
Los números en primer grado: Cuatro generaciones de situaciones didácticas¹

Educación Matemática
Vol. 11 No. 1 Abril 1999
pp. 57-76

Fecha de recepción: Mayo, 1998

David Block y Ana María Álvarez
Centro de Investigación y de Estudios Avanzados
San Borja, 938, Col del Valle, México
dblock@servidor.unam.mx.

RESUMEN: *En este texto analizamos algunos de los cambios a las propuestas oficiales para la enseñanza del número en primer grado, que tuvieron lugar en México entre los años sesenta y noventa. Al mismo tiempo, intentamos proporcionar un ejemplo más de la necesidad de contar con desarrollos teóricos en didáctica de las matemáticas que permitan articular criterios de índole matemática y psicológica en el campo del desarrollo curricular.*

ABSTRAC: *In this paper we analyse some changes which have been done from 1960 to 1990, to the didactical proposals about natural numbers, addressed to the first level students of elementary school in Mexico.*

At the same time, we'll try to give an exemple of the necessity, in curriculum development field, to subsume specialised knowledge, as mathematics or psychology, to a wider theory about mathematical didactics.

Revisaremos algunas de las lecciones que se han realizado a lo largo de las últimas cuatro décadas. Pensamos que esto puede ser útil, en primer lugar, para identificar en qué aspectos éstas han cambiado, y en cuales no. Nos puede ayudar también a ver de qué manera ciertas ideas, o corrientes de pensamiento que cobraron fuerza en un momento dado, influyeron en el trabajo de desarrollo curricular al centrar la atención en alguno de los múltiples componentes que intervienen en este trabajo, por ejemplo, en el componente de la disciplina, las matemáticas, o en el del desarrollo cognitivo del alumno.

Intentaremos ubicar las distintas propuestas en relación a los referentes que se consideraron en el momento de su realización, pero también haremos algunas observaciones a partir de aportes recientes de la didáctica, observaciones que evidentemente los autores de las propuestas no podían considerar. El sentido de éstas es el de destacar con más claridad la orientación de algunos cambios.

En el análisis nos referiremos tanto a las lecciones de los libros de texto como a las actividades que se plantean en los libros para el maestro, Si bien hemos revisado prácticamente todas las lecciones y actividades de cada propuesta¹, por motivos de espacio incluiremos aquí sólo algunas a título de ejemplo. Esto limitará la posibilidad de apreciar en su

¹Agradecemos a Patricia Martínez y a Irma Saiz sus valiosos comentarios a la versión preliminar del presente artículo.

² Este análisis se presenta en la tesis de maestría de A. M. Álvarez (en proceso), coautora de este artículo.

justa medida la riqueza de cada propuesta y también la diversidad de dificultades a que da lugar. Hemos intentado, no obstante, escoger lecciones y actividades representativas de las tendencias que nos parecieron caracterizar cada propuesta.

De los sesenta a los setenta: actualización a nivel de los conceptos de matemáticas

Los años 60. En los años sesenta se distribuyen por primera vez textos oficiales gratuitos en las escuelas primarias del país. El material distribuido consta, además del Libro de Texto (SEP; 1960a), de un pequeño manual para el maestro (SEP; 1960b) en el que se dan indicaciones breves acerca del contenido que se trabaja en cada lección del Libro de Texto y se sugieren actividades con objetos concretos, similares a las que se proponen en el Libro de Texto. El libro para los alumnos de primer grado, y el manual que lo acompaña fueron elaborados por dos maestras de escuela primaria. Una mirada a sus lecciones, después de casi cuatro décadas y de tres reformas, depara sorpresas, como veremos más adelante.

La concepción de aprendizaje que subyace a las actividades propuestas, así como el tratamiento que se da a las distintas nociones matemáticas fueron cuestionadas en las décadas siguientes desde dos flancos: se señaló que las propuestas descansaban en una concepción de aprendizaje excesivamente centrada en la repetición de ejercicios muy similares entre sí y en la memorización de reglas, fórmulas y definiciones. Desde el punto de vista del conocimiento disciplinario, se cuestionó el manejo poco preciso del lenguaje matemático, su identificación con los objetos concretos y su reducción a reglas.

Los años 70. En los setenta, la reforma curricular en Matemáticas que se llevó a cabo en México, se vio permeada por el espíritu que animó las reformas de los sesenta en Europa: la entrada de las matemáticas modernas.

La reforma europea se caracterizó por la determinante influencia, en el diseño curricular, del gremio de los matemáticos y, más precisamente, de los matemáticos de una corriente influyente en aquellos tiempos: los bourbakistas. El propósito de la reforma, como reacción a aquellas matemáticas de los sesenta reducidas a reglas y fórmulas, estaba orientado hacia la unificación del lenguaje y la consideración de las relaciones estructurales que subyacen a los conocimientos específicos de esta disciplina².

Se introduce una versión elemental de la teoría de conjuntos como herramienta para este fin y así, el número se presenta como clase de equivalencia de conjuntos equipotentes, la resta como el cardinal del complemento de un conjunto, la multiplicación como el cardinal del producto cartesiano, etc.

En esta época se difunden los trabajos de Dienes, precursor en el campo de la investigación en educación matemática. Dienes asumió el propósito de que los niños aprendieran estructuras más que contenidos específicos, descubriéndolas por sí mismos en una variedad de situaciones preparadas *ad hoc*. Proponía, por ejemplo, presentarles sistemas de numeración en diferentes bases y con distintos materiales para que ellos descubrieran los principios de un sistema de numeración posicional. En seguida, los niños conocerían nuestro sistema decimal como un simple caso particular (Dienes, 1971).

La influencia de la reforma Europea en México, en el diseño de programas y materiales de matemáticas para la primaria, fue particular. No se pretendió, como en otros países, presentar los distintos contenidos mediante el lenguaje de los conjuntos. Lo común puede verse, en primer lugar, en la influencia preponderante de los matemáticos en las decisiones

²En (Zuñiga, 1993) puede verse un análisis del impacto de esta reforma en América Latina

curriculares. Esta influencia se tradujo una actualización a nivel de los conceptos matemáticos a enseñar, actualización de su definición, de sus propiedades, del lenguaje mediante el cual se da cuenta de ellos. Con ello se procuraron superar ciertas características de la propuesta anterior, que para entonces ya aparecían como reducciones, sobre simplificaciones, o incluso deformaciones, por ejemplo en primer grado el uso frecuente de escrituras híbridas que combinaban símbolos numéricos con dibujos.

El peso que se otorgó a la *explicación* de los conceptos tendió a desplazar el que antes tenían las aplicaciones prácticas. Estas últimas se encuentran casi únicamente en los problemas que se presentan en sexto grado y, también en la nueva línea curricular de probabilidad y estadística.

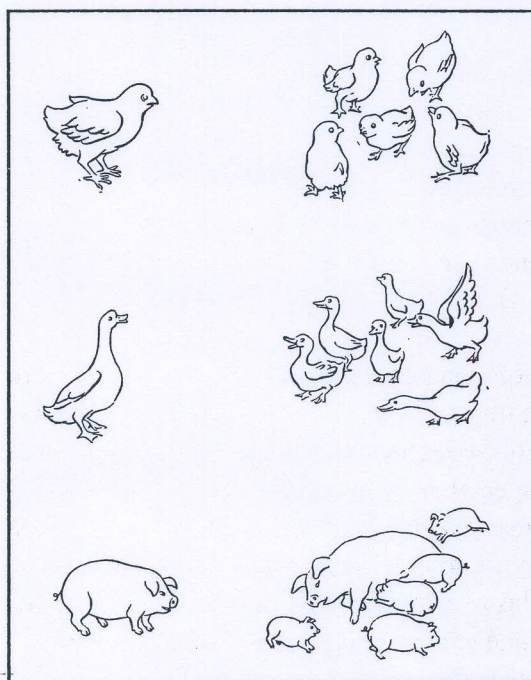
En esta década se produce, además del Libro de Texto para el alumno, un “Auxiliar didáctico” por materia y por grado para el maestro. Este último contiene información sobre aspectos de la disciplina dirigida al profesor, y sugerencias de actividades que complementan las lecciones del Libro de Texto.

