

# La didáctica de las matemáticas a la vuelta del milenio: raíces, vínculos e intereses

Fecha de recepción: Septiembre, 1999

ARTÍCULOS  
DE  
INVESTIGACIÓN

*Educación Matemática*  
Vol. 12 No. 1 Abril 2000  
pp. 39-50

**Bruno D'Amore**

N.R.D. Núcleo de Investigación en Didáctica de las Matemáticas.

Universidad de Bolonia, Facultad de Ciencias de la Formación

damorc@dm.unibo.it

---

**Resumen.** *El presente artículo está dividido en dos partes. En la primera se intenta realizar una estructuración teórica de lo que es la didáctica de las matemáticas en el marco aún más vasto (raíces) que va desde las otras didácticas disciplinarias a la didáctica general, a la pedagogía (vínculos). En la segunda se postulan posibles vertientes futuras de investigación (intereses).*

**Summa.** *Questo articolo è idealmente diviso in due parti. Nella prima si tenta una strutturazione teorica della Didattica della Matematica all'interno di un panorama assai più vasto (radici) che va dalle altre Didattiche disciplinari, alla Didattica generale, alla Pedagogia (collegamenti). Nella seconda si ipotizzano scenari di possibili sviluppi nella ricerca futura (interessi).*

---

Cuando se habla de "Didáctica", lo primero que viene a la mente es la antigua Grecia y la idea de realizar una especie de historia de la pedagogía para dentro de ella insertar nuestra disciplina. Sin embargo, analizando cuidadosamente y dados los intereses específicos de nuestra comunidad internacional de estudiosos, nuestra historia debería en rigor comenzar desde que nació el concepto de escuela en el siglo XVIII, y no sólo en Europa. Desde entonces surgió un fenómeno de ímpetu innovador, tan difundido en la actualidad que ya ni se reconoce fácilmente: la institucionalización del conocimiento. Antiguamente se enseñaba en forma personal a alumnos que podían ser clérigos, escuderos, hijos de nobles, aprendices, futuros sacerdotes, etc., habilidades específicas no intercambiables entre sí. Hoy, esto ha sido sustituido por la forma de transmisión múltiple dirigida a alumnos de prácticamente cualquier estrato social. De un hecho aislado y privado que se llevaba a cabo en lugares normalmente dispuestos para otros fines, se pasó al hecho organizado y estable, desarrollado en escenarios erigidos para esa finalidad.

En mi opinión existen dos raíces claramente diferenciadas que subyacen a la caracterización teórica más general tocante a las "didácticas":

- La especulación filosófica en torno a este tipo de problemas que resultaban nuevos en aquel periodo.
- La institucionalización de los problemas relativos a la enseñanza y al estudio específico de esta nueva realidad.

Quizás, como señala Emile Durkheim (1858-1917), en el seno de estas nuevas instituciones es donde se desarrolla la idea de una "teoría práctica", ni sólo arte ni sólo ciencia: conocimiento de los hechos educativos y reflexiones sobre la práctica de la enseñanza colectiva institucionalizada.

Sin entrar en demasiados detalles, se comprende que la pedagogía haya desarrollado un interés en cultivar hoy en día dos aspectos que conciernen a la educación colectiva institucionalizada:

- aspectos descriptivos (por ejemplo, el conocimiento de las instituciones mismas)
- aspectos normativos (por ejemplo, el principio general de la educación: métodos y finalidades).

Así, tras largo camino andado, el continuo esfuerzo realizado por este tipo de estudios ha colocado a la pedagogía, más que a otras disciplinas, en el lugar de promotora de renovaciones institucionales, ya sea por lo que respecta a aspectos descriptivos como normativos.

Esta doble característica de espectro tan amplio resulta evidente incluso cuando el estudioso se considere más ligado a aspectos pragmáticos. A partir de ese momento, bajo el término de pedagogía se designa una enorme cantidad de teorías más o menos rigurosas y que persiguen diversos fines, que van desde la banal "receta"<sup>1</sup> hasta los enunciados y reglas didácticas más profundas y generales; van desde las técnicas de estudio hasta las metodologías de enseñanza, etc. Con ello vemos, por un lado, la inmensa variedad de campos posibles que existen y, por otro, la ambición científica de la que adolecen este tipo de estudios, exacerbada aun más por las múltiples tentativas de crear modelos o de llevar a cabo verificaciones experimentales.

