
Acerca de las dificultades que tienen los profesores de secundaria para visualizar y representar objetos tridimensionales

Fecha de recepción: Marzo, 1998

Nicolina A. Malara

Universidad de Modena, Departamento de Matemáticas

Modena, Italia

malara@mail.unimo.it

Resumen: *El trabajo involucra reacciones y dificultades de los profesores de secundaria ante actividades innovadoras de geometría tridimensional, que exigen la visualización de los efectos que producen ciertos giros sobre objetos sólidos, bajo diversos ángulos, con el fin de ser representados en papel isométrico.*

Abstract: *The paper concerns reactions and difficulties met by teachers of middle school involved in innovative activities of 3D Geometry, which require the ability to visualize the effects of some shiftings of solids or to evoke the vision of objects from particular points of view for their representation on isometric paper.*

Introducción

El presente trabajo se basa en el análisis del tema: geometría del proyecto inglés para la enseñanza de las matemáticas a alumnos de 11 a 16 años "NMP Mathematics for Secondary-School" que realizamos en ocasión de la actividad escolar ministerial para profesores-investigadores, que tuvo lugar en Viareggio en noviembre de 1995 y febrero de 1996.

El análisis del proyecto había sacado a la luz, más allá de las diferencias metodológicas de su ámbito, una profunda divergencia con respecto a nuestra noción del concepto de geometría. En particular, se había hecho evidente el gran espacio que se destina al estudio de los cuerpos sólidos, mismo que se aborda desde la primera clase mediante actividades de diverso tipo. La propuesta mencionada se realizó mediante fichas de trabajo, que resultaron atractivas e inusuales para la enseñanza tradicional y, en nuestra opinión, muy útiles para la superación de la imagen común de la geometría sólida, limitada al cálculo de áreas y volúmenes (se reproducen amplias selecciones de dichas propuestas en Pressi 1996 y Cagnolati 1997).

Para promover que los profesores que siguen las actividades de nuestro grupo conozcan tales propuestas, se ha organizado un seminario de estudio² en el que, tras una presentación grosso modo de la tradición de la geometría en dicho proyecto, se abordó el análisis puntual de la propuesta de actividades de geometría sólida, independientemente de las cuestiones de medida.

¹ Trabajo realizado en el marco del MURST 40% y del CNR (contrato n. 96.0019 I.CTO 1)

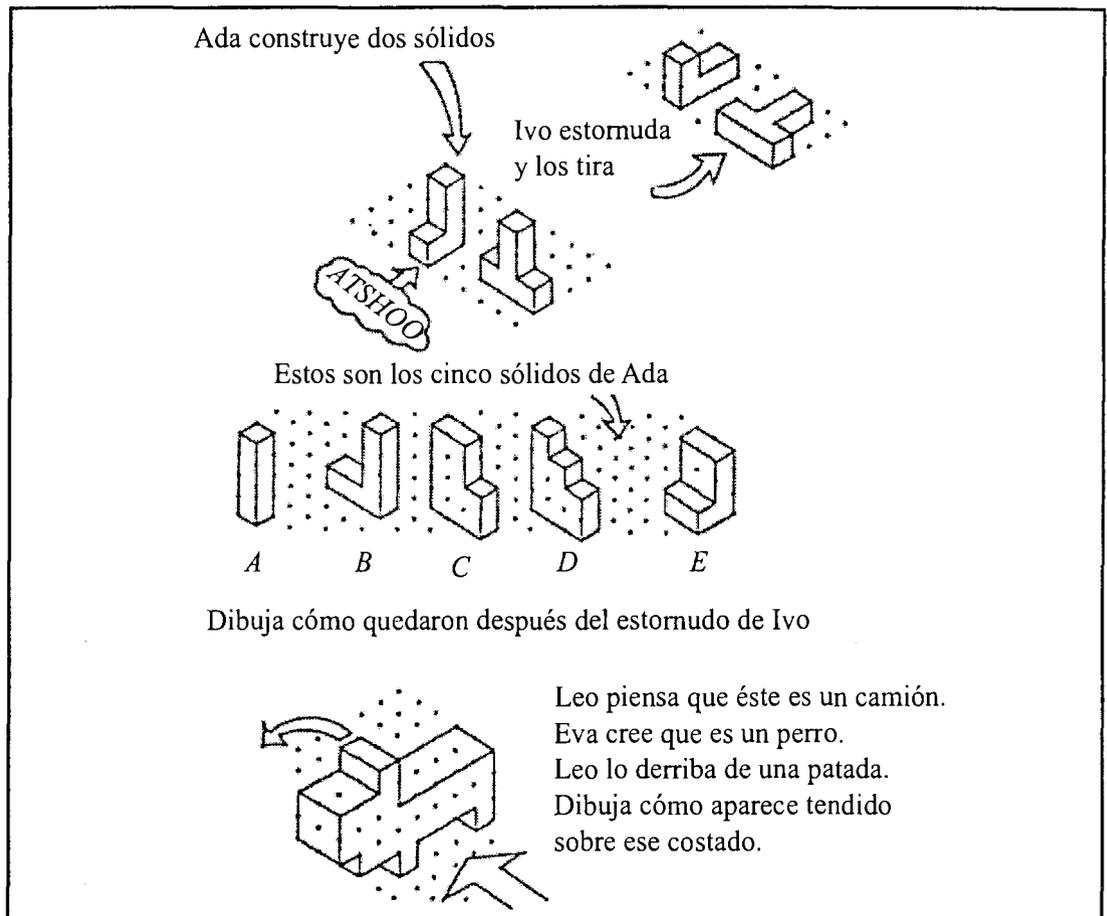
² Los participantes fueron: Loredana Gherpelli, Giovanna Grasso, Deanna mantonvani, Paola Negro, Deanna Pellacani, Maria Cleto Spadoni, Raffaella Suffritti, Anna Venturini, Giancarlo Navarra y Tino Capone. Todos son profesores de secundaria menos Tino Capone.

Tal propuesta involucra, más allá de la construcción efectiva de objetos:

- 1) Observación y descripción de sólidos
- 2) Descomposición y recomposición de sólidos, representación y clasificación de desarrollos relacionados
- 3) Visualización y representación de sólidos desde diferentes perspectivas
- 4) Secciones de sólidos -incluso de contorno curvo- según planos no necesariamente verticales u horizontales.