Revisemos ahora algunas actividades para el aprendizaje del número en primer grado, tomadas de ambas propuestas para apreciar mejor la índole de los cambios, los aportes y las nuevas dificultades.

Las situaciones didácticas

En los materiales de ambas décadas, los símbolos numéricos se van introduciendo, uno por uno (hasta el diez en los sesenta y hasta el nueve en los setenta).

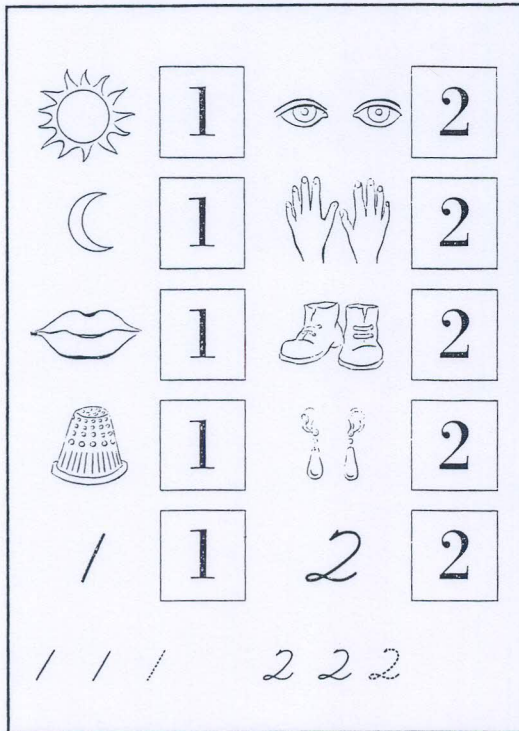
En la lección de los 60 dedicada al número uno, se presentan varios dibujos en los que se contrasta la pluralidad de objetos con la unidad: “aquí hay varios, o muchos, aquí hay uno”.



“Mi cuaderno de trabajo de primer año”. (Pág. 75). SEP, 1960.

Para el número dos, los alumnos observan varios conjuntos con dos elementos (dos ojos, dos manos, etc.), a un lado de los cuales está el símbolo numérico “2”. Los conjuntos

están formados por objetos de la misma clase (es lo que generalmente ocurre cuando contamos una colección) y son objetos que por lo general existen efectivamente en parejas. En estos detalles puede verse una preocupación por poner a los números en los contextos en los que son más familiares.



“Mi cuaderno de trabajo de primer año”. (Pág. 77). SEP, 1960.

Las lecciones siguientes son similares. Se presentan colecciones con determinada cantidad de objetos, una cantidad por lección. Podemos suponer que se espera que, con ayuda de la maestra, los niños cuenten las colecciones y asocien el último número pronunciado a la cantidad de objetos de las colecciones.

En todas las lecciones aparece además un ejercicio de trazo del símbolo numérico. Después del número cinco, se introducen las descomposiciones aditivas con diversos referentes, por ejemplo, completar fichas de dominó para que tengan determinada cantidad de puntos, completar una serie de dibujos hasta tener determinada cantidad, etc.

Así, en estas lecciones la introducción a los primeros números se realiza mediante el conteo de conjuntos con misma cantidad, conteo dirigido por la maestra, y la asociación con un símbolo numérico. Se incluye un trabajo sobre descomposiciones aditivas. Puede apreciarse un cuidado especial en la selección de los contextos.

En los 70, el cambio más importante se manifiesta en el hecho de que la noción de correspondencia uno a uno, antes implícita, se hace explícita. Se proponen primero actividades de comparación en las que los alumnos deben juntar por pares los elementos de dos conjuntos y concluir en qué conjunto hay más y, posteriormente, la misma herramienta se utiliza para introducir, uno por uno, los números del uno al nueve.

Se explica al maestro la noción de conjuntos “equipotentes”, conjuntos “entre los cuales puede establecerse la relación “tantos como”. El número “uno” resulta de establecer correspondencias uno a uno entre conjuntos con un elemento. Se dice textualmente en el auxiliar didáctico, (SEP, 1972a:22)

Presentar a los alumnos (...) diferentes conjuntos de un solo elemento, sin indicarles (todavía) el número. A continuación se procede a:

- a) Hacerlos observar que entre cada par de estos conjuntos se puede establecer la relación “tantos como”.
- b) Hacerlos observar que estos conjuntos tienen esta propiedad común independientemente del objeto que forma el conjunto, de que cada uno de ellos tiene tantos elementos como otro.
- c) Asignar a esta propiedad el número uno.
- d) Pedir a los alumnos que sobre sus pupitres formen conjuntos de un elemento.
- e) Dar a conocer el nombre uno y el símbolo 1.
- f) Aprender a escribir el símbolo 1 y la palabra correspondiente.

Las lecciones para los demás números menores que 10 son similares. Se van introduciendo también las descomposiciones aditivas.

La introducción explícita de la correspondencia uno a uno puede verse en primer lugar como parte del movimiento de las matemáticas modernas: se hace explícita la construcción del número en tanto clase de equivalencia de conjuntos equipotentes.

Esta construcción, al destacar una característica esencial de la noción de número más allá de su representación simbólica e incluso previa al conteo, tiene consecuencias didácticas importantes, en particular, la consideración de que los niños pueden realizar tareas relativas a los números antes de conocer su expresión formal, pueden, por ejemplo, comparar y clasificar conjuntos por su cardinalidad antes de saber contar y antes de saber representar simbólicamente a los números.

Este ejemplo ilustra bien una de las orientaciones de los nuevos materiales al destacar que conocer *la noción* de número es más que sólo representar simbólicamente al número o sólo contar. Por otra parte, el mismo ejemplo muestra las dificultades de concretar esta actualización: la herramienta “correspondencia uno a uno” es introducida de manera un tanto artificial (para saber que varios conjuntos tienen un elemento, los niños no necesitan hacer correspondencias uno a uno) y también con un formalismo un poco excesivo (es poco probable que los niños comprendieran que tener “tantos como” es *una propiedad* y que ésta se llama “uno”)

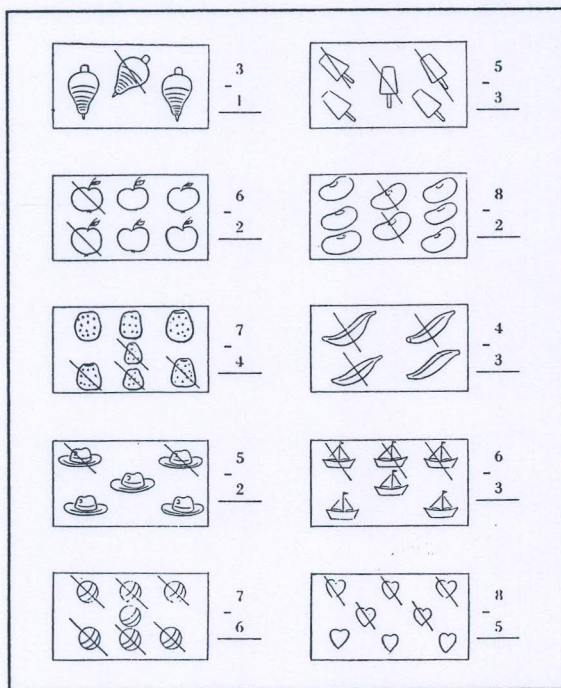
Otra diferencia, aparentemente nimia, entre las lecciones sobre los primeros números de ambas propuestas son los elementos que componen las colecciones que se cuantifican. Ahora, en los setenta, las colecciones no están formadas por objetos de la misma especie (se considera, por ejemplo, un conjunto de tres elementos, formado por una persona, una plancha, un zapato). Esta característica no es casual, responde al propósito de presentar la noción en la acepción más general posible para este grado, se intenta no limitarse a casos particulares. Cualquier conjunto con tres objetos, no importa qué sean éstos, cumple con la propiedad de tener “tantos como” otro conjunto con tres objetos. Sin embargo, en las prácticas usuales de conteo, incluyendo las que los niños de primer grado seguramente ya han tenido, los conjuntos que se cuentan están formados por objetos del mismo tipo (se cuentan personas, golosinas, etc.). Hay aquí una tensión entre recuperar los contextos familiares en los que funcionan los conocimientos o, al contrario, el alejarse de éstos para poder destacar aspectos más generales de una noción. El espíritu más matemático de los autores de los setenta los inclinó con frecuencia por la segunda opción, en los ochenta se retornará a primera.