En mi opinión, aquí radica la diferencia que ha venido aumentando entre los teóricos (pedagogos) y los pragmáticos (docentes)\*. Tal distinción, no del todo aceptada en la práctica habitual, es un giro reciente en la lengua italiana; tan es así que la distinción sólo aparece en algunos diccionarios (en el diccionario Zingarelli, por ejemplo, únicamente aparece a partir de la última edición), y la distinción aún no existe en algunos idiomas modernos.

Ahora bien, se podría pensar que así como la pedagogía ha logrado librarse por fin del "yugo" de la filosofía y constituirse como disciplina autónoma, la didáctica ha logrado librarse del "yugo" de la pedagogía y constituirse como una disciplina autónoma. La explicación resultaría larga y compleja incluso porque durante este tiempo nacieron las ciencias de la educación, reivindicando fuerte autonomía respecto de la pedagogía. Dicho sea de paso, hay quien ve la didáctica como parte de las ciencias de la educación (cada vez son más los que así lo consideran), pero también hay quienes lo ven al revés (Mialaret, 1982).<sup>2</sup>

¿Qué comprende y de qué se ocupa la didáctica? No es fácil responder a tan sencilla pregunta, tal vez por su misma sencillez e inmediatez.

Según diversos autores:

- La didáctica es la parte de las ciencias de la educación que tiene como finalidad el estudio de los procesos de enseñanza-aprendizaje en su aspecto global, independientemente de cada disciplina, pero teniendo en cuenta la relación institucional.

<sup>1</sup> La "receta" aparece hoy con frecuencia en revistas de difusión (es decir: no de investigación) o en los cursos de profesores con experiencia didáctica pero sin competencias científicas en didáctica de una disciplina.

\* En italiano se puede dar el giro entre *pedagogisti* versus *pedagoghi* ya que tienen la misma raíz etimológica (N. de T.).

<sup>2</sup> Remito al lector interesado a dicho debate en muchos trabajos publicados sobre el tema, actualmente en efervescencia en Italia. En particular, sugiero Calonghi (1993) (en particular el artículo de Cesare Scurati quien se ocupa de la relación entre didáctica y ciencias de la educación justo en el sentido que intento precisar aquí); además véase Bertolini (1994).

- Otros soslayarían dicha relación y le darían mayor peso a las disciplinas.
- Otros más, insisten en que dicha relación tenga lugar en una institución formal.
- Otros hablan de didáctica sin distinción de la situación de enseñanza-aprendizaje.
- Otros incluso identifican la didáctica con la pedagogía pero sin un matiz filosófico.
- ....

En Brun (1996a) se lee: “La didáctica en tanto ciencia de la producción, organización y gestión de los bienes del sistema de enseñanza-aprendizaje, tiene relación con la cuestión epistemológica de la transformación del conocimiento.”

En Schubauer-Leoni (1996) se observa una doble distinción entre:

- Ciencia cognitiva y didáctica
- Psicología y didáctica

La primera es sostenida por la tesis de Conne (1996): “El desafío del epistemólogo genético consiste en mostrar cómo el desarrollo del conocimiento de un sujeto epistémico que responde a mecanismos de adaptación al medio y equilibración de estructuras cognitivas, se impone a la construcción social de los saberes científicos más elaborados (...). El desafío del didacta consiste en mostrar cómo las formas y las normas preestablecidas del saber –en tanto producto histórico-cultural- pueden a su vez adaptarse a los mecanismos mencionados sin por ello desnaturalizar el conocimiento y, sobre todo, sin perder el sentido cultural del saber”.

La segunda distinción es explicada asimismo por Schubauer-Leoni (1996): “El individuo -sujeto de la psicología cognitiva o socio-cognitiva- es pues estudiado en tanto alumno que se enfrenta a una situación didáctica y, por tanto, a un saber específico. Nos separamos aquí un *desplazamiento de la función cognitiva* en los estudios de didáctica respecto a los de la psicología. De hecho, en el campo de la didáctica, los procesos cognitivos –los “gestos mentales” del sujeto- el surgimiento de concesiones nuevas, son analizadas no sólo en tanto productos de los *controles internos* que los sujetos ejercen sobre el problema, sino también en función de los *controles externos* provenientes de la situación. Por tanto, no se trata de producir una teoría psicológica del sujeto que encara un problema matemático planteado sino de avanzar en la comprensión de las condiciones que hacen posible que el alumno capte el problema y lo aborde de alguna manera.”

