semirrectas opuestas determinan rectas perpendiculares".
vi) se muestra cómo usar la escuadra para trazar perpendiculares.

Veremos en detalle el tratamiento de algunos de estos ítems.

Para el estudio de la noción de ángulo recto, en 4to.grado se propone que los alumnos plieguen un círculo de papel por la mitad y otra vez por la mitad (cf. anexo I). Se hace "ver" al alumno en el círculo desplegado que éste ha quedado dividido en 4 ángulos congruentes que los llama rectos.

En otra lección se presenta una gallinita de los vientos en perspectiva (cf. anexo II). Con esta referencia se pretende que los alumnos representen gráficamente 1/4 de giro en dos semirrectas, para que luego completen:

"En ambos casos giró un ángulo...."

En la lección siguiente se presenta el sistema de medidas sexagesimal y se dice (cf. anexo III):

"La noventa ava parte de un ángulo recto, es un grado.
Entonces
1° = 1/90 R
1 Recto = 90°"

[9] Rey y otros, Aprendizaje y Matemática-Libros para el alumno7°, p. 152 ed. Plus Ultra-1981.

Observaciones:

- En cuanto al doblez:
  El alumno no tiene elementos para validarlo (la maestra podría encargarse de supervisar si el doblez que hizo cada uno de los alumnos era el que ella esperaba).
- En cuanto al ángulo recto como 1/4 de giro:
  No se define giro, ni se muestra. Se propone imaginar un niño que gira y ahí "ver" el ángulo recto. Suponemos que en este caso se pretende destacar la "amplitud angular". Pero, ¿cómo podrá "verla", si en ese giro se desdibujan los lados? ¿O es que debe asociar uno de los cuartos que "vio" al plegar con la idea de 1/4 de giro? (Ni qué decir de la dificultad que representa la referencia en perspectiva de la gallinita para imaginar 1/4 de giro que no se muestra.)

Consideremos los límites de esta presentación ostensiva de la noción de ángulo recto:

Queda bajo la responsabilidad del alumno:

- inferir una noción de sólo un caso particular (dados desde dos puntos de vista distintos);
- tomar únicamente lo relevante (la amplitud angular) y desprender los atributos tamaño, forma y área de cada pedazo de papel;
- incorporar los lados inexistentes en la acción concreta de girar.

Sin embargo los autores consideran que lo planteado hasta el momento es suficiente como para basarse en la noción de ángulo recto para definir la unidad angular del sistema sexagesimal y así presentar el conocido slogan 1 R = 90°.

Después de la presentación de ángulo recto por plegado de un círculo, enuncia: "Dos ángulos son congruentes si mediante un movimiento coinciden totalmente".

Lo más probable es que el alumno no use esta noción para formar el concepto que sigue en la cadena lógica que proponen los autores. Pero ellos la "mostraron" siguiendo los pasos de esa cadena lógica.

Para la presentación de rectas perpendiculares involucra la noción de congruencia de ángulos(cf. anexo IV). Es muy probable que el almno no pueda hacerla funcionar.

Así, estas nociones están ligadas a casos particulares (el dibujo o la medición) y las conclusiones no se desprenderán necesariamente del trabajo realizado(cf. anexo V). Aunque puede ser que los enunciados estudiados se usen para "dar la lección", es muy difícil que puedan reutilizarse en otras situaciones.

Como no hay ninguna garantía de que se establezcan las relaciones involucradas en las nociones, es necesario mostrar con un dibujo (como lo hacen los autores) cómo usar la escuadra para el trazado de perpendiculares(cf. anexos VI y VII). Y si hubiera que hacerlo en una situación distinta a la mostrada (por ejemplo en el trazado de las alturas de un triángulo), corre el riesgo de que el alumno se encuentre con la escuadra en la mano sin saber cómo ubicarla, decidiendo muchas veces usarla como regla.