Este mismo propósito, hacer explícita una característica abstracta y general del concepto de número (como clase de equivalencia), puede explicar en parte el hecho de que la actividad de aprendizaje que se propone consista básicamente en observar (incisos a y b de la actividad anterior), escuchar (c y e), manipular como se indica (d) y escribir lo que se dice

(f). Es decir, los niños no establecen por iniciativa propia correspondencias uno a uno para comparar conjuntos con muy pocos elementos, ni llaman a eso “propiedad”, para ello tienen que seguir instrucciones precisas como las que se proponen. En este sentido, la forma en que se considera el aprendizaje no es tan distinta a la de la década anterior, cambia, sí, el referente.

En el tratamiento que se da a otros contenidos se encuentran características similares en ambas propuestas⁴. Veamos una lección introductoria sobre la sustracción:

En el libro para el niño de los años 60 se presentan varias colecciones dibujadas, tres trompos, seis manzanas, siete tunas, etc., con algunos objetos tachados. A un lado de cada colección está indicada la sustracción correspondiente en forma vertical: 3-1, 6-2, 7-4 etc. Se puede suponer que la maestra explicará que “había 3, se quitó uno, quedan dos”, y que por lo tanto el resultado de la sustracción 3-1 es 2. Se espera que asocien la sustracción con la acción de quitar. La lección presenta ciertamente puntos débiles, una vez que los niños resolvieron los primeros dos o tres ejercicios, pueden escribir los demás resultados simplemente contando los objetos no tachados, sin prestar atención a los números que se restan. Sin embargo, la representación es muy clara, no cae, por ejemplo, en un error clásico que hemos visto en libros comerciales actuales, de representar con dibujos tanto el minuendo como el sustraendo (frente a lo cual frecuentemente algunos niños suman, no restan).



“Mi cuaderno de trabajo de primer año”. (Pág. 92). SEP, 1960

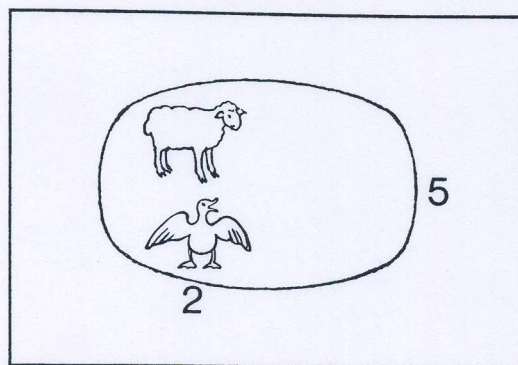
Revisemos ahora una lección sobre la sustracción de los materiales de los setenta: En el libro del maestro (SEP, 1972a; 46), se dice:

1. “El maestro les dice a los niños que este juego de buscar un número perdido se llama el juego de restar enteros y que vamos a utilizar otro símbolo para hacer más fácil el juego; este símbolo es una rayita -, que se lee menos (se pone en el pizarrón).

⁴ Otro recurso innovador que se introdujo en la década de los 70 fue el uso de la recta numérica para representar los números.

“Ahora el maestro presenta en el pizarrón una figura de la forma siguiente:...”

Posteriormente, aparece el siguiente dibujo:



“Auxiliar Didáctico para el Primer Grado”. (Pág. 46). SEP, 1972

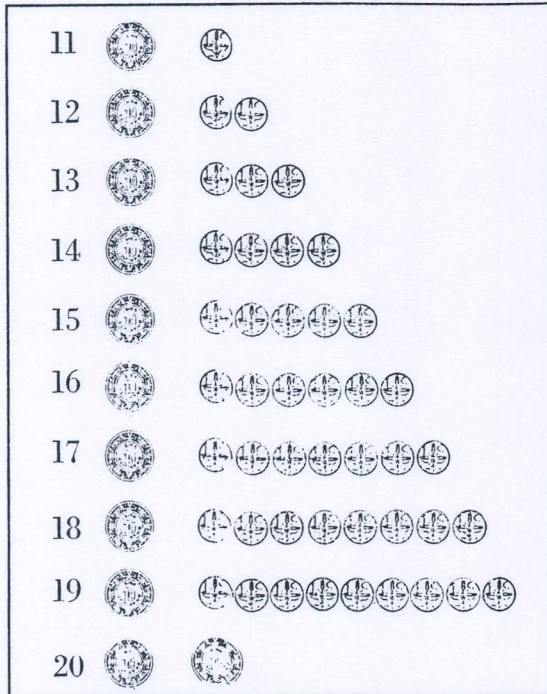
Finalmente, la explicación de esta equivalencia :

“Cinco cosas que debemos tener menos dos que tenemos nos dice cuántas nos faltan”

La sustracción se introduce ahora a partir del significado de diferencia, más precisamente, de complemento aditivo, en vez de a partir del significado de “quitar”. Posiblemente se optó por este significado debido a que en matemáticas la sustracción se define a partir de la adición. Esta última interpretación corresponde también a la definición conjuntista de la sustracción: si la adición es el cardinal de la unión de conjuntos (disjuntos), la sustracción corresponde al cardinal de uno los subconjuntos, cuando se conoce el cardinal del otro y el de la unión.

Una vez definida a sustracción como la búsqueda del sumando que falta en una adición, se establece la equivalencia de esta definición con la idea de quitar. Puede preverse que la definición de “5-3” como el número que sumado a 3 da 5, y sobre todo, la inferencia que lleva a concluir que ese número se obtiene quitando 3 a 5 resultan muy complicadas para niños de primer grado. Nuevamente, el propósito de transmitir una definición más precisa, con un lenguaje más apropiado no logra traducirse en situaciones accesibles. La dificultad principal parece radicar en el intento de hacer explícitas, desde el primer momento, ciertas relaciones y propiedades.


Cabe señalar que las autoras de la propuesta de los 60' también tenían presente la necesidad de dar a conocer a los niños distintos significados de la sustracción y no uno sólo. En varias ocasiones se presentan problemas sencillos de complemento aditivo, por ejemplo completar los puntos de fichas de dominó para tener determinada cantidad de puntos, pero se propone expresar la resolución mediante una adición, no mediante una sustracción. En una de las últimas lecciones del libro se presentan cinco problemas con texto que implican restar. Hoy en día cuestionamos el que todos impliquen restar porque los niños pueden dejar de elegir la operación (además en varios casos la respuesta se encuentra en el dibujo, lo que evita la necesidad de restar), pero, por otro lado, llama la atención que la estructura semántica de los problemas va cambiando, unos problemas corresponden a la idea de quitar, otros llevan a establecer una diferencia, otros a igualar, etc. Parece estar presente, nuevamente una preocupación por los *sentidos* de una noción en contextos específicos, si bien ésta no se hace explícita.





“Mi cuaderno de trabajo de primer año”. (Pág. 119). SEP, 1960.


Veamos por último la forma en la que ambas propuestas introducen la escritura de los números grandes. En la década de los sesenta, después del 10, se seguían introduciendo los números uno por uno hasta el 20 sin otro cambio de estrategia que la utilización de monedas de 1 y 10 centavos. Los alumnos, al copiar y repetir series, y tal vez al asociar las escrituras con las monedas dibujadas, tenían que aprender los mecanismos que permiten generar la serie.