Cuadro 1

Répresentación de sólidos en posición diferente a la inicial



Independientemente del interés de los participantes del seminario, el estudio de estas propuestas didácticas suscitó cierta confusión entre ellos, sea por la dificultad de prever la introducción de alguna de dichas propuestas en la programación, o debido a la hipotética dificultad de los alumnos para realizar la tarea, incluso en el nivel escolar para el cual fueron concebidas.

A fin de evaluar mejor la factibilidad y utilidad de tales propuestas -que tienen a menudo un carácter operativo y carecen de adecuado soporte³- se ha procedido a su efectiva ejecución. Ello ha puesto en evidencia una notable dificultad en su elaboración por parte de los participantes,

³ Por ejemplo, es frecuente el uso del papel isométrico reportado en el apéndice, tan adecuada para representar objetos sólidos, dado que facilita la representación de la largura, el paralelismo, la perpendicularidad, etc.

además de que implica una toma de conciencia más apropiada acerca de las finalidades, dificultades y potencialidades de cada problema.

En el presente trabajo nos referimos a los resultados que recogimos a través de la experiencia emanada de ciertos problemas, enfrentada por alumnos que ingresaban a secundaria. Estos involucraban la representación de sólidos en papel isométrico, bajo ciertas condiciones, lo que exige la habilidad de visualizar la configuración del sólido en nueve posiciones distintas y desde diferentes ángulos, así como de realizar su correcta representación.

Presentaremos los problemas en cuestión, describiendo sus objetivos y dificultades a priori. Después examinaremos las producciones de los profesores, analizando los errores y las dificultades halladas -en ocasiones imprevistas e inimaginables-, y concluiremos con algunas consideraciones surgidas a partir de las discusiones acerca de la oportunidad, la modalidad y los tiempos de introducción de éstas y otras actividades de geometría sólida al proyecto. Se tienen en cuenta las respuestas y reacciones de los alumnos durante la primera experiencia y, de un modo más general, todo lo que haga posible mejorar el desempeño de los profesores en las actividades.

Los problemas planteados

Los problemas objeto del presente estudio son reportados en los cuadros 1 al 6 donde están organizados según el tipo de actividad. En el primer cuadro se presentan dos problemas en los que se pide representar algunos sólidos en una posición distinta a la inicial, obtenida por la caída del objeto en cierta dirección.

Los problemas exigen del ejecutante la capacidad de visualizar la configuración de los objetos durante la caída y fijar en la mente el efecto sobre ellos.

En el primer problema -preparatorio respecto del segundo- los cinco objetos por ser representados (en la figura: A, B, C, D, E) presentan dificultades crecientes, en particular la del sólido D es la más difícil por la presencia de una "escalera", y la del sólido E, por la variedad en el grosor de la base respecto de un sólido anterior.

En el segundo cuadro se reportan dos problemas que involucran la representación de objetos reflejados respecto de un espejo vertical. En el primero se pide la representación de la imagen especular de la letra J tridimensional con base en un ejemplo en el que se representa una F y su imagen especular. El segundo problema, propuesto por G. Navarra, solicita la representación de determinado objeto a partir de la representación de su imagen especular. Las dificultades para resolverlos son múltiples. En ambos existe la dificultad de visualizar los objetos por ser representados y en particular el segundo presenta la dificultad de imaginar la parte posterior del objeto reflejado que, en la representación subsecuente, viene a quedar en primer plano.

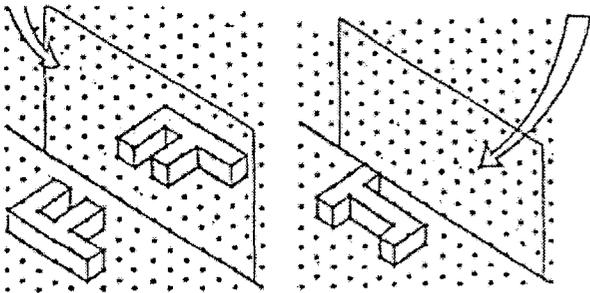
Otras dificultades se deben a la necesidad de definir los criterios de representación respecto a las caras situadas en planos paralelos y, en particular, a los obstáculos que presenta la realización de las imágenes correspondientes a los puntos de la representación del objeto, cada uno señalando puntos situados en planos diferentes del objeto original. El segundo problema involucra la ulterior dificultad de colocar la figurita de Alicia.

En el tercer cuadro se presentan dos problemas que apuntan a la conceptualización del sistema de representación. En el primero se pide completar la representación de algún sólido en el cual falta una línea que representa un tramo de la superficie externa. En el segundo se pide que se introduzcan en una figura dada líneas que constituyen el contorno de la representación de uno o más sólidos. La particularidad de éste último radica en las dos últimas figuras que pueden dar lugar a diversas representaciones. Ello exige la habilidad de imaginar los posibles sólidos que embonen en ese contorno dado.

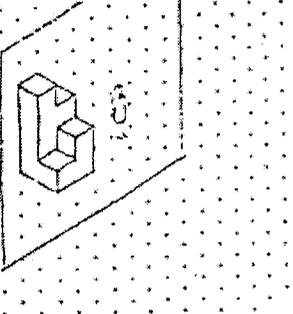
Cuadro 2

Representación de la imagen de sólidos en un espejo vertical

1. Se tiene aquí un espejo que muestra la imagen reflejada de la letra "F". Dibuja la imagen reflejada de la letra "J" en el otro espejo.



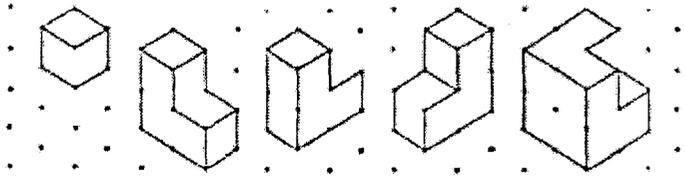
2. He aquí a Alicia "dentro" del espejo. Dibuja a Alicia y a la torre situados fuera del espejo.