IV. 2. Rectas paralelas:

En el texto de 5°, figura la siguiente definición: "Dos rectas que tienen la misma dirección son paralelas" (cf. anexo VIII).

La dirección no ha sido definida. El alumno debe "verla" en dibujos, suponiendo que es suficiente la evidencia perceptiva de los casos particulares mostrados.

¿Qué es lo que el alumno debe ver?

- ¿qué Verónica, Silvina y Soledad caminan en el mismo camino representando uno debajo del otro?
- ¿que las tres niñas caminan por caminos diferentes pero paralelos?
- ¿que cada camino sin conexión con los otros es paralelo al borde de la hoja?

Con estos ejemplos tan ambiguos los autores se atribuyen cierta legitimidad como para institucionalizar definiciones.

Luego presentan el algoritmo del trazado de rectas paralelas con regla y escuadra, debajo de la propiedad "dos o más rectas perpendiculares a una tercera son paralelas entre sí".

Éste es un claro ejemplo de la presencia de la ostensión. En el trazado de rectas paralelas con regla y escuadra queda reflejado que la definición ha sido dada para cumplir con la formalidad matemática, pues no hay modo de que en la acción propia del trazado se involucre la idea de rectas que tienen la misma dirección. La presentación forzada de la definición trae aparejado la pérdida del sentido de la misma. Si no se utiliza, ¿para qué fue enunciada?, ¿no será que se quiere cumplir con la demanda cultural de "hacer geometría"?

IV. 3. Algunas consideraciones de la presentación ostensiva reflejadas en una actividad.

Recordamos la actividad de construcción mencionada al principio.

"Ahora construiremos trapecios no paralelogramos.

Nuestros datos son: las dos bases y un lado perpendicular a ellas.

		DATOS
a) Traza un ángulo recto.		
b) A partir del vértice del ángulo	____________	b_1
y sobre c/u de los lados determina	____________	b_2
segmentos congruentes con h y b2.	____________	h

c) Por el extremo libre de h, traza una paralela a b2.

d) Determina sobre esta semirrecta un segmento congruente con b1.

e) Completa el cuadrilátero.

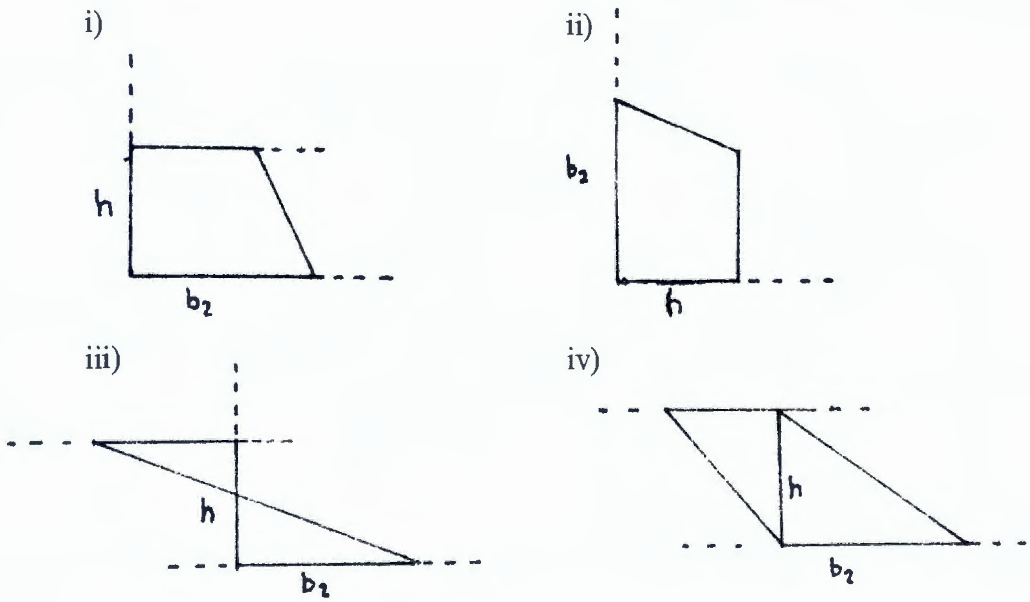
Observa y contesta: ¿Qué clase de trapecio ha quedado construido?"