Pedro vive en el campo.

 1. En el palomar tiene 10 palomas. Si regala 4, ¿cuántas le quedan? _____

 2. Pedro le puso a la gallina Pinta 9 huevos. Ya nacieron 6 pollitos. ¿Cuántos faltan por salir? _____

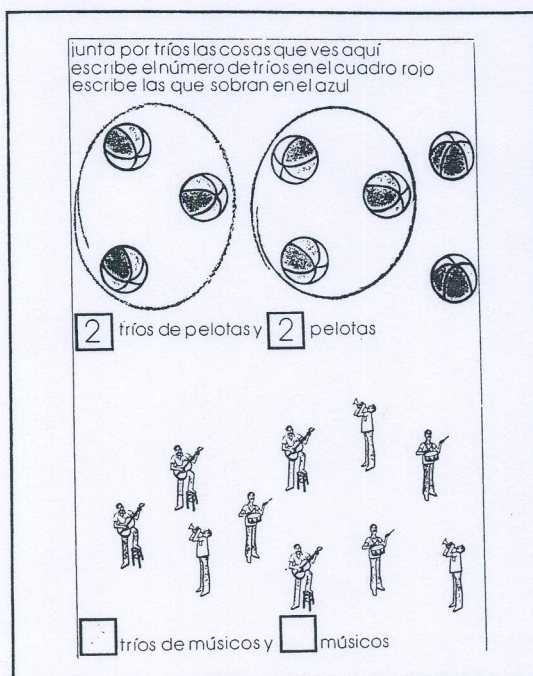
 3. Pedro tiene 8 patos, 3 son negros. ¿Cuántos son blancos? _____

 4. La vaca dio 6 litros de leche. Pedro vendió 4. ¿Cuántos le quedaron? _____

 5. La mamá de Pedro necesita 7 manzanas para hacer dulce. Tiene estas 3. ¿Cuántas le faltan? _____

“Mi cuaderno de trabajo de primer año”. (Pág. 98). SEP, 1960

En los 70 se da un cambio importante: los principios de base y posición del sistema decimal de numeración, que eran manejados de manera implícita y por la asociación con monedas en la década anterior, son estudiados ahora explícitamente, antes de escribir números mayores que 9 (no debía usarse algo que no hubiera sido previamente definido, explicado). En el libro del niño se presenta un extenso trabajo de agrupamientos en distintas bases, bastante claro y accesible.



“Matemáticas Primer Grado”. (Pág. 118). SEP, 1972.

El estudio del sistema de numeración constituye una de las aportaciones de la década de los 70 que perdura hasta nuestros días.

Los años ochenta: manipulación de objetos

Antecedentes. En los setenta se registra en Europa el fracaso de la reforma de las matemáticas modernas. Se presentan dificultades de distinta índole:

- Los propósitos y motivos de la reforma resultan ajenos e incomprensibles para los maestros y los padres de familia. Los maestros no se apropian del espíritu que animó la reforma, la viven como una imposición y, en consecuencia, se genera un fuerte rechazo.
- Los niños aprenden con menos eficiencia contenidos considerados sin embargo como básicos (las operaciones).
- La idea de conocer estructuras matemáticas y a partir de ellas deducir lógicamente los aspectos específicos también fue cuestionada: por un lado, al pasar a las aulas esta idea sufre efectos deformantes que le hacen perder su sentido (los niños acaban aprendiendo términos y trazando flechas). Por otro lado, empieza a sospecharse que ese camino, de lo abstracto y general a lo particular, no necesariamente constituye el mejor camino para que los niños y jóvenes aprendan matemáticas. Brousseau, un importante crítico a esta reforma, señalaba, por ejemplo, que el problema de encon-

trar la estructura común a diferentes situaciones, no constituye “un problema” para los niños. Lo es para los matemáticos. Los niños no tienen forma de orientar, con autonomía, sus acciones. Necesitan acudir a “pistas” ajenas a la situación. Está en juego el sentido que los conocimientos tienen para ellos (Brousseau, 1987).

La reforma de los años ochenta en México. En la década de los 80, se reforma en México el currículum de los tres primeros grados de primaria:?

- Se plantea el propósito de integrar los contenidos relativos a las distintas disciplinas en torno a “núcleos integradores”, los cuales eran a veces temas como “la familia”, a veces competencias como “la comunicación” (primero y segundo grados).
- Se eliminan los contenidos de lógica y conjuntos. Se plantea que el desarrollo del razonamiento lógico se debe propiciar al trabajar con los contenidos específicos de matemáticas.
- Se retorna a la idea de una matemática que se comprende a partir de casos particulares, de “problemas reales”. Se plantea también que las matemáticas, en tanto lenguaje, se relacionan con el núcleo integrador de la comunicación.
- Se empieza a notar la influencia, esta vez de los psicólogos del aprendizaje de orientación piagetiana, en tres aspectos:
 - La atención se desplaza, de la estructura inherente a las matemáticas, al proceso de aprendizaje del niño y, en consecuencia, a los métodos de enseñanza.
 - Se ubican algunos contenidos teniendo en cuenta las etapas de desarrollo cognitivo señaladas por Piaget (de una manera un poco esquemática).
 - Se enfatiza la manipulación de objetos concretos. Se habla de una metodología para la enseñanza de las matemáticas que plantea partir de problemas que se resuelven primero con objetos, después a nivel gráfico, después a nivel simbólico.⁵

Los materiales para la enseñanza constan de un libro para el niño, un material recortable y un libro para el maestro. Debido a la integración, en primero y segundo grados no hay libros por materia. El libro para el maestro incluye los programas así como sugerencias de actividades para el desarrollo de cada contenido.

Las situaciones didácticas.

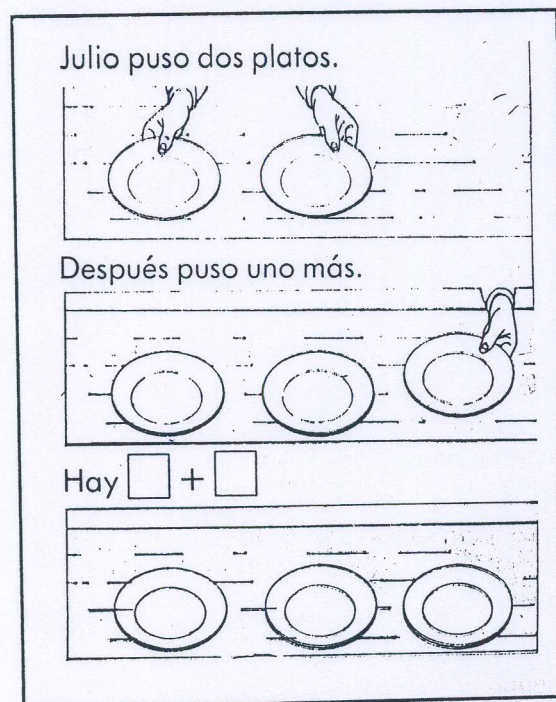
Al igual que en las dos propuestas anteriores, después de algunas lecciones en las que se propone comparar colecciones, los números se introducen uno por uno, nuevamente hasta el número diez (ya no se considera indispensable, como en los 70, que los niños comprendan las reglas que subyacen al sistema decimal antes de escribir un primer símbolo de dos cifras). Se destaca el hecho, antes implícito, de que cada número se forma agregando uno al anterior.

⁵ En (Balbuena et. al., 1992) se analiza la metodología para la enseñanza de las matemáticas que caracteriza a los programas de este periodo. Cabe agregar que la influencia de psicólogos piagetianos se expresó también, en algunas propuestas, en la introducción de actividades previas a las de número, sobre seriación y clasificación, ver por ejemplo Velázquez, et. al, 1984.