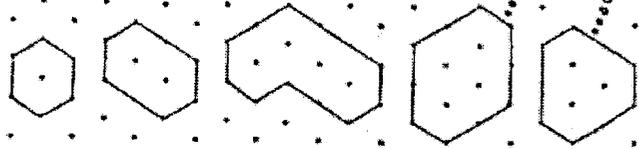
Cuadro 3

Consideración de sólidos y terminación de su representación

1. En cada uno de los croquis se omitió una línea o trazo. Copia los dibujos y traza el segmento faltante.



2. Se presentan las líneas externas de los dibujos de algunos sólidos. Copia los dibujos y traza las líneas faltantes.



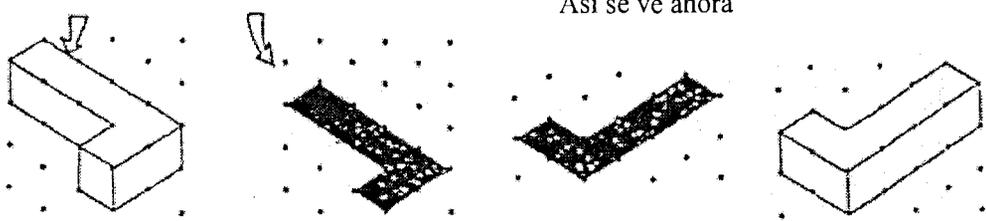
Puedes dibujar dos sólidos por cada uno de éstos.

En el cuadro 4 se proponen tres problemas relacionados con la reconstrucción de las diversas representaciones de un objeto, a partir de la representación de su sombra en el plano de base, según la posición en que está apoyado. El primer problema guiado es preparatorio para los otros dos, que son más difíciles dada la irregularidad de los objetos. El reto que entraña consiste principalmente en la visualización de la configuración del objeto en el espacio, dado el cambio de posición.

Cuadro 4

**Reconstrucción de la representación de sólidos a partir de su base
(actividad de pase propuesta por los alumnos que ingresan a secundaria)**

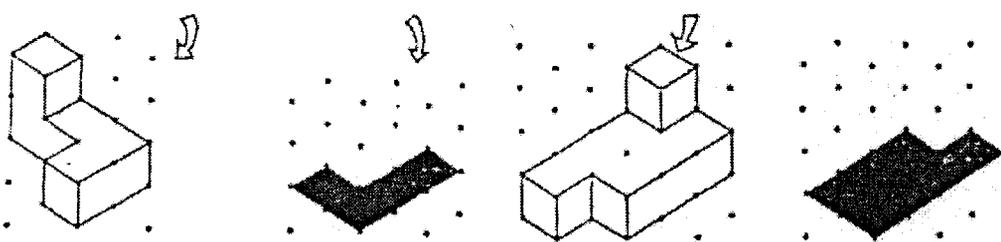
1. El sólido se apoya en esta base Es levantado y colocado sobre la base
Así se ve ahora



Dibuja cómo se ve sobre esta base Cómo aparece sobre esta base



2. Dibuja el sólido como se ve sobre esta base Dibuja esta sólido como se ve sobre esta base

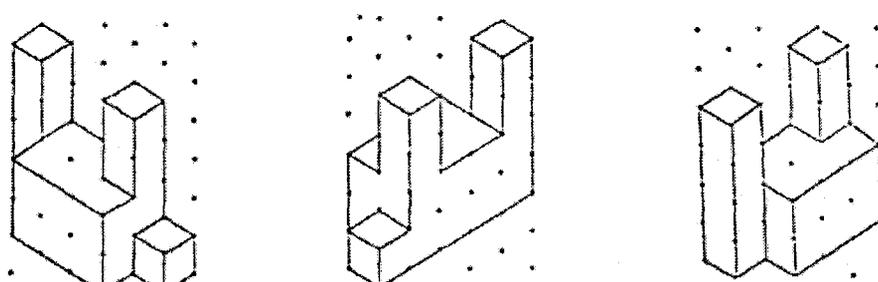


El cuadro 5 presenta un problema que exige la reconstrucción y la representación mental de un sólido bastante complejo bajo cierta perspectiva, con base en la representación de otras tres de sus perspectivas. La principal dificultad radica en la visualización del objeto desde la perspectiva solicitada con base en la información brindada.

Cuadro 5

**Reconstrucción mental y representación de la visión
de un objeto desde una perspectiva dada**

He aquí una perspectiva de una planta eléctrica. Dibújala vista desde el sur.

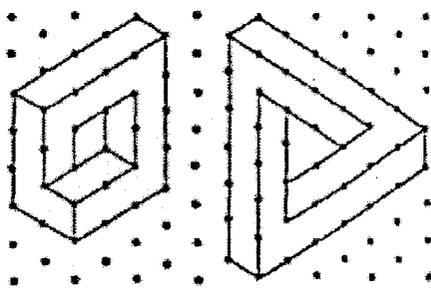


En el cuadro 6 se reporta un problema en el que se pide concebir y representar objetos imposibles a partir de dos ejemplos dados. Ello, más allá de gran creatividad, requiere la comprensión de las reglas de representación en la carta isométrica y la oportuna violación a tales reglas a fin de hacer una representación inadecuada en la que se haga evidente el conflicto entre su coherencia local y su coherencia global.

Cuadro 6

Te invito a construir objetos imposibles

Eva le pide a Leo que construya estos sólidos. Leo dice que es fácil.



Dibuja otras figuras imposibles que Eva podría pedirle a Leo que hiciera.

Las producciones de los profesores.

Ilustramos aquí las producciones y los comportamientos de los profesores en tomo a diversas pruebas.

Antes que nada hay que subrayar que, no obstante las recomendaciones que se les hicieron en el sentido de registrar la secuencia de soluciones tentativas, las producciones presentadas -al menos inicialmente- no son las inmediatas sino algunas son el resultado de largo trabajo de reflexión y ajuste de tentativas fallidas o del fatigante esfuerzo por superar dificultades iniciales. En términos generales se percibe en los profesores renuencia a reconocer tales dificultades y mostrar sus soluciones tentativas (algunos incluso desde el inicio se niegan a entregar sus elaboraciones y prometen hacerlo más adelante). Sólo después de algunas sesiones de trabajo, durante el intercambio de reflexiones tocante a estas actividades, los profesores conflezan con relativa espontaneidad sus intentos fallidos y el largo tiempo dedicado a resolver los problemas.

De los reportes de los profesores acerca de la experiencia y las pruebas consideradas -algunos reportados en el cuadro 7- se extraen las siguientes dificultades generales:

- integrar en un todo las visiones parciales de un objeto que debe de representarse en una posición diferente a la inicial, dada la prevalencia de sus partes visibles sobre las ocultas en dicha representación.
- hacer una observación global y fijar en la mente el objeto en la posición o ángulo solicitado en la representación.
- visualizar un objeto desde uno de los cuatro puntos cardinales, a partir de lo que sería su representación desde los otros tres;
- controlar la corrección de las propias producciones y conceptualizar los criterios de representación (las reglas operativas no son explícitas sino que van siendo descubiertas paulatinamente a través de la actividad).