La actividad no está planteada como fuente de problemas, ni como situación para la reinversión de nociones, sino que aparece como un procedimiento algorítmico. Se supone que el vocabulario usado es significativo para el alumno, es decir que con la evocación de las palabras se recuerdan las nociones y su representación mental: trapecio no paralelogramo, bases (lados paralelos), lado perpendicular (que debe ser identificado con h).

También supone que se va a poner en juego el saber personal del alumno sobre ese objeto: este trapecio en particular, tiene ángulos rectos (este caso no es precisamente el más frecuente: en muchos textos escolares predominan dibujos de trapecios isósceles, lo que aparece como una condición en la noción de trapecio); hay que trazar ángulos rectos; hay que trazar una recta paralela a otra por un punto dado (el extremo libre de h).

Es altamente probable que un maestro a quien le interese esta actividad, considere necesario "recordar" previamente a sus alumnos qué es un trapecio, en especial un trapecio rectángulo. Y para actualizar la "forma" de ese objeto, tal vez a mano alzada, realice una figura en el pizarrón. Porque, ¿no sería demasiada incertidumbre dejar este ejercicio directamente en manos del alumno?

Si todos esos supuestos se mantienen en ese nivel, y el alumno no dispone de esos controles sobre la situación, aún cuando tenga cierto dominio sobre los trazados básicos -el ángulo recto, una paralela- siguiendo las instrucciones se podría obtener otra figura debido a la imprecisión -seguramente necesaria para no recargar el enunciado- del ítem d). He aquí algunos resultados posibles, respetando las órdenes:



Si no se dieran las instrucciones necesarias para construir la figura, el alumno debería tomar decisiones que involucren las nociones antes mencionadas. Estas decisiones van a depender de la relación establecida entre el alumno y ese objeto. Si la relación con el trapecio está ligada al dibujo, es decir mediando el fenómeno de ostensión, puede responder con la figura i). Ahora bien, ese resultado "satisfactorio" no garantiza el conocimiento del objeto en cuestión. Si bien la respuesta ii) es correcta, es poco probable que se dé porque no responde estrictamente a la presentación ostensiva. En este modo de presentación de los objetos matemáticos, una **base** es tal si la figura "se apoya" de alguna manera sobre ella, y entonces debe tener una posición ya fijada.

Las nociones de rectas paralelas, perpendiculares y ángulo recto —construcciones básicas de la geometría— ligadas al dibujo, a la posición, también representan una dificultad porque se constituyen en conocimientos inutilizables en situaciones donde se haya variado las condiciones en que fueron presentadas.

V. A modo de conclusión.

Las construcciones geométricas aparecen en la enseñanza más como actividades para "hacer" en geometría que como situaciones que contribuyen al aprendizaje de la geometría. Las construcciones parecen responder favorablemente a la demanda social de que un conocimiento geométrico sea un objeto de enseñanza, pero sin los medios didácticos adecuados, se vive la ilusión de que con mostrar y ejecutar instrucciones el alumno logra aprender geometría. Resulta así una respuesta mecánica y producida como resultado de la yuxtaposición de varios algoritmos.

Si la presentación de las figuras se basa en dibujos y las construcciones son exclusivamente algorítmicas sirven para almacenar en la memoria una serie de datos sobre el objeto en cuestión, pudiendo demostrar a otros que uno "sabe". Pero usando sólo la ostensión como medio de aprendizaje, no hay posibilidades de obtener un conocimiento donde la noción adquiera sentido por ser una solución adecuada al problema.