Veamos como ejemplo la actividad que se sugiere en el libro para el maestro (SEP, 1983a) para el número “tres”:

El propósito expresado es que el alumno “relacione colecciones de tres objetos con sus representaciones verbales y simbólicas” A continuación se propone:

- Forme colecciones de uno y dos elementos escribiendo el número y la palabra correspondiente
- Ponga un objeto más en algunas de sus colecciones de dos elementos.
- Resuelva el ejercicio de su libro (L. pag. 82)
- Compare estas nuevas colecciones con las de dos y las de uno y vea si puede asignarles alguno de los números que conoce.
- Use la palabra tres para referirse a cada una de sus nuevas colecciones
- Escriba en el libro el número 3 junto a cada dibujo (L. pag. 83)
- Divida en grupos las colecciones de elementos ya formados y, para cada una, indique que se puede nombrar como: “dos y uno” o “dos más uno” o “uno y dos” o “uno más dos” o “uno más uno más uno” según sea el caso, y que estas palabras se escriben simbólicamente: “1+2”o “2+1”o “1+1+1”
- Expresé verbalmente que “tres es lo mismo que dos más uno”, o bien “tres es igual a dos más uno”, etc.
- Señale ejemplos de conjuntos de tres elementos que encuentre a su alrededor
- Identifique situaciones donde se aplique el número 3
- (...)



“Mi libro de Primero, parte 1”. (Pág. 82). SEP, 1983

Los demás números se introducen de manera similar, al aumentar el tamaño aumenta la diversidad de descomposiciones aditivas.

Como en las actividades de la década anterior, se propone presentar al alumno varias colecciones con tres objetos, a fin de que observe que éstas guardan algo en común, la

cantidad, tres elementos. Pero ahora: 1) las colecciones se forman agregando uno a las anteriores lo cual apunta a destacar el principio generador de la serie numérica; 2) las colecciones están formadas por objetos del mismo tipo, lo cual corresponde a experiencias familiares de conteo y 3) se insiste en las múltiples descomposiciones aditivas de cada número que se introduce. La correspondencia uno a uno está presente, pero de manera implícita.

Notemos que se pide que el niño vea si conoce el nombre del número antes de decírselo. Puede verse aquí una señal, ciertamente aún débil, de que se empieza a considerar explícitamente que el niño puede saber algo antes de que le sea enseñado.

Sin embargo, también se puede observar que la actividad que se demanda al niño es completamente *dirigida*. El niño, según lo que se plantea en la propuesta referida arriba, debe seguir una serie de instrucciones precisas: formar la colección, agregar uno, decir “tres”, separar la colección, decir “dos y uno”, escribir “2+1” para finalmente identificar problemas en los que se “aplica” la noción así enseñada. Se trata de una especie de “algoritmo” con material concreto. A pesar de que en la introducción se dice que el proceso de aprendizaje se inicia con la resolución de problemas, no hay ninguna problematización inicial, sí en cambio, como es la tradición, se sugiere vagamente una “aplicación” posterior en problemas.

Prácticamente todas las actividades sugeridas en el libro para el maestro tienen esta forma. La razón de ser, para el niño, de cada paso de la larga lista de instrucciones, se descubre en la última instrucción: se trataba de decir cuánto había.

La fuerte tendencia a guiar paso a paso la actividad del alumno se manifiesta por igual en las lecciones del libro de texto: incluso cuando se trata de “problemas”, se indican las operaciones que hay que hacer, los alumnos sólo tienen que poner las cantidades en los cuadritos y resolver la operación.



Escribe lo que falta.

El arroz y la machaca cuestan
 + pesos o pesos.
 + =

El consomé y el mole cuestan
 + pesos o pesos.
 + =

El arroz y la cochinita cuestan
 + pesos o pesos.
 + =

“Mi Libro de Primero, parte 1”. (Pág. 354). SEP, 1983.

Con respecto a la representación de los números mayores que diez, se recupera la propuesta de los años 70 de enseñar los principios de base y posición del sistema decimal, pero también en este punto se reduce la expectativa de generalización: ya no se proponen agrupamientos en distintas bases, solo en base diez.

En suma, en los materiales de la década de los ochenta puede observarse una mayor consideración de los procesos de aprendizaje de los niños, lo que llevó a suavizar el grado de formalización de la propuesta anterior y a enfatizar la actividad de los alumnos con material concreto, aunque dicha actividad tiende a reducirse a una manipulación dirigida de objetos.

Los años noventa: hacia un nuevo papel de los problemas.

Antecedentes. Durante la década anterior, en los años ochenta, la investigación sobre los procesos de enseñanza de las matemáticas que se inició en los setenta, se desarrolla significativamente en México y en muchos otros países. En lo que respecta al nivel básico, se realizan numerosos estudios en didáctica de las matemáticas que incluyen la experimentación en el aula de secuencias de situaciones de aprendizaje para la mayor parte de los temas de este nivel.

Si bien el enfoque de estos estudios tiene también una filiación piagetiana, ésta es distinta a la de las propuestas curriculares de principios de los ochenta. No se trata ya de desprender «orientaciones didácticas» de las investigaciones sobre desarrollo cognitivo de los alumnos, ni tampoco, prioritariamente, de distribuir los contenidos en función de las etapas de desarrollo. Se pretende más bien estudiar las condiciones didácticas que pueden favorecer el aprendizaje de las matemáticas, a partir de una concepción epistemológica piagetiana acerca de los procesos de construcción del conocimiento. Si el conocimiento se construye por adaptación a un medio que ofrece resistencias, el problema didáctico está en construir y estudiar ese medio para propiciar aprendizajes matemáticos. (Brousseau, 1987; Moreno y Waldegg, 1991; Block, 1989).

A finales de la década, se realizan en México dos programas de desarrollo curricular que incluyen una propuesta para la enseñanza de las matemáticas en el nivel básico (Educación Especial y CONAFE). Ambos se proponen incorporar los aportes de la investigación en didáctica de las matemáticas. (Velázquez et. al., 1984, 1987, 1988a, 1988b; Rockwell et. al., 1989a, 1989b, 1989c, 1992, 1993; Block et. al., 1993)

La reforma de los años noventa. En la reforma curricular para el nivel primaria que tuvo lugar en la presente década, para la elaboración de los materiales, se contó con los aportes de los programas de desarrollo curricular antes citados y de las investigaciones en didáctica de las matemáticas.

Dos características del enfoque de estos programas son:

- El peso acordado al aspecto de los significados de los conceptos en distintos contextos.
- El peso acordado a la resolución de problemas como la actividad fundamental, no sólo del matemático, sino del aprendiz, como actividad a través de la cual los estudiantes pueden construir nociones matemáticas (Mancera, 1991; Block y Fuenlabrada 1996; Fuenlabrada, 1994 y 1996; Carvajal, et. al., 1996; Balbuena, et.al. 1996).

Los materiales que se produjeron para la enseñanza de las matemáticas constan de un libro de texto para el alumno, un fichero con actividades didácticas para el maestro, un libro por grado para el maestro con información sobre el enfoque y sobre cada eje conceptual y un avance programático en el que se sugiere una articulación de lecciones del libro de texto y de actividades del fichero.

Las situaciones didácticas.

La exploración de situaciones problema en las que el uso oral o escrito de los números constituya el recurso idóneo de resolución, que permitan a los alumnos aproximarse a la

meta a partir de sus conocimientos previos, con procedimientos precarios, que les permitan verificar el resultado de sus decisiones y acciones y, finalmente, que propicien la evolución de sus procedimientos, llevó al diseño de una situación “fundamental”⁶ sobre el número (Brousseau, 1987). Analizaremos aquí la versión que se propone en la ficha 14, “Platos y Cucharas I” del Fichero de actividades didácticas de primer grado (SEP, 1992;14):

El propósito que se señala es “que los niños cuenten oralmente la cantidad de objetos que tienen diversas colecciones, comuniquen cantidades a través de mensajes orales, utilicen representaciones gráficas no convencionales y convencionales para expresar cantidades”. La actividad es la siguiente:

Versión 1

Se organizan equipos de cuatro niños. Un equipo pasa al frente del salón y se encarga de entregar los palitos, que representan cucharas. A los demás equipos se les asigna una cantidad diferente de tapaderas, que representan los platos (hasta diez en el bloque I y hasta quince en el bloque II).