El descubrimiento de sus dificultades, lleva a los profesores a proponer como actividad propedéutica para los alumnos -en caso de que se realicen tales actividades en clase- la construcción real de sólidos, la observación efectiva de sus posiciones desde distintas perspectivas al caer en diferentes direcciones, así como el uso anticipado de la carta isométrica para representarlos.

Abordamos ahora los detalles del trabajo desarrollado, al analizar las respuestas, producciones y reacciones de los profesores en relación a cada una de las pruebas.

En lo concerniente al primer problema que se reporta en el cuadro 1, los profesores trabajan con mucha seguridad. Apenas algunos enfrentan ciertas dificultades con el sólido D porque en la representación del sólido caído hay unos puntos (los vértices de los peldaños de la escalerilla) que señalan los dos puntos que se encuentran en planos distintos y, además, porque ciertos segmentos paralelos (las aristas de los peldaños) caen sobre la misma recta en la representación.

Cuadro 7

Observaciones de algunos profesores después de la realización de las pruebas

RS: La representación de los sólidos me pareció muy sencilla de reproducir cuando era clara la superficie de apoyo: lo primero que hice fue trazar la base, después tracé la alturas relativas de cada vértice y los uní respetando los niveles. Se me hizo más difícil reproducir los sólidos reflejados ya que al principio no calculé correctamente su distancia respecto al plano de isometría. De hecho me pareció a la larga que es necesario partir desde el vértice más bajo para calcular la distancia. Más adelante representé el sólido partiendo de este vértice y representando en primer lugar la superficie de apoyo, respetando la simetría y trazando la altura. Al representar los sólidos a partir de una base dada, la dificultad radicó en imaginar los sólidos y las diversas sobreposiciones de los cubos. Cuando el sólido no era complicado, era posible realizar el ejercicio en poco tiempo. Fue más difícil representar la planta de energía desde la perspectiva de un punto cardinal. De hecho se debía imaginar el punto de observación y lo que se podía ver desde ese punto.

GG: Fue divertido realizar los ejercicios que eran para los chicos. Los adultos tienen incorporados modelos estereotipados muy diferentes de los propuestos en estos ejercicios. Abordé algunos de los más sencillos con cierta tranquilidad, con un poco de imaginación y con un sentido práctico en las construcciones geométricas. Mas, al complicarse la figura que se tenía que evocar desde una perspectiva diferente, no bastaba la imaginación. Tampoco se trataba de tener práctica para evocar e imaginar un objeto visto desde otra perspectiva y visualizar la cara oculta. También resultaba difícil tomar una parte de la figura como referencia. Después de unos ejercicios las cosas mejoraron y pude abordar los subsecuentes ejercicios con más soltura.

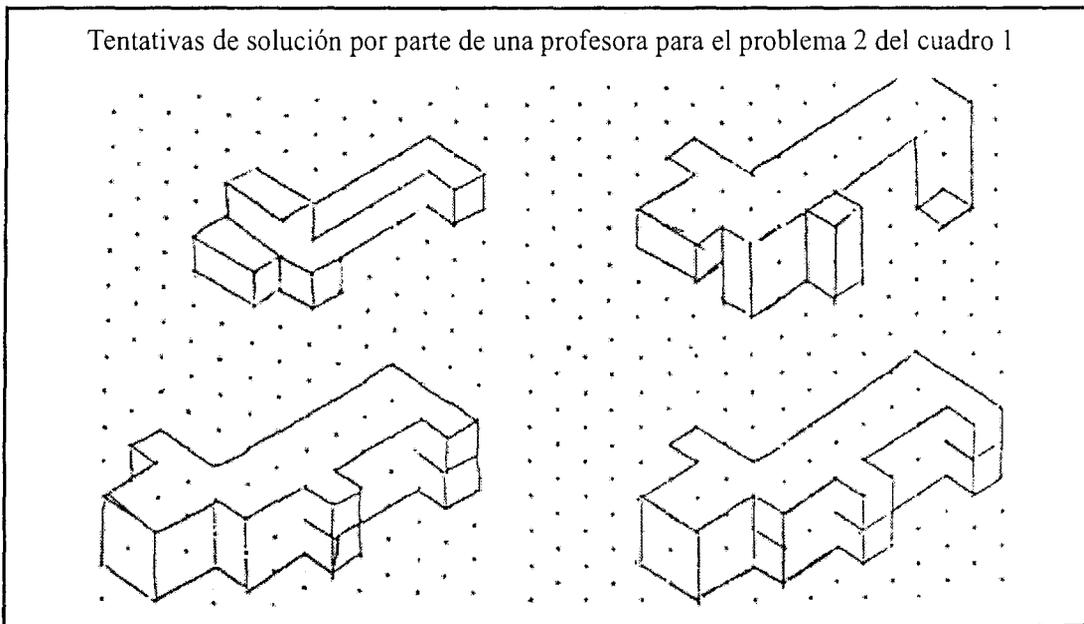
DM: Está el problema de desentrañar las reglas de representación que no se expresan mediante códigos fijos sino se buscan a través de modelos interiores que no pueden ser expresados verbal ni numéricamente. En ocasiones, tales modelos interiores no se encuentran expeditamente por lo que resulta difícil tener una intuición adecuada. Personalmente reconozco mi dificultad para orientarme; de hecho, mi mayor desafío fue el hacer la representación espacial del objeto, según los puntos cardinales; dificultad que no encuentro tratándose de figuras planas. A veces, cuando no se tiene la intuición adecuada basta pasar a otro tema (como cuando no se recuerda un nombre) y al volver sobre los pasos viene la intuición.

MS: En lo concerniente a la visión espacial puedo hacer la distinción entre una fase analítica y una sintética. En la analítica resulta difícil controlar las relaciones espaciales entre los elementos de la figura y las propiedades mesurables de dichos elementos. Es preciso, por lo demás, ubicar en la representación un punto de partida a partir del cual se manejen las relaciones espaciales, como analogía de la situación de partida. Sin embargo es preciso tener en cuenta que aun teniendo presentes los conceptos de la transformación (cuya figura tenemos en mente), se pierde el hilo de la secuencia operativa si la atención disminuye. Se puede reconocer una fase sintética (cuya figura tenemos en mente), con todo, la persistencia de la imagen mental se pierde durante la fase operativa de la actividad.