¿No será posible establecer con alumnos de nivel primario otro tipo de relación con las figuras que no sea ésta basada en la ostensión? Nos interesa el aprendizaje de las nociones a través del planteo de las construcciones geométricas como problemas abiertos que permitan hacer funcionar los conocimientos, a veces a nivel implícito, que los alumnos poseen (situación de acción). Estamos trabajando sobre las condiciones que deben darse para que las construcciones no ejerciten únicamente la memoria y la motricidad (a efectos de lograr "precisión"), sino que favorezcan el funcionamiento y la evolución de las definiciones y las propiedades de las figuras.

BIBLIOGRAFIA

BERTHELOT, R et SALIN, M. H., *"L' enseingnement de l'espace et de la géométrie dans la scolarité obligatoire"*, thése Université de Bordeaux I, 1992.

BROUSSEAU, G., "¿Qué pueden aportar a los enseñantes los diferentes enfoques de la didáctica de las matemáticas? (Primera parte)", *Enseñanza de las Ciencias,* 8 (3, 1990), España.

CHEVALARD, Y. , JULLIEN, M. "Autour de L'enseignement de la geometrie au college. Primera parte.", *Petit X N° 27*, pp. 41 a 76, 1990- 1991, Francia.

GALVEZ, G., *"El aprendizaje de la orientación en el espacio urbano. Una proposición para la enseñanza de la geometría en la escuela primaria."*, Tesis Centro de Investigación y Estudios Avanzados del I.P.N., México, 1985.

PUIG ADAM, P., *"Curso de geometría métrica"*, Tomo 1. Fundamentos, Biblioteca Matemática, Madrid, 1961.

RATSIMBA-RAJOBHN, H., *"Etude didactique de l'introduction ostensive des objets mathématiques"*, memoire de D.E.A., Université de Bordeaux, 1977.

REY PASTOR, J. "Los fundamentos de la geometría.", *Conceptos de matemática, N° 43,* pág. 4 a 23, Argentina.

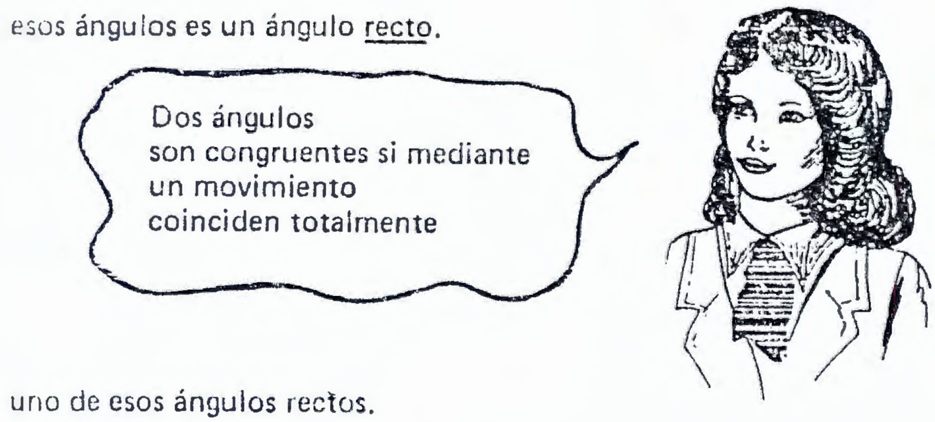
SANTALÓ, L. "Geometría y física.", *Conceptos de matemática, N° 43,* pág. 24 a 34, Argentina.

ANEXO 1
CLASIFIQUEMOS ANGULOS

Toma un círculo de papel. Pliégalo por la mitad y otra vez por la mitad.
Despliégalo.

Observa que los ángulos en que ha quedado dividido el círculo son congruentes.

Cada uno de esos ángulos es un ángulo *recto*.