Cada equipo cuenta sus platos y manda a un representante para que pida oralmente las “cucharas que necesita para poner *una sobre cada plato*”. Ganan los equipos que en el primer intento coloquen las cucharas, sin que sobren ni falten.

Cuando sobren o falten cucharas, se les ayuda a ver quién se equivocó, si el equipo que hizo el pedido o el que entregó las cucharas (...). La actividad se repite varias veces en cada sesión. El maestro entrega cada vez una cantidad diferente de platos y cambia a los niños encargados de entregar las cucharas (...)

(en la *Versión 2*, el pedido se hace por escrito, en un papelito).

A partir del manejo de ciertas variables de esta situación, por ejemplo, los pedidos deben hacerse por escrito en vez de oralmente, el tamaño de las cantidades aumenta, se generan otras situaciones con mayor grado de complejidad.

Se trata de una situación de comunicación en la que efectivamente se pone en juego el uso de los números. Para hacer su pedido, los niños deben cuantificar su colección de platos. Si ya saben contar, harán funcionar este recurso; los que aún no lo logran, disponen de otros recursos como contar subcolecciones pequeñas (2, 2, y 1...), construir una colección intermedia (con los dedos, por ejemplo), o, en el caso de mensajes escritos, dibujar la colección objeto por objeto. Aquí re encontramos la correspondencia uno a uno, esta vez como recurso que los niños pondrían en juego espontáneamente para resolver un problema.

Los alumnos que reciben el pedido tendrán que interpretar el mensaje, concretizar la cantidad expresada. La situación permite a los niños verificar el grado de éxito de sus recursos en el momento en el que se entrega el pedido y se coloca cada cuchara sobre cada plato. De esta manera, se establece un diálogo entre los niños y la situación que promoverá la evolución de los mensajes.

En cierto momento se propone que cada niño disponga de una tira en la que esté escrita la serie de números del 1 al 15, de manera que puedan identificar, contando sobre la serie, el símbolo numérico que necesitan.

Una diferencia importante entre esta situación y las que se proponen en la década anterior es la concepción de “actividad del alumno”: no se trata ya de dictar al alumno instruc-

⁶ Brousseau define a una situación fundamental como una situación característica del conocimiento de que se trata, frente a la cual dicho conocimiento constituye el recurso idóneo de resolución, o claramente ventajoso con respecto a otros.

ciones que guían su acción, sino de plantearle un problema que lo lleve a decidir las acciones que realizará. Es la calidad del problema planteado lo que hace necesario poner en marcha, en algún momento, recursos a los que subyace la noción matemática prevista.

Cabe señalar que, desde este mismo punto de vista, en la versión descrita arriba se manifiesta aún la persistente tendencia a guiar la resolución de los niños: se dice “cada equipo cuenta sus platos y manda a un representante ...”, cuando en realidad no es necesario, ni conveniente, especificar lo que cada equipo debe hacer para resolver el problema, puesto que se espera que el problema planteado lleve a ello.

Al plantear un problema a los alumnos en el que la meta a alcanzar es clara para ellos sin guiar su resolución, la situación puede dar lugar de manera natural a la producción, por parte de los niños, de procedimientos personales, no formales de resolución, como los indicados más arriba: dibujo de la colección, representación de la cantidad con los dedos, conteo de colecciones más pequeñas. Se espera que la experiencia reiterada en situaciones de este tipo (se van introduciendo restricciones como “ahora no se vale dibujar”), aunada a los aportes del grupo y del maestro, permita a los niños apropiarse no sólo del conocimiento de los símbolos numéricos, sino, junto con ello, de uno de sus sentidos básicos: comunicar una cantidad.

El que los números no se introduzcan uno por uno y en orden sino simultáneamente dentro de cierto rango, responde a la misma lógica: los números adquieren sentido en situaciones en las que se utilizan varios a la vez. Si todas las situaciones de “la lección del día” fueran sobre el número tres, no sería necesario expresar la cantidad pues sería claro que siempre se trata de “tres”.

Para el aprendizaje de otros aspectos específicos, en los materiales se presentan algunas situaciones más con las características de la situación anterior (ver por ejemplo las fichas “La Caja” o “Las Maquinitas” para las operaciones de suma y resta, “El Caminito” para el orden de los números y para el sistema decimal de numeración o la lección “¿Sobran o faltan?” del libro de texto). Otras situaciones en cambio son más simples y tienen el propósito de afirmar un conocimiento, repasar o evaluar (por ejemplo, escribir la cantidad de objetos que hay en una colección, formar una colección con determinada cantidad de objetos).

¿Sobran o faltan?



“Matemáticas. Primer grado”. (Pág. 28). SEP, 1992.

Con respecto a los números más grandes, se afirma una tendencia ya visible en la propuesta de los ochenta: aplazar un poco más el momento en el que los niños deben conocer explícitamente los principios de base y posición del sistema decimal de numeración, pero no por ello se limita el rango numérico hasta nueve. Los símbolos numéricos se siguen introduciendo como símbolos arbitrarios, se favorece el descubrimiento de ciertas regularidades en la serie mediante actividades como identificar un número en el "Caminito", escribir el sucesor de un número, buscar en el libro la página número tal.

El aplazar el estudio explícito del sistema de numeración obedece a consideraciones de diversa índole. Por un lado, se ha encontrado que la comprensión de los principios de base y posición, y más precisamente la comprensión de la noción de "valor relativo" de una cifra (concebir a un grupo de unidades como nueva unidad), es más difícil para los niños pequeños de lo que se pensaba (Steffe, 1980). Por otro lado también se ha demostrado que los niños, al ingresar a primero de primaria, tienen ya ciertos conocimientos sobre la escritura de los números que, si bien son incompletos, algunos erróneos, les permiten avanzar más o menos rápidamente en el conocimiento de los "mecanismos" de la serie numérica. Se tiene la hipótesis de que estos conocimientos facilitarían a los niños, más adelante, la comprensión de los principios de base y posición (Lerner y Sadovsky, 1994).

Así, en los noventa se buscan alternativas que superen la oposición entre las propuestas de los 60 y 70: ni una enseñanza basada en la copia "mecánica" de series de números, pero tampoco la enseñanza prematura de principios que subyacen al sistema de numeración.

Para terminar los comentarios sobre la propuesta de esta década, señalemos que los seguimientos que se han comenzado a hacer sobre el uso de los materiales (sobre todo del libro de texto) han identificado algunas dificultades en la realización de ciertas lecciones (Carvajal, 1996; Álvarez, s/f).

Probablemente la principal limitación es la débil comunicación al maestro de los aspectos más importantes de la propuesta. La información que se proporciona acerca de la secuencia en general, y de las características de las situaciones en particular parece ser insuficiente para permitir al maestro comprender su sentido y modificarlas o sustituirlas con mayor conocimiento de causa. Además no se distinguen suficientemente las diferentes *funciones* de la diversidad de situaciones que se presentan, de manera que aquellas que son fundamentales para el aprendizaje quedan en cierta forma perdidas entre otras cuyo propósito no puede ser más que repasar, ejercitar o evaluar. Probablemente la organización de la propuesta en tres materiales (libro del niño, fichero, avance programático) dificulte también su consulta.

Esta carencia se relaciona con una problemática que empieza a ser discutida en el medio: la relativa al tipo de información que el maestro requiere para desarrollar su trabajo en el aula. Volveremos brevemente sobre este punto en los comentarios finales.