Los participantes también revelan cierta dificultad en la representación de E, por la mayor elevación de la base respecto del resto del sólido. Estas dificultades se relacionan con la falta de familiaridad en el uso del papel isométrico, al grado de que para unos la misma representa mayor dificultad que el papel blanco (idea que es totalmente erradicada al avanzar la actividad). En cambio, el segundo problema se presenta difícil de inmediato: algunos profesores declaran su absoluta incapacidad para visualizar la posición del perro ya caído; otros se quejan de no tener sino una visión fragmentada o "pedazos aislados". Otros directamente se bloquean ante la instrucción.

La estrategia general al abordar la representación es el ensayo y error. Tras el uso inicial de papel blanco se vuelcan hacia el papel isométrico al reconocer las ventajas que ofrece al facilitar la conservación de las longitudes y las líneas paralelas. En la siguiente sesión, los profesores entregan sus trabajos de representación que generalmente resultan correctos, aunque hay en ellos claras evidencias de reelaboración y corrección. El trabajo de una de ellas, reportado en el cuadro 8, proporciona de alguna manera ejemplos de las tentativas en que incurrió y de cómo intentó primero trazar el contorno del perro en el plano horizontal para después representar la justa dimensión de su anchura. (Dicha estrategia será la que comúnmente adopten más tarde los alumnos que realizan la prueba).

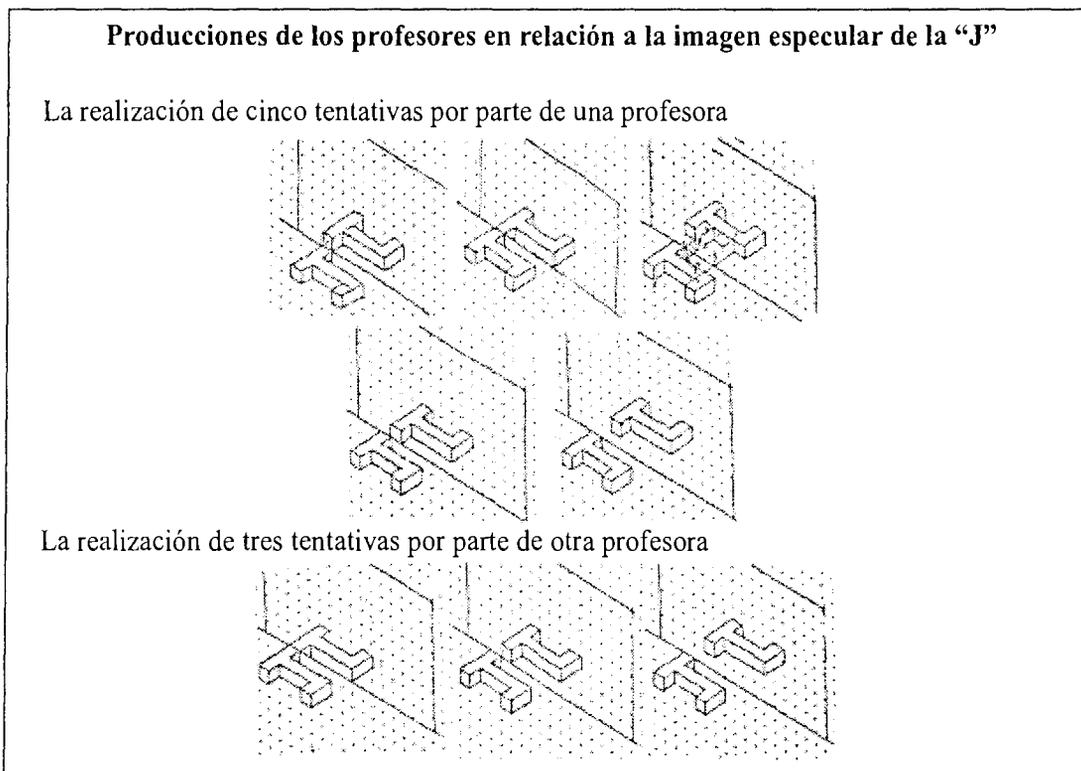
Cuadro 8



Durante la discusión grupal sobre sus trabajos y las dificultades hayadas, la no conservación de la anchura se reconoce como un error recurrente (la mayoría la consideran inicialmente como un cuadrado, otros incluso tres). Todos concuerdan en la dificultad para producir una visualización global de la imagen que se va a reproducir y, sobre todo, de mantenerla constante. Esto los lleva a abandonar la estrategia de recorrer la imagen mental global a fin de representarla, a favor de una estrategia "local" en la que se va desarrollando la representación mediante la visualización solo de la parte analizada. Entre los profesores, sólo dos de ellos se proponen idear una estrategia racional enfocando la atención en las propiedades de ciertos aspectos de la figura (por ejemplo, el paralelismo, la perpendicularidad, la distancia, etc.) y en la manera como se pueden traducir tales relaciones en la representación, a fin de continuar trazándola correctamente.

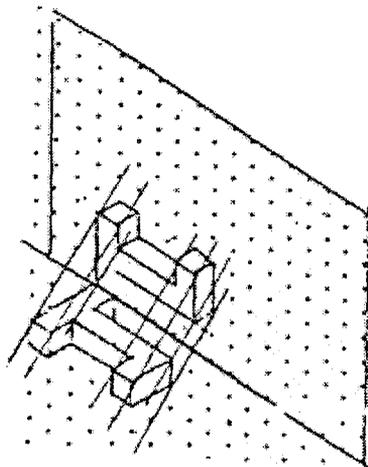
Los problemas reportados en el cuadro 2, relacionados a la reproducción de las imágenes a través de un espejo vertical, resultan particularmente difíciles, sobre todo el primero, no tanto por la configuración del sólido sino por su colocación respecto al espejo. Como lo muestran los protocolos del cuadro 9, el procedimiento aún es el ensayo y error, en que prevalece la idea inicial de reconstruir la imagen global de la figura, sin controlar la equidistancia real de puntos clave respecto del espejo y de algunos de los planos a los que pertenecen. Se logra resolver el problema cuando se reflexiona sobre la existencia de un punto único, en la "F" que se va a reproducir, que representa dos puntos distintos: uno perteneciente al plano de base y que dista del espejo un cuadrado, y otro que pertenece al plano superior y equidista del espejo dos cuadrados.