Resultaría muy tentador que a partir de las diversas didácticas disciplinarias –sean cuales fueren-<sup>3</sup> se definiese la didáctica general por abstracción respecto de aquellas. Algunos teóricos didactas parecen aprobar este modo de pensar (Genovesi, 1996). Otros se oponen porque, afirman, ello remitiría a la didáctica general el rol perjudicial que justamente tuvo la pedagogía respecto de la didáctica.

Ahora bien, no me compete definir o resolver esta cuestión tan espinosa y tan discutida hasta el día de hoy; creo que aún permanecerá abierta... Pero sí sostengo que es de interés saber que en cierto sentido el debate comenzó hace siglos. Intentaré demostrarlo.

<sup>3</sup> Aquí se podría tomar como base el *hecho* de que antes de algunos años, las disciplinas, en cualquier caso, se enseñan...

En el siglo XVIII, inquietaba la pregunta: ¿Qué significa “sencillo de entenderse”? ¿“sencillo” es un hecho absoluto o relativo? ¿“sencillo” es así captado por el académico y por el niño? ¿hay alguna diferencia? si la hay, ¿cuál es?

Para estas preguntas se encuentran respuestas tentativas nada menos en la *Enciclopedia* de Juan Bautista Le Rond d’Alembert (1717-1783) y Denis Diderot (1713-1784) y, sobre todo, en los artículos *Análisis*, *Síntesis*, *Método*, *Elementos de Ciencias*. En mi opinión, éste ya es un estudio específico de didáctica, que se diferencia de los intereses generales de la pedagogía. [Insisto, si por ejemplo se tratase de casos de química, sería didáctica de la química (es decir que la especificidad proviene del objeto de conocimiento a tratar) ]. Resultaría interesante observar cómo d’Alembert, autor de *Elementos de ciencias*, intenta hacer surgir ideas didácticas a partir de la hipótesis cartesiana de síntesis que lleva de lo simple a lo complejo, y cómo hasta él mismo se ve obligado a admitir que la cosa se complica inmediatamente.

Hay que forzar la mano un poco, pero es como si se comenzase a admitir que hay una profunda diferencia entre:

- La disciplina en sí (siguiendo con el ejemplo de la química) tal y como es conocida y practicada por los especialistas, los académicos, en suma, los químicos.
- La didáctica general en sí, con sus aseveraciones generales dignas de credibilidad y que garantizan que haya reflexiones significativas por parte de expertos.
- La didáctica disciplinaria en sí, que contiene otros parámetros, paradigmas y áreas.

El verdadero punto por discutir surge cuando d’Alembert intenta verificar qué significa que un concepto *preceda* a otro: ¿de qué concepto partir? ¿qué tomar como referente? ¿cuáles son los conceptos primarios?

Por ejemplo, en matemáticas, el académico toma como referente ideas como espacio, plano, recta, punto, número, ... y algunos “vínculos” entre éstos. ¿Tenemos absoluta seguridad de que aquéllos le resulten convenientes a la didáctica de las matemáticas? Los elementos primarios del académico son o deben necesariamente ser los elementos primarios del alumno.

Más que aceptar los elementos primarios del académico, ¿no valdría tal vez la pena recorrer la secuencia de ideas que llevaron a escoger dichos objetos como objetos primarios? No es el caso de profundizar sino resulta extraño que tal debate de cuño didáctico haga pasar a d’Alembert de una postura totalmente cartesiana a una lockiana y más adelante intentar conciliarlas: “Las ideas simples pueden reducirse a dos tipos: unas son ideas abstractas (...), el segundo tipo de ideas simples está contenida en las ideas primitivas que adquirimos a través de las sensaciones.”

Pero ¿los elementos que los niños que abordan por primera vez el estudio de las ciencias pueden comprender, son o no son elementos de las ciencias? ¿O son al menos de la misma naturaleza?