Comentarios para terminar

1. Matemáticas, psicología y didáctica

Podemos decir, refiriéndonos a las situaciones didácticas de los años 60, que éstas descansan en un frágil equilibrio en la consideración de tres aspectos, los relativos a la disciplina (matemáticas), al alumno (consideración de sus conocimientos y capacidades), y al maestro (consideración de una comunicación clara con él y de la factibilidad de la propuesta).

Decimos “frágil equilibrio” porque éste no era explícito, no era objeto de reflexión, y, por ello, no se sostuvo frente al cuestionamiento que se hizo en la década siguiente.

En los años 70, la atención se centró en el referente de la disciplina (las matemáticas), se introducen explícitamente nociones básicas que antes estaban implícitas (la noción de correspondencia uno a uno, las características del sistema decimal de numeración) con lo cual se da una importante actualización a nivel de los conceptos, pero otros referentes pasaron a un segundo plano, el equilibrio se rompió, y, como ya vimos, desde el punto de vista didáctico se presentan dificultades en el tratamiento de algunos aspectos.

En los ochenta, se matiza la tendencia a la formalización de la década anterior probablemente como consecuencia de los cuestionamientos que a nivel mundial se hicieron a las matemáticas “modernas” y a la influencia creciente de la psicología del aprendizaje, las formas de aprendizaje de los niños empiezan a ser consideradas explícitamente. No obstante, las situaciones son pobres desde el punto de vista del tipo de actividad que propician, de la forma en que ponen en funcionamiento a los conocimientos matemáticos, tienden a reducirse a una manipulación muy dirigida de material concreto, ¿fue esto también consecuencia de una interpretación particular de las operaciones concretas de Piaget?

En la presente década, el diseño de situaciones didácticas sobre el número empieza a considerar de manera explícita, aunque todavía incipiente, los resultados de más de dos décadas de investigación en didáctica de las matemáticas, en particular, el estudio de un “medio” susceptible de propiciar una actividad más fecunda por parte del alumno.

En esta visión retrospectiva se puede apreciar una característica distintiva del acercamiento didáctico contemporáneo, la posibilidad de *subsumir* dos de los principales referentes de la enseñanza de las matemáticas, las matemáticas mismas y la psicología, al estudio específico de la enseñanza y del aprendizaje de esta disciplina en la escuela.

Posiblemente el desarrollo ulterior de la didáctica pase por su capacidad de considerar en mayor medida otros referentes, por ejemplo, el de las condiciones específicas del trabajo del maestro en el salón de clases, así como el de su formación.

2. Precisiones y otros puntos de vista

El análisis que hemos realizado sobre las situaciones didácticas de las propuestas oficiales entre 1960 y 1990 refiere únicamente al tema de número natural, sus relaciones y operaciones y no es generalizable a las propuestas completas. Aun cuando se pueden identificar ciertas tendencias en los distintos materiales de cada década, hay también diferencias entre ellos, sobre todo de un grado escolar a otro y también al interior de un mismo libro, al pasar de un tema a otro.

En el libro de matemáticas para sexto grado de la década de los setenta, por ejemplo, no se observa la tendencia a la formalización característica de los otros libros, y en cambio hay una selección muy cuidada y variada de problemas de aplicación.

Avila (1988), por su parte, realiza una lectura crítica de las distintas propuestas contenidas en los textos de matemáticas de 1948 a 1986 destacando el lugar otorgado a la actividad del alumno. Desde este punto de vista y basándose en ejemplos distintos a los que aquí analizamos, Avila observa una evolución e identifica en los **setenta** un momento crucial en el que se empieza a considerar por primera vez la importancia de la actividad del alumno. Su conclusión difiere pues de la nuestra, nosotros subrayamos más bien que el tipo de actividad demandada al alumno en las situaciones sobre número de los años 70 (observar, asociar) tiene similitudes con el de la década anterior, aunque el referente cambia. Si bien esto se debe en parte a los distintos temas seleccionados para realizar el análisis, posiblemente

también responde al hecho de que, en este texto, centramos la atención justamente en el tipo de actividad que se propicia.

3. El uso de los materiales y nuevas preguntas.

El “currículum real” que cada maestro teje día a día en su salón de clase, con cada grupo de alumnos, se constituye, como lo han demostrado diversas investigaciones sobre la práctica docente, a partir de diversas fuentes, desde su experiencia como alumno, los saberes que comparte con sus colegas, su formación y actualización como maestro (Rockwell y Mercado 1986).

Las propuestas didácticas que pasan por sus manos, ya sean las oficiales u otras, son necesariamente asimiladas al enfoque del maestro quien selecciona y adapta las lecciones en función de las necesidades que él percibe y de la forma en que considera éstas deben cubrirse. (García, 1996; Alvarez, s/f)

El trabajo de adaptación de los materiales es imprescindible no sólo desde el punto de vista de la necesidad sentida por cada maestro de preparar y hacer su clase, también lo es desde el punto de vista de las limitaciones intrínsecas a toda propuesta, de los aspectos que deja de lado, de la imposibilidad de prever las innumerables variables que caracterizan a los procesos de aprendizaje de los alumnos y a las condiciones de enseñanza de los maestros.

En un estudio cualitativo sobre la utilización de libros de texto en el salón de clases (García, 1996), una de las prácticas que la investigadora identifica es la de fotocopiar lecciones de textos diversos. Puede decirse que algunos maestros confeccionan en mayor o menor medida sus textos intercalando a las lecciones de los textos oficiales, otras que ellos consiguen o que ellos mismos elaboran.

Estas prácticas, aunadas al reconocimiento de que cada maestro necesita contar con materiales que respondan a sus necesidades, a su percepción de las necesidades de los niños, nos plantean preguntas sobre las que hemos discutido poco: ¿podemos considerar esta diversidad de necesidades y de enfoques al diseñar un libro de texto, sin caer en un eclecticismo que reste su valor a una propuesta⁷? ¿deberíamos facilitar las prácticas de selección de *diversos* materiales de apoyo? ¿es posible hacerlo sin retroceder en la conquista que significa el que todos los niños de nuestro país tengan acceso gratuito a por lo menos un libro por materia?

Probablemente en el futuro próximo la consideración más explícita de la diversidad en las necesidades de los maestros se sume a los factores que se tienen en cuenta en el desarrollo de programas y materiales para la enseñanza.

⁷ Algunos maestros extrañan, por ejemplo, más ejercicios dedicados a las mecanizaciones (Ávila, 1996). Si consideramos que una de las funciones de las mecanizaciones es liberar al maestro de tiempo (casi la única manera para el maestro de dejar a los niños trabajando sin su intervención es poner mecanizaciones) es menos difícil encontrar algunas alternativas. Las “actividades indirectas” que se proponen en la obra *Dialogar y Descubrir con ejercicios* que se pueden plantear y corregir casi tan fácilmente como una mecanización, pero que requieren de un trabajo un poco más interesante por parte de los alumnos, constituyen un ejemplo (ver Rockwell, et. al., 1989). Buscar dos números consecutivos cuya suma sea 49 puede llevar a los alumnos de segundo grado, por ejemplo, a hacer más de 10 sumas.