Cuadro 9



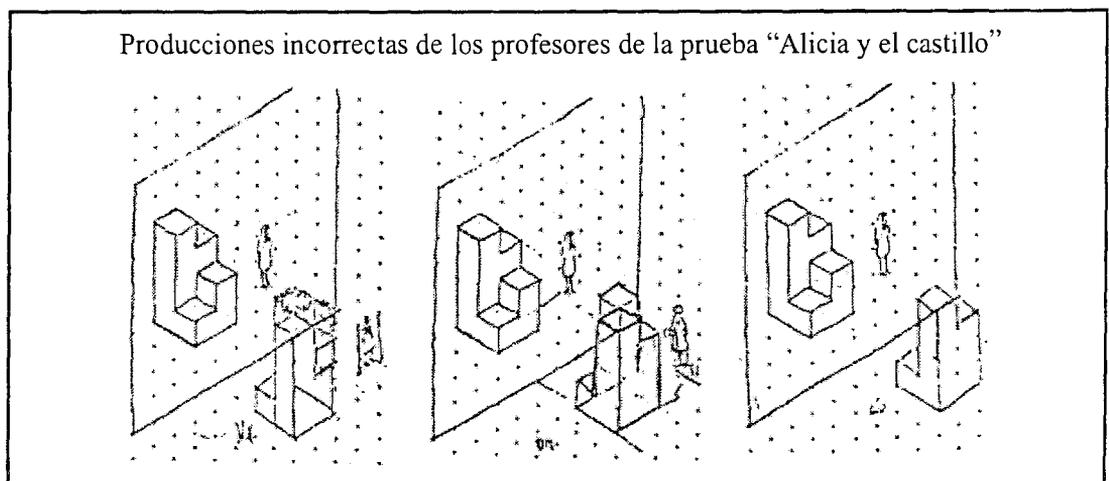
También en este caso son bien sucedidos los profesores que utilizan la estrategia de representar primero la imagen de puntos que pertenecen al plano de base y después la de los que pertenecen al plano paralelo, a un cuadrado de altura. Entre las producciones, hay una que destaca

pues reproduce en el espejo una imagen “enderezada” de la “J”, vertical así como horizontal (Ver la figura abajo). Ello asombra a todos, incluso por la convicción de la profesora de haberlo hecho bien. Aquí, el error -inicialmente velado- se torna claro al encontrar la misma imagen entre las producciones de los alumnos. Tras un análisis más minucioso, se percibe que en este caso se está tratando la figura como si fuese plana, y su *correspondiente* es elaborado respecto a la simetría plana, con su eje en el trazo del espejo sobre el plano de base. Efectivamente, al realizar el simétrico de cada punto de la “J” -destacado en el plano isométrico- de acuerdo a las reglas y uniendo los puntos, se obtiene la misma “J” enderezada. El error radica, pues, en una concepción profundamente equivocada: la asimilación a una simetría axial plana, de una simetría en el espacio respecto a un plano vertical.



El segundo problema del cuadro 2, que como ya se dijo fue ideado por G. Navarra, resulta más fácil ya sea por la experiencia adquirida, o por la menor complejidad de la imagen, independientemente de la complejidad del objeto y de la porción oculta que se desee representar. La única dificultad -imprevista por otro lado- resulta ser la colocación de la figurita de Alicia: una profesora afirma que “Alicia está fuera del espejo” y por eso no la representa. Otros errores se refieren al desfaseamiento del objeto respecto a la imagen (no se respetan las alineaciones

Cuadro 10



entre puntos correspondientes) y la altura equivocada del sólido. En el cuadro 10 aparecen consideraciones que dan cuenta de ello. Es de subrayar que nadie considera el hecho de que el sólido pueda presentarse por atrás con diversas configuraciones, ocultas en la representación dada.

De los problemas del cuadro 3, el más interesante desde el punto de vista de la producción es el segundo. Su solución exige completar con las líneas faltantes la representación del sólido del cual se proporciona el contorno, y es preciso que en los dos últimos casos pueda tratarse de más de un sólido. La dificultad del ejercicio radica en tener que imaginar uno o más sólidos, incluso en una postura no convencional, de manera que su representación se apegue al contorno dado. No todos los profesores responden; algunos afirman no lograr ver ningún sólido que se corresponda con la última figura; otros declaran ver uno solo.

En el cuadro 11 se reportan algunas producciones de profesores, seguidas de algunas producciones -más originales y complejas- de los alumnos de primer grado de secundaria. En relación a los problemas del cuadro 4, podemos simplemente decir que resultaron fáciles y de rápida solución. Se caracterizaron principalmente por ofrecer a los alumnos la oportunidad de constatar que distintos sólidos pueden proyectar la misma sombra en el plano.

Cuadro 11

Producciones de profesores en relación al problema 2 del cuadro 3

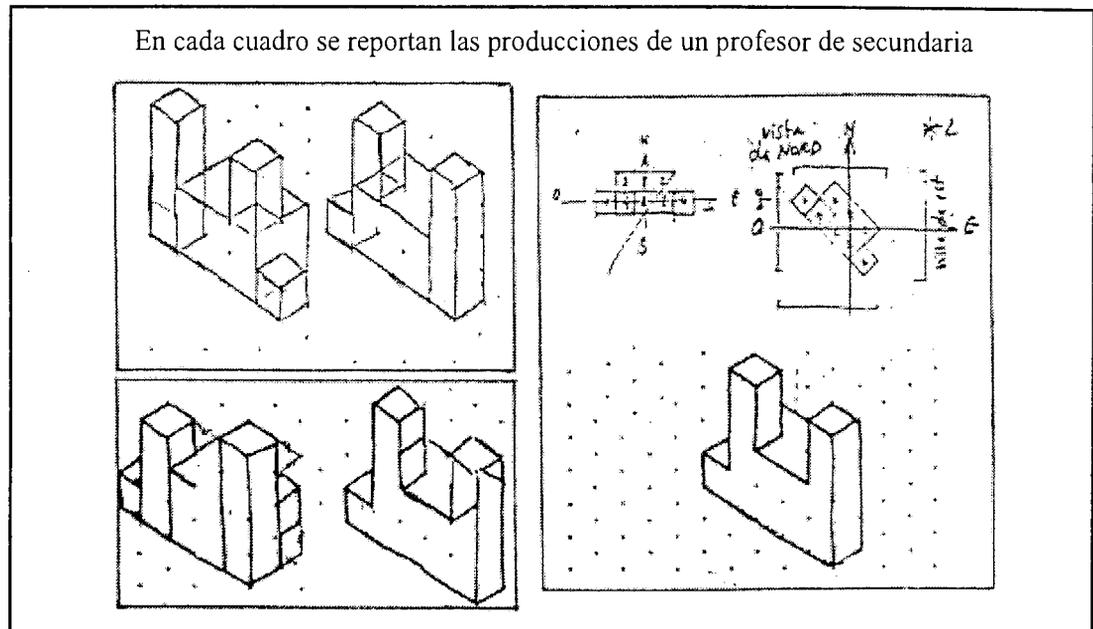
En cada recuadro se muestran las producciones de un profesor de secundaria

Veo un solo sólido para cada dibujo.