- Si la respuesta es sí, entonces el método didáctico es una reestructuración, una sistematización, una progresiva puesta en escena de los elementos de las ciencias, del saber de los académicos (Kintzler, 1989).
- Si la respuesta es no, ¿cómo pasar de la habilidad del niño, de los elementos cognitivos que posee el niño al saber científico?

En todo caso, ¿qué legado tenemos de los elementos primarios del niño y de los del académico?

Estas son preguntas relativamente modernas; es bien conocida la frase atribuida a Euclides según la cual *no hay camino real a las matemáticas*. A esta frase se le han adjudicado diversos significados, uno de los cuales es: el único modo de aprender las matemáticas es repetir y hacer ejercicios sobre sus textos hasta... asimilarlas. Ello requiere tiempo y energía y no es un proceso que pueda acortarse. Por otro lado, no estamos lejos de la postura que todavía hoy día comparten muchos profesores en este campo, el campo específico de las matemáticas: no existe un problema de la didáctica de las matemáticas; el profesor no debe hacer otra cosa que repetir los teoremas, y los alumnos, aprendérselos.

En mi opinión, a partir de este debate, se bosquejan ya tres contenidos:

- Los contenidos de la disciplina  $d$ , establecidos por ella misma, a partir de su historia;
- Los contenidos de la didáctica de aquella disciplina, decimos para entendernos:  $D_d$  tiene como objeto de estudio la sistematización (en la óptica de: enseñanza  $\rightarrow$  aprendizaje eficaz) de los elementos de la disciplina  $d$ , pero los contenidos específicos de  $D_d$  ya no son meramente los contenidos de la disciplina  $d$ , sino son nuevos respecto de  $d$ .
- Los contenidos de otra teoría más general que podría identificarse como aquella que coloca el problema de cómo ir allende el caso específico, ir de los contenidos de  $d$  a los contenidos de  $D_d$ , sea cual fuere la disciplina  $d$ . Entonces se podría comenzar a pensar en una didáctica general, orientada en este sentido.

Aquí, me ocupo únicamente de la didáctica de las matemáticas, aunque me permito realizar algunas incursiones en lo que sería una didáctica general. Pongo de lado la historia de la didáctica general para señalar algunas cosas acerca de las diversas didácticas disciplinarias.

Casi todo mundo considera los *Elementos* de Euclides una obra de corte didáctico, pero también el Papiro de Rhind (en su forma original, 1850 a.C.) podría ser una obra destinada a la didáctica debido a muchas de sus características. Esto es para mostrar que el problema tiene años de historia. Y no sólo, sino que a lo largo de los siglos, se han desarrollado ideas y concesiones diversas relativas a la didáctica de las matemáticas (en particular acerca de la geometría). Con todo, cada propuesta didáctica se transformaba siempre en propuesta concreta de precurso, modalidad, cambio de axiomática, proyectos..., en fin, en diversos prospectos. Por ello se asevera que no fue sino hasta los primeros decenios del siglo XX que surgieron los verdaderos estudios sobre una didáctica ya orientada como disciplina en sí (Chervel, 1988).

A lo largo de estudios sobre las didácticas disciplinarias, hemos aprendido que sólo hasta ahora la escuela ha “escolarizado el saber”, confiriéndole un aspecto que lo torna susceptible de ser enseñado (D’Amore, 1999a)<sup>4</sup>. Problemáticas como la

<sup>4</sup> Bajo el término “escolarización del saber” me refiero al hecho—inconsciente en gran medida— mediante el cual el alumno, en cierto momento de su vida social y escolar (casi siempre primaria) delega a la escuela (en tanto institución) y a los profesores (como sus representantes) la responsabilidad de seleccionar por él los contenidos significativos (que lo son socialmente debido a su estatus reconocido y legitimado), y renunciando así a hacerse cargo de su particular elección sobre la base de algún criterio personal, sea éste cual fuere (gusto, interés, motivación...). Dado que dicha escolarización implica el reconocimiento del profesor en tanto depositario del saber aceptado socialmente, resulta obvio que hay, contemporáneamente, una escolarización de relaciones interpersonales (entre alumno y profesor y entre compañeros) además de la relación entre alumno y saber. A esto se le llama “escolarización de las relaciones” (D’Amore, 1999a).

transposición didáctica o la ingeniería didáctica pueden surgir -tiene sentido que nazcan- únicamente en el seno de estructuras institucionalizadas del saber, en las cuales se analiza el tránsito del saber hacia el alumno y viceversa, por intermediación del profesor en tanto representante de la institución y como aquél a quien compete sancionar el aprendizaje del alumno.