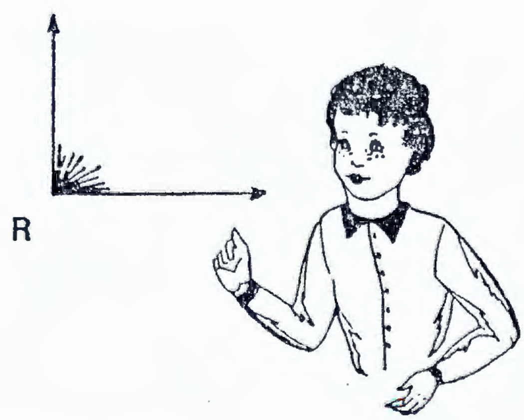


Recorta uno de esos ángulos rectos.

Apoya este ángulo sobre la hoja, y pasa el lápiz sobre los bordes rectos.

Has dibujado un ángulo recto.
Coloca letras a ese ángulo.

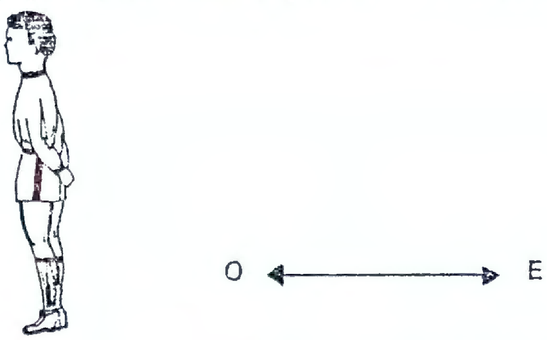
Recuerda: los ángulos menores que un recto se llaman agudos y los mayores que un recto se llaman obtusos.



ANEXO II
GIRANDO, GIRANDO, ...

Luis está parado, observando la salida del sol o sea, mirando hacia el este. Da un giro completo sobre sí mismo, y vuelve a quedar mirando al este.

Luego gira media vuelta, y queda mirando al *oeste*.



Si Luis girara 1/4 de vuelta hacia la izquierda, ¿hacia qué punto cardinal miraría?

¿Y si hiciera 1/4 de giro hacia la derecha?

Completa:

En ambos casos giró un ángulo

ANEXO III

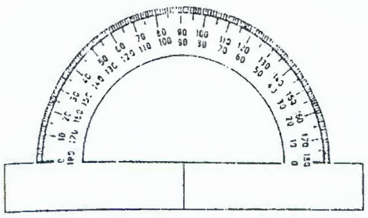
En la medición anterior, tomaste como unidad de medida angular una cuarta parte del ángulo recto.

Los hombres eligieron también un patrón universal para medir ángulos; para lograrlo, se dividió un ángulo recto en noventa partes iguales o congruentes.

> Recuerda: la unidad angular que es la noventa ava parte de un ángulo recto, recibe el nombre de grado y se escribe: 1°.

Entonces $$1^\circ = \frac{1}{90} \text{ recto}$$

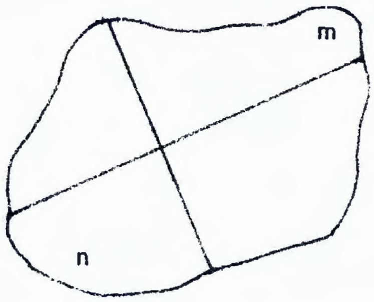
$$1 \text{ recto} = 90^\circ$$



El instrumento que se usa para medir ángulos es un semicírculo graduado de 0° a 180°. Recibe el nombre de transportador.

ANEXO IV
LAS RECTAS, LOS RECTOS.......

Toma una hoja de papel y dóblala, vuelve a doblarla haciendo coincidir los dobleces anteriores. Los pliegues han determinado 4 ángulos congruentes.



Recuerda: dos rectas secantes que determinan 4 ángulos congruentes son *perpendiculares* entre sí.

$m \perp n$, que se lee m perpendicular a n

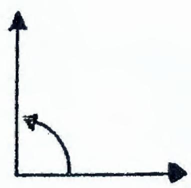
Traza dos rectas perpendiculares.