Otras producciones por parte de los alumnos.

Los problemas del cuadro 5 y 6 son definitivamente los más difíciles. No todos logran hacer el cinco y algunos lo consideran fuera del alcance de alumnos de 2o de secundaria por la referencia explícita a los puntos cardinales que, a decir de ellos, no son dominados por los alumnos de esa edad; asimismo por la dificultad ulterior para coordinar entre ellos, tres distintas representaciones con el fin de brindar una solución. Para estudiar mejor la situación, un profesor siente la necesidad de recurrir a una representación más, utilizando la planta colocada a su vez como referencia de los puntos cardinales. Las pocas producciones que hubo son reportadas en el cuadro 12.

Cuadro 12



El problema del cuadro 6 sólo fue realizado por dos profesores particularmente hábiles en visualización mental y patrones de criterios de representación en el plano isométrico; otros dos profesores se basan en eso y uno en particular produce con bastante empeno diversas tentativas infructuosas. Dichas producciones se reportan en el cuadro 14.

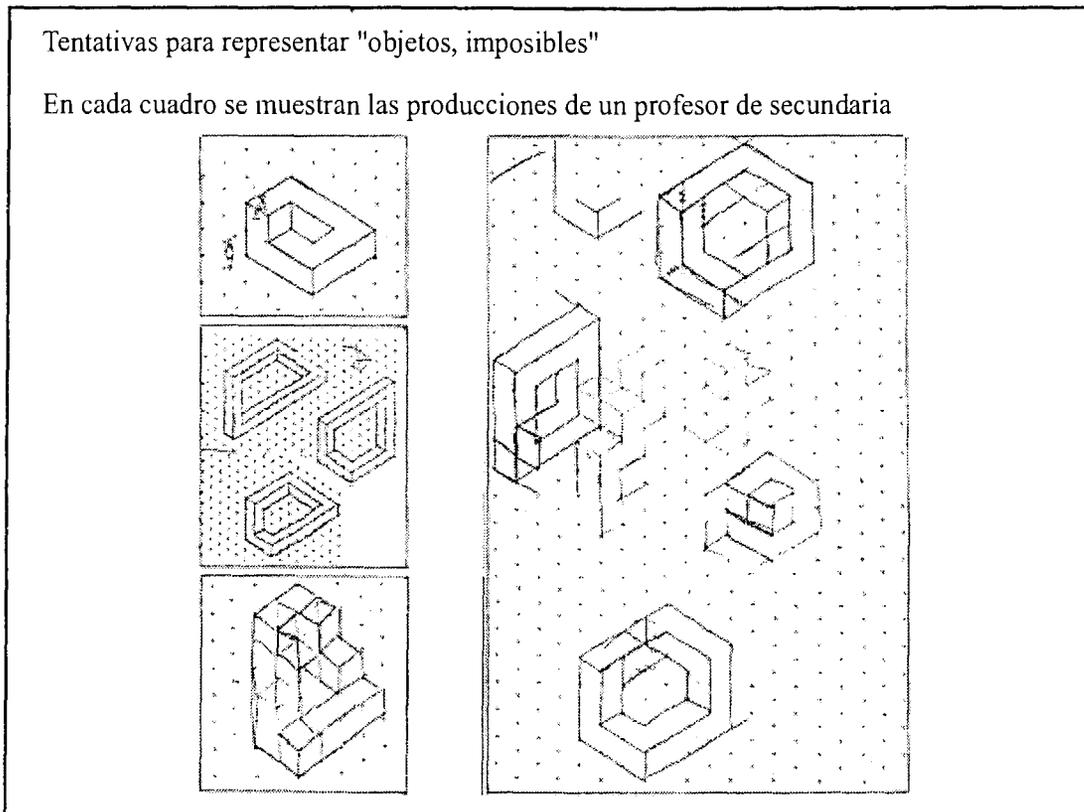
Comentarios finales

A lo largo del seminario la actitud de los profesores se fue modificando. Tras haber quedado inicialmente perplejos ante la posibilidad de insertar tales actividades en su programación, el haber ejecutado ellos mismos las pruebas y haber efectuado una confrontación oportuna y analítica de las dificultades que presentan y de sus posibilidades, los profesores adquirieron una nueva conciencia que los ha llevado a proponer algunas de estas actividades en clase (precisamente las del cuadro 1-4), si bien, lo hicieron de manera ingenua y no rigurosamente asimilada a su programación. Han administrado las pruebas tanto en primero como en segundo y tercero de secundaria.

En términos generales, las dificultades que mostraron los profesores son las mismas que presentaron los alumnos. Con todo, más allá de los resultados obtenidos por los alumnos, cabe resaltar que:

- mostraron mayor flexibilidad los alumnos que los profesores y, en particular, dieron mejor respuesta a los problemas de indagación
- los alumnos mostraron mucho agrado y facilidad para involucrarse con este tipo de actividades
- los alumnos mostraron individuación y apreciación de la validez de las actividades (al respecto véase el cuadro 13)

Cuadro 13



En los profesores, sin embargo, surgió la clara necesidad de seguir ponderando las cosas, con visos a perfeccionar un programa trienal en el cual insertar las propuestas analizadas, pero tomando en cuenta las particularidades de nuestros programas y objetivos de enseñanza. Algunos profesores consideraron más adecuadas dentro del ámbito de la educación técnica algunas interesantes propuestas, como por ejemplo las que se dedican al estudio de la representación de un objeto en el plano horizontal y vertical desde los cuatro puntos cardinales.

Cuadro 14

Observaciones emitidas por los alumnos de tercero de secundaria respecto a la finalidad de las pruebas (clase de L. Gherpelli)

Respuestas de los alumnos a la pregunta del profesor:

¿Cuáles, en su opinión, son los objetivos de la actividad desarrollada?

Ferrari: Tener un aspecto de los sólidos en todas las posiciones e inclinaciones, usando la imaginación. Objetivo: Tener una mente más libre, capaz de mover un objeto y reproducirlo usando la imaginación.