En otras palabras, el esfuerzo del antiguo docente consistía tan solo en *repetir* la disciplina, en el lenguaje, modo y forma peculiares a ella, si bien que de manera personal, por ende, exponiendo implícitamente un modo personal de ver las cosas. Aquellos que de alguna manera misteriosa... , por ósmosis, aprendían podían considerarse afortunados. Los que no, probablemente se daban por vencidos al considerar que no "se les daba" aquella materia (en el caso de las matemáticas resulta fácil constatar ¡cuántos sentían que no "se les daba" la materia!).

Por su lado, Chervel discute acerca de la libertad en la creatividad del profesor de cada disciplina: "en el marco de una finalidad bien definida, la libertad de la creatividad disciplinaria del profesor se ejercita en un lugar y con un público determinado: el salón de clases por un lado, los alumnos, por el otro." (Chervel, 1988).

Este punto una vez más me lleva a confirmar, por un lado, que únicamente las consideraciones de este tipo (acerca de la disciplina) nos permiten afirmar, en mi opinión, que se está desarrollando un discurso crítico que define los contenidos de una didáctica disciplinaria y, por otro lado, que existe la necesidad de reconocer legalmente una teoría que garantice los estudios generales de este tipo, su coherencia, sus límites entre lo posible y lo adecuado (y ello, en mi opinión, no contempla la disciplina en un sentido estrecho y podría, en cambio, constituir el puente entre la didáctica disciplinaria y la general).

Es a través de la forma del saber escolarizado (o mejor: que debería de ser escolarizado) que se concreta la necesidad de las fases de transición: cuáles son las llaves de acceso al saber disponible? ¿cómo hacer uso de ellas? ¿por qué? ¿con qué finalidad?

Preguntas de este tipo deben encontrar respuestas en cada disciplina; malo si no fuese así, tendríamos una didáctica en el vacío, inaceptable.

Pero no sería correcto y responsable confiar las respuestas de dichas preguntas tan solo a los expertos de las didácticas disciplinarias: son necesarias consideraciones más amplias, incluso independientes de cualquier disciplina en particular. En cierta forma, sería aun más temible confiarle la respuesta de dichas preguntas a los expertos de cada disciplina, quienes carecen de experiencia en didáctica, a no ser la de su campo específico o la que han adquirido como alumnos o docentes, o bien, la didáctica que nace de la observación de los propios hijos. El experto de cada disciplina podría no tener la sensibilidad (que se adquiere con los años, merced a la constante investigación en un campo específico), o más bien, la competencia para distinguir entre las dos formas de elementos primarios o entre las diversas acepciones de "simple" y, en consecuencia, propondría soluciones didácticas fallidas (desafortunadamente la historia de la didáctica de las matemáticas está llena de estos ejemplos)<sup>5</sup>.

Aun más interesante resulta la perspectiva que se delinea al tener el valor de aceptar la idea de "sencillez" y de "elementos" en el aprendizaje primario -llamando

<sup>5</sup> Me complace en afirmar que la didáctica de las matemáticas es una disciplina autónoma, ni es la didáctica ni son las matemáticas y, sobre todo, no es un recetario de sentido común. Nada habría peor que una didáctica basada en la simple experiencia docente, aunque sea plural, es decir no derivada de profundos estudios específicos y sobre todo, *de investigación* en el campo. (Pero qué flojera tratar de hacer comprender esto, también a colegas matemáticos, aun en fin de milenio...)

“concepto” a todo ello- y abocarse a estudiar directamente el desarrollo de los conceptos en la enseñanza. Este es ciertamente el punto de vista de Vygotskij que estudia el acto de descartar que se ubica entre el concepto científico y el concepto “equivocado” del alumno. En este sentido se puede decir que *el aprendizaje escolar opera la transformación del pensamiento conceptual* (Vygotskij, 1977, cap. IV).