Referencias bibliográficas

- Alvarez, A.M. (s/f). *La enseñanza de los números naturales en la escuela primaria*. Tesis de maestría (en proceso). DIE-CINVESTAV.
- Ávila, A. (1988). *La enseñanza oficial de las matemáticas elementales en México; su psicopedagogía y transformación (1944-1986)*. Colección Cuadernos de Cultura Pedagógica. Serie investigación, núm 6. México:UPN-SEP
- Ávila, A. (1996). "La comprensión y el procedimiento". En: *Básica Revista de la Escuela y del Maestro*. Año 3, núm 11, mayo-junio, págs. 6-14.
- Carvajal, A. (1996). "El uso del nuevo Libro de Texto de Primer Grado. Una mirada a las matemáticas en la escuela". En: *Básica Revista de la Escuela y del Maestro*. Año 3, núm 11, mayo-junio, págs. 15-20.
- Carvajal A., D. Block, M. Martínez. (1995). "Matemáticas para primer grado. Nuestra experiencia en la elaboración del libro de texto". En: *Huaxyácac Revista de Educación*. Año 3, núm. 5, enero-abril págs. 25-30.
- Balbuena, H., D. Block, I. Fuenlabrada, J. Ortega, R. Valencia (1992). "Reflexiones en torno a la Modernización Educativa. El caso de las matemáticas en los tres primeros grados de primaria". En: *Educación Matemática*. Vol. 3. N° 3. México: Grupo Editorial Iberoamérica.
- Balbuena, H., D. Block, A. Carvajal (1996). "Las operaciones básicas en los nuevos libros de texto". En: *Cero en conducta* a.10, no. 40-41, mayo-agosto, págs. 15-30.
- Block, D. (1989). «Una corriente de investigación en didáctica de las matemáticas en el nivel básico». *Documentos de la Primera Conferencia anual sobre Educación y Desarrollo*. UPN, México, p. 67-82 (24-26 de julio), y en el *I Seminario Nacional de Aritmética*, León, Guanajuato (16 y 17 de febrero).
- Block, D (1996). "Comparar, igualar y comunicar en Preescolar. Análisis de situaciones didácticas". *Básica Revista de la Escuela y del Maestro*. Año 3, núm 11, mayo-junio, págs. 21-33.
- Block, D. (1993). "Cambios curriculares en el nivel básico", Conferencia presentada en el ciclo "Mathema 93"
- Block, D., I. Fuenlabrada, H. Balbuena. (1993). *Dialogar y descubrir. Cuaderno de Trabajo de Matemáticas*. México: CONAFE-DIE-CINVESTAV-IPN.
- Block, D., I. Fuenlabrada. (1996). "Cómo elaborar materiales de matemáticas en el nivel básico (primera parte)" En: *Educación 2001* no. 7.
- Block, D., I. Fuenlabrada. (1996). "Cómo elaborar materiales de matemáticas en el nivel básico (segunda parte)" En: *Educación 2001* no. 8.
- Brousseau, G. (1987). *Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. Etudes en Didactique des Mathématiques*. Francia: IREM-Bourdeaux.
- Dienes, Z. P. (1971). *El aprendizaje de la matemática. Un estudio experimental*. Buenos Aires, Argentina: Angel Estrada Editores.
- Fuenlabrada, I (ponencia sobre el enfoque que presentó en Mathema 2?)
- García, A. (1996). *Los usos del libro de texto en la práctica docente cotidiana de tercero y cuarto de primaria: un estudio cualitativo*. Tesis de maestría. México: DIE-CINVESTAV.
- Lerner, D. y P. Sadovsky. (1994). "El sistema de numeración: un problema didáctico". C. Parra e I. Saiz (comps). *Didáctica de las matemáticas. Aportes y reflexiones*. Buenos Aires: Editorial Paidós Educador.
- Mancera, E. (1991) "La matemática de la educación básica: El enfoque de la modernización Educativa" *Educación Matemática*. Vol. 3 No. 3. México: Grupo Editorial Iberoamérica.
- Moreno, L. y G. Waldegg (1991). "Constructivismo y educación matemática". En: *Educación Matemática*. Vol. 4. N° 2. México: Grupo Editorial Iberoamérica.
- Rockwell, E. (Coordinación). D. Block, A. Candela, C. Díaz, I. Fuenlabrada, J. González L. Navarro, P. Safa, E. Taboada, S. Vernon. (1989a). *Dialogar y descubrir. Manual del Instructor Comunitario. Niveles I y II México*: CONAFE-DIE-CINVESTAV-IPN.
- Rockwell, E. (Coordinación), H. Balbuena, D. Block, A. Candela, C. Díaz, I. Fuenlabrada, J. González, L. Navarro, F. Reyes, E. Taboada, S. Vernon (1989b). *Dialogar y descubrir. Manual del Instructor Comunitario. Niveles I y II*. Fichas. México: CONAFE-DIE-CINVESTAV-IPN.

- Rockwell, E. (Coordinación), H. Balbuena, D. Block, C. Díaz, I. Fuenlabrada, L. Navarro, S. Vernon (1989c) *Dialogar y descubrir. Manual del Instructor Comunitario. Niveles I y II. Juegos*. México: CONAFE-DIE-CINVESTAV-IPN.
- Rockwell, E. D. Block, A. Candela, I. Fuenlabrada, L. Navarro, E. Taboada (coordinación general) (1992). *Dialogar y descubrir. Manual del Instructor Comunitario. Nivel III*. México: CONAFE-DIE CINVESTAV-IPN.
- Rockwell, E. D. Block, A. Candela, I. Fuenlabrada, L. Navarro, E. Taboada (coordinación general), D. Block, I. Fuenlabrada, H. Balbuena, A. Carvajal (1993). *Dialogar y descubrir. Libro de juegos*. CONAFE-DIE-CINVESTAV-IPN.
- Rockwell, E. R. Mercado (1986). "La práctica docente y la formación de maestros". En: *La escuela, lugar de trabajo docente*. México: CINVESTAV-IPN.
- Ruiz, A. (1993). "Las matemáticas modernas en las Américas: filosofía de una reforma". En: *Educación Matemática*. Vol. 4. N° 1. México: Grupo Editorial Iberoamérica.
- SEP. (1960a). *Mi cuaderno de trabajo de primer año*. México: Comisión Nacional de los Libros de Texto Gratuitos.
- SEP. (1960b). *Mi libro y mi cuaderno de trabajo de Primer año*. Instructivo para el maestro. México: Comisión Nacional de los Libros de Texto Gratuitos.
- SEP. (1972a). *Auxiliar Didáctico para el Primer Grado*. México: Comisión Nacional de los Libros de Texto Gratuitos.
- SEP. (1972b). *Matemáticas. Primer Grado*. México: Comisión Nacional de los Libros de Texto Gratuitos.
- SEP. (1983a). *Libro para el maestro*. México: Comisión Nacional de los Libros de Texto Gratuitos.
- SEP. (1983b). *Mi libro de primero. Parte 1 y Parte 2*. México: Comisión Nacional de los Libros de Texto Gratuitos.
- SEP. (1992). *Fichero. Actividades didácticas. Matemáticas. Primer Grado*. Comisión Nacional de los Libros de Texto Gratuitos.
- Steffe, L y E. Von Glasersfeld (1980). "Analysis of the child's construction of whole numbers". En: *NSF Grant N° SED-80 16562*.
- Velázquez, I. G. Arellano, D. Block, N. González, Z. Martiradoni (1984). *Propuesta para el aprendizaje de las matemáticas en grupos integrados*. México: Dirección General de Educación Especial, SEP.
- Velázquez, I., D. Block, H. Botello, N. González, M. Gutiérrez, Z. Martiradoni (1987). *Estrategias pedagógicas para niños de primaria con dificultades en el aprendizaje de las matemáticas. El sistema de numeración (Fascículo 1)*. México: SEP-OEA.
- Velázquez, I., H. Balbuena, D. Block, H. Botello, N. González, M. Gutiérrez, Z. Martiradoni, J. Muñoz (1988a). *Estrategias pedagógicas para niños de primaria con dificultades en el aprendizaje de las matemáticas Problemas y operaciones de suma y resta (Fascículo 2)*. México: SEP-OEA.
- Velázquez, I., A. Alvarez, H. Balbuena, D. Block, H. Botello, N. González, P. Jarillo, A. Martiradoni, J. Muñoz (1988b). *Estrategias pedagógicas para niños de primaria con dificultades en el aprendizaje de las matemáticas Problemas y operaciones de multiplicación y división (Fascículo 3)*. México: SEP-OEA.
- Zuñiga, A. (1993). "Las Matemáticas Modernas en las Américas: Filosofía de una Reforma". En: *Educación Matemática*. Vol 4, núm 1. México: Grupo Editorial Iberoamérica.