Cappellani: Enseñarle a los chicos cómo se construyen todos los sólidos, cómo se representan

Montorsi: Tener la capacidad de imaginar

Gobatola: Usar la imaginación para que ésta se desarrolle

Leonelli: Ver cómo nos la arreglamos para dibujar los sólidos sobre un nuevo tipo de papel punteado

Rubicando: Hacer que los chicos entiendan cómo se construyen, de qué forma son las cosas que vemos; enseñarle a los chicos a construir sólidos

Campana: Hacemos razonar acerca de las diversas modificaciones de la figura, desde el ángulo en que las vemos

Monelli: La actividad nos ayuda a entender de qué modo logramos poner de cabeza las imágenes y logramos construir

Caselli: La actividad nos enseña a imaginar figuras mas no sólo como las vemos; nos enseña a desarrollar la imaginación, incluso en la vida práctica

Matta: Hacer pensar a los alumnos y a poner de cabeza figuras en su mente. Por tanto es un ejercicio que sirve para hacer razonar

Poggioli: Lograr entender el modo en que un chico puede imaginar una figura de cabeza

Cavarretta: Lograr ver algunos sólidos de manera diferente y poder construir sólidos con unas cuantas líneas

Flori: Tener un gran espíritu imaginativo y aprender a ver las figuras bajo un aspecto diferente del habitual y en distintos ángulos

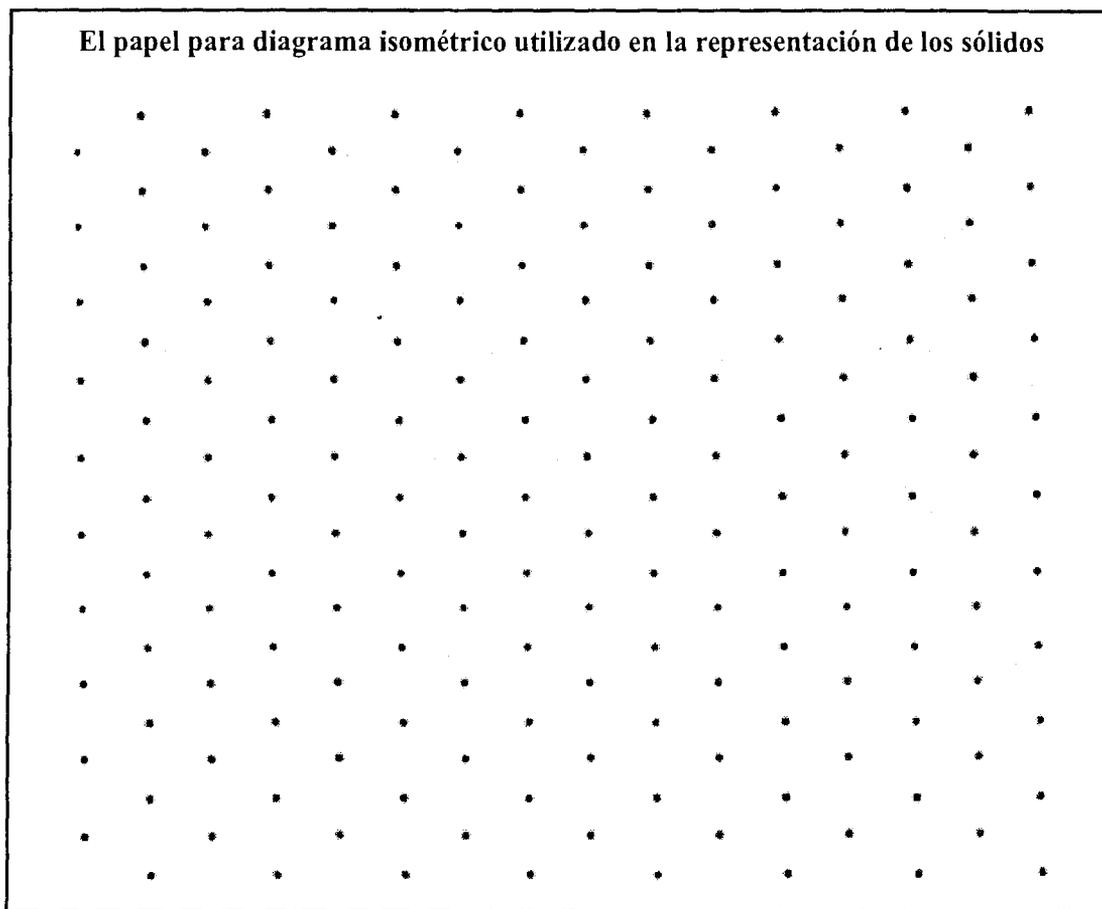
Socelle: Reconocer el método de trabajo y las habilidades involucradas

Los diferentes puntos de vista del profesor al respecto clarifican y profundizan el asunto acerca de qué temas y qué modalidades deben constituir hoy el fundamento para la enseñanza de la geometría a nivel secundaria (y no sólo ese nivel).

Más allá de todo lo anterior, esta experiencia revela la importancia que tiene formar profesores en el nivel operativo, cosa que generalmente no se logra con el solo estudio teórico de las inovaciones educativas (y mucho menos a través de cursos de actualización). Además, ponen en claro la cuestión de la tipología de estudios relacionados a la formación de profesores. Esta experiencia nos muestra un camino por recorrer en el marco de la escuela especializada para profesores. No obstante, si tomamos en cuenta la tendencia actual a tomar como créditos los cursos universitarios de tipo didáctico, parecería razonable el dudar si realmente es posible emprender en ese ámbito estudios que sigan tal óptica de ampliación y profundidad.

Véanse las opiniones de los estudiantes en el cuadro 14.

Apéndice



Bibliografía

- CAGNOLATI E. , 1997, El tema "geometría" del del proyecto inglés "NMP Mathematics for Secondary School", análisis de las actividades del bienio final, tesis de licenciatura 1996-97 (relata N.A. Malara), Universidad de Modena.
- HARPER E. (a cargo de), 198'1988, NMP Mathematics for Secondary School, Longman, Essex, England
- Malara N.A., 1994, *La geometría que hay en los programas de algunos países europeos para alumnos entre 6 y 16 años, La enseñanza integrada de las matemáticas y de las ciencias, Vol. 17A-17B, n.6, 676-700*
- Malara N.A., 1996, La enseñanza de la geometría: cuestiones teóricas y didácticometodológicas, en imprenta en actas de la escuela ministerial de formación de profesores investigadores, Viareggio, 1996.
- Pressi C., 1996, *El tema "geometría" del proyecto inglés !NMP Mathematics for Secondary School", análisis de las actividades para los tres primeros años, tesis de licenciatura, 1995-96 (relata N.A. Malara), Universidad de Modena.*