Antes de cerrar las consideraciones generales y adentrarme más en el dominio de la didáctica de las matemáticas, haré todavía algunas consideraciones que expongo a continuación.

La didáctica general, en el sentido que reivindicé anteriormente, remite a varias cosas:

- A cierto tipo de discusión en torno a la pedagogía, referida al aprendizaje y a la enseñanza específicas de la formación del docente.
- A posturas teóricas y prácticas concernientes al “oficio de maestro”. Encara la cuestión de la clase y la enseñanza mediante consideraciones de tipo general. No se dan las ya citadas “recetas”, sino se ponen de relieve problemas y se enseña a reconocerlos y contornarlos.
- A un programa que contempla la proclividad de la ciencia de la educación a la didáctica. En particular, la didáctica reivindica para sí la cuestión de la formación inicial del maestro y no la remite a la ciencia de la educación por considerarla demasiado general.

La investigación en didáctica se plantea, pues, metas a partir de necesidades, exigencias concretas que se pueden expresar por ejemplo mediante las siguientes preguntas: ¿qué es lo que se debe saber para tornar más eficaz la enseñanza? ¿de qué manera aprenden los alumnos? ¿cuáles son las herramientas metodológicas para adaptar la enseñanza a la capacidad individual? ¿cómo evaluar la eficacia de la metodología escogida? ¿cómo y con qué instrumentos evaluar? (A manera de contra-ejemplo yo diría que “la cosa por evaluar” tiene que ver con la didáctica disciplinaria, pero el análisis de los instrumentos posibles para realizarla estaría a cargo de la didáctica general).

Pero todo esto resultaría banal si no estuviere sólidamente basado en la teoría. Así pues, se tienen que construir tales bases a partir de las investigaciones en las que estudiosos de la didáctica general y de las de cada disciplina colaboren en el sentido de comprender la teoría y los vínculos útiles entre ellas. Por ejemplo, resulta obvio –y es hoy por hoy aceptado ampliamente– que la epistemología disciplinaria es el punto cardinal para estudiar los obstáculos del aprendizaje y la naturaleza de los errores. Ello incide directamente sobre la evaluación de la eficacia de la acción didáctica y la evaluación del nivel de aprendizaje alcanzado por el alumno. Pero la epistemología disciplinaria debe ser objeto de estudio no sólo de los didactas de cada disciplina. Los estudiosos de didáctica general –quienes ignoran por completo las características específicas de la epistemología de cada disciplina– intentan inútilmente hablar de didáctica general en sí misma. Obviamente, ello no significa que el didacta tenga que ser un *todólogo*, apenas señalo que requeriría contar con información específica para poder dar ejemplos significativos en caso necesario.

Lo anterior ha llevado en los últimos 30-35 años al desarrollo de una larga serie de paradigmas metodológicos del universo de la didáctica de las matemáticas, mismos que caen bajo la mirada de todos y constituyen el lenguaje compartido de nuestra disciplina a nivel internacional: *contrato didáctico, teoría de las situaciones, campo*

*conceptual, obstáculos*, etc. (D'Amore, 1999b). También ha llevado a sacar a la luz estudios y propósitos de la investigación en didáctica general.

- Según Vergnaud (Vergnaud, Holbwachs, Rouchier, 1977): “Es preciso desechar todo esquema reduccionista: la didáctica no es reducible ni a la conciencia de una disciplina ni a la psicología, ni a la pedagogía, ni a la historia, ni a la epistemología. Ella presupone todas las anteriores mas no puede reducirse a ninguna de ellas; tiene su identidad propia, sus problemas y sus métodos. Es un punto compartido por los investigadores dedicados a dicha empresa”.
- Según Brun (1981): “La renovación del término “didáctica” en ciencias de la educación pretende restaurar la importancia de los contenidos de la enseñanza.”
- Según Lacombe (1985): “La didáctica contempla esencialmente la transmisión del conocimiento y habilidades y constituye, por tanto, el núcleo cognitivo de la investigación sobre la enseñanza.”
- Según Audigier (1990): “La didáctica se diferencia de la pedagogía en que considera sistemáticamente los contenidos disciplinarios.”