Mide con transportador cada uno de los ángulos que determinan las rectas que trazaste.

Completa:

Cada uno de los 4 ángulos determinados por rectas perpendiculares mide

ANEXO V

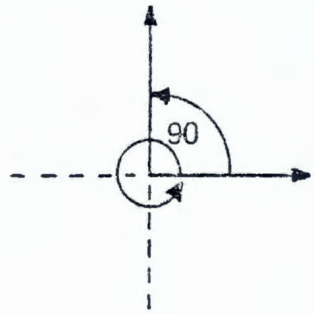


Continua el trazo del giro, en el mismo sentido, hasta obtener el doble del ángulo recto.

De acuerdo con tu experiencia completa:

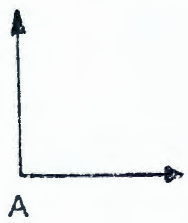
El doble de un ángulo de 90° es un ángulo

Observa el ángulo de un giro dibujado:



¿Cuántos ángulos de 90° lo forman?

Traza las semirrectas opuestas a los lados del ángulo recto A

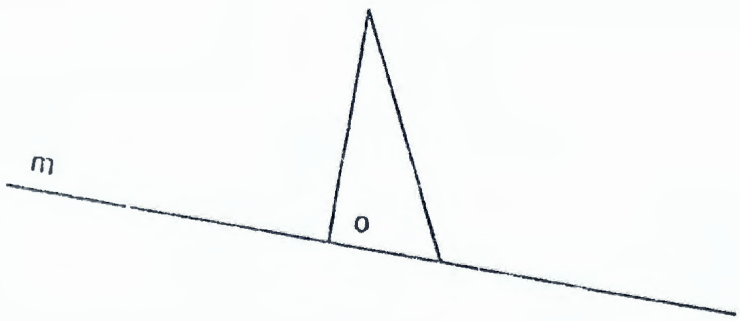


Observa y completa:

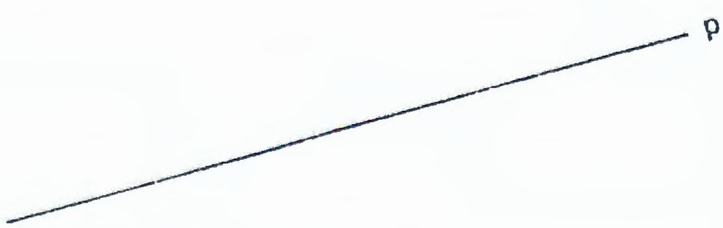
Los lados de un ángulo recto y sus semirrectas opuestas determinan rectas

ANEXO VI
JUGANDO CON REGLA Y ESCUADRA

Kinoto quiso dibujar dos rectas perpendiculares. Para ello, colocó su escuadra sobre la recta m como muestra la figura:



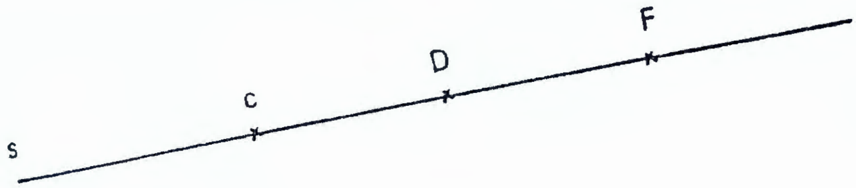
Traza una perpendicular a la recta p, usando tu escuadra:



Traza por los puntos A y B dos rectas perpendiculares a la recta r, usando tu escuadra:

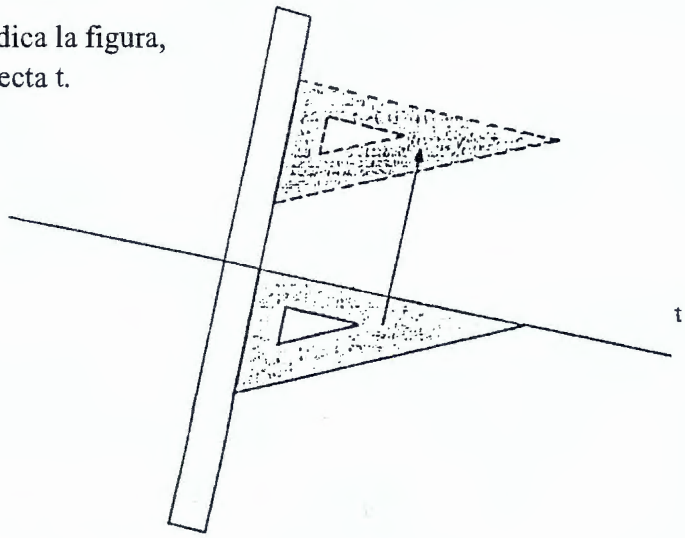
ANEXO VII

Traza por los puntos C, D y F tres rectas perpendiculares a s, usando la escuadra.



Observa que dos o más rectas perpendiculares a otra, son paralelas entre sí.

Usa regla y escuadra como indica la figura, para trazar una paralela a la recta t.

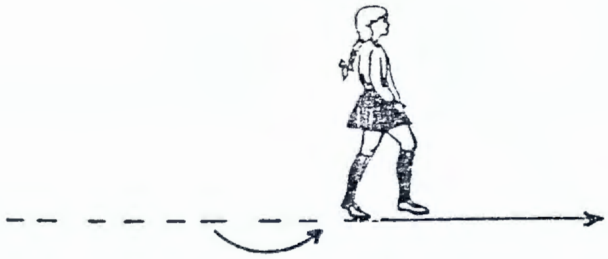


ANEXO VIII
CAMBIAR O NO CAMBIAR DIRECCIONES

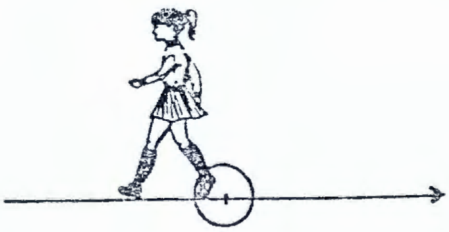
Observa los gráficos:

– Verónica no ha girado. No cambia de dirección.

– Silvina ha girado media vuelta. ha cambiado el sentido, pero no la dirección.



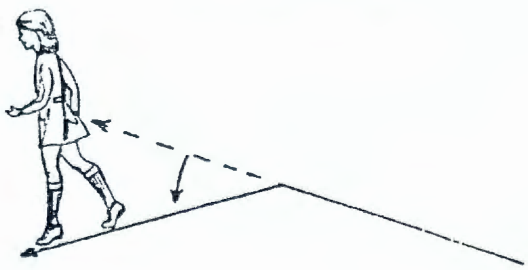
– Soledad ha girado una vuelta entera. No cambia de dirección, si de sentido.



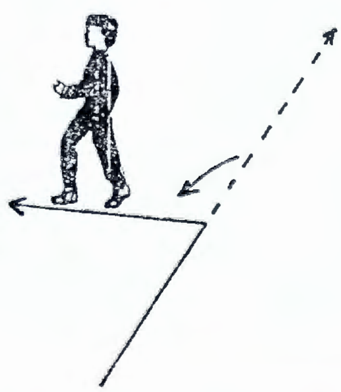
Observa las direcciones seguidas por cada una.

Verónica, Silvina y Soledad han caminado siguiendo la misma dirección, o sea han caminado sobre rectas paralelas.

– Mariana giró un ángulo agudo. Cambió de dirección.



– Kinoto giró un ángulo obtuso. Cambió de dirección.



Mariana y Kinoto caminaron cambiando de dirección. Ellos caminaron sobre rectas concurrentes.