Lo anterior se refiere a la didáctica general y sus intereses por las disciplinas. Si en cambio pretendemos definir qué cosa es una didáctica disciplinaria, veamos qué afirman otros autores al respecto:

- Douady (1984): La didáctica de las matemáticas es: “el estudio de los procesos de transmisión y de adquisición de los diversos contenidos de dicha ciencia (las matemáticas) [y] se propone describir y explicar los fenómenos propios de la relación entre su enseñanza y su aprendizaje. Ello no se reduce en absoluto a buscar la manera de enseñar ciertos conceptos.”
- Vergnaud (1985a): “La didáctica de una disciplina estudia los procesos de transmisión y adquisición relacionados al dominio particular de cada disciplina o de las ciencias aledañas con que interactúa.”

Sin embargo, soy de la opinión de que la mejor manera de poner de relieve el contenido, los alcances, la metodología de la didáctica de las matemáticas y, al menos en parte, de la actual investigación en didáctica de las matemáticas, es profundizar paso a paso algunos de sus contenidos más relevantes. Incluso dado que el tema de la especificidad en la investigación sobre didáctica de las matemáticas ha sido debatido intensamente en este tiempo y del debate han surgido muchos estudios interesantes. Como preámbulo, se podría leer a Brun y Conne (1990) y Boero (1992).

Para conocer la historia de la idea de didáctica, tal como se la concibe hoy en día, recomiendo a Artigue y Douady (1986) quienes, aunque con ciertas diferencias, ponen de relieve su surgimiento en Francia, en 1974.

Todo lo anterior a menudo ha abierto la cuestión nada trivial acerca de la preparación que deben tener los docentes de matemáticas. Las múltiples naciones del mundo han decidido recorrer diferentes caminos, con frecuencia sumamente distintos, y no es aquí el caso de abordarlos. En el milenio hemos intentado desbancar la idea, aún viva, de que: “basta saber matemáticas para enseñar matemáticas”. Esto no es verdad ni nunca lo ha sido: ya en el siglo XVIII se había comprendido que no era así.

Recomiendo a Godino (1996) y a D'Amore y Martini (1999) para abundar en el tema. Aquí me limito a señalar que el gran matemático Felix Klein (1849-1925) ya lamentaba la falta de una preparación para la profesión de maestro de matemáticas en la universidad, hacia finales del siglo XIX (Loria, 1933). Según Klein, el periodo de los estudios universitarios constituye simplemente un paréntesis, lo que él denominó como paréntesis universitario. Primero, el futuro docente es alumno de secundaria superior\*, después vive este paréntesis y, finalmente, entra a dar clases como maestro de secundaria. Al no haber tenido preparación alguna en esta profesión, no puede sino apegarse al modelo pre-universitario que conocía.

Mis premisas son las precedentes:

Si al menos algunas son compartidas por algún lector, entonces es lícita la pregunta: ¿qué esperar de futuros desarrollos? ¿qué tipo de investigaciones podrían asumir un interés relevante?

Por diversos motivos que expondré brevemente, yo le “apuesto” a:

- Registros, semiótica y noética.
- El problema de la devolución fallida.
- El problema de la relación con el saber.
- Influencia de la investigación empírica sobre el trabajo concreto y sobre la gestión curricular por parte del docente.

En su interesante y relevante trabajo, Raymond Duval (1988a,b, c, 1993, 1995) aborda la problemática de los diversos registros semióticos, y la necesidad de que la semiótica se reúna con la noética. Para mayor brevedad, aceptamos las siguientes definiciones:

*Semiótica* = adquisición de una representación realizada por medio de signos

*Noética* = adquisición conceptual de un objeto

Si pensamos que ningún objeto matemático adolece de una realidad objetual (en el sentido aristotélico de “cosa”)<sup>6</sup>, entonces nos encontramos en una situación de gran interés conceptual que Duval (1993) llama de “paradoja cognitiva” (exclusiva de las matemáticas): “[...] por un lado, el aprendizaje de los objetos matemáticos no podría ser sino un aprendizaje conceptual y, por otro, únicamente por medio de representaciones semióticas es posible ejercer actividad sobre los objetos matemáticos. Tal paradoja podría constituir un verdadero círculo vicioso para el aprendizaje. ¿Cómo podrían los aprendices no confundir los objetos matemáticos con su representación semiótica si éstos sólo pueden relacionarse a través de sus representaciones semióticas? La imposibilidad de acceder directamente a los objetos matemáticos, más allá de su representación semiótica, torna casi inevitable la confusión. Y, por el contrario, ¿cómo podrían los aprendices adquirir el dominio de los tratamientos matemáticos -necesariamente ligados a la semiótica- si carecen aún de la comprensión conceptual de los objetos representados? La paradoja se exagera si identificamos la actividad matemática con la actividad conceptual, y si se considera la representación semiótica como algo secundario o extrínseco”.

\* En el original “secondaria superiore”: o sea alumnos de 14-19 años [Nota del T.]

<sup>6</sup> En *Metafísica*, Aristóteles afirma que la “cosa”, en tanto parte de lo real, es aquello que presenta las tres características siguientes: 1) tridimensionalidad, 2) accesibilidad sensorial múltiple (es decir de varios sentidos a la vez), independientemente de sus representaciones semióticas y 3) posibilidad de separación material y de otras partes de lo real, de otras “cosas”.

En mi opinión, estamos apenas comenzando a realizar estudios de este tipo y, sobre todo, estamos apenas comenzando a estudiar qué sentido conferir a la palabra *concepto* (en general y, en particular, en matemáticas.). El hecho es que, tratándose de conceptos matemáticos, no podemos sino dar, indicar, usar, referirnos a, etc. sus representaciones semióticas, con el problema de:

- *Representarlos* en un registro dado
- *Tratar* sus representaciones al interior de un registro dado
- *Convertir* sus representaciones de un registro al otro, siendo todas “operaciones” metasemióticas de gran relevancia -incluso esenciales- en el aprendizaje.

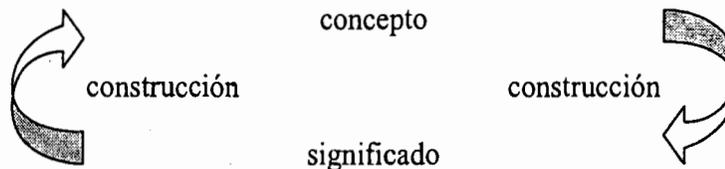
No se trata de estudios abstractos o abstrusos como podría pensar quien lea superficialmente, sino de una verdadera necesidad.

Finalmente, deseamos comprender el porqué de la devolución fallida por parte de los estudiantes. No se ha dicho que se trate apenas de un problema afectivo o metacognitivo o relativo a la institucionalización. El meollo podría radicar en la incapacidad de gestar tales operaciones metasemióticas, con las consiguientes renuncias, como he intentado comprobar estos años. Podría radicar en la incapacidad de captar o aceptar que la relación personal con el saber ingrese al nivel institucional...

Una de las dificultades para proporcionar definiciones seguras en este tipo de estudios es que en la idea de *concepto* participan muchos factores y causas. Para decirlo brevemente, aunque de modo incompleto, no parecería correcto afirmar, por ejemplo que el *concepto de recta* (suponiendo que exista) es, sencillamente, el que habita en la mente del académico que ha dedicado su vida de estudio y reflexión a dicho asunto. Parecería más correcto hoy en día afirmar en su lugar que existe un fuerte componente “antropológico” que pone en evidencia la importancia de las relaciones entre  $R_1(X, O)$  [relación institucional con el objeto del saber] y  $R(X, O)$  [relación personal con el objeto del saber] (utilizo símbolos y terminología de Chevallard, 1992). Obviamente, aquí *objeto del saber* da por entendido *objeto matemático del saber*, que Chevallard (1991, p.8) define como: “emergente de un sistema de praxis donde se manipulan objetos materiales que se descomponen en diversos registros semióticos: registro oral, de palabras o de expresiones pronunciadas; registro gesticular; dominio de la inscripción o bien de lo que se escribe o dibuja (gráfica, fórmula, cálculo,...), vale decir registro de la escritura”.

Por tanto, en la “construcción de un concepto” participarían tanto la parte institucional (el saber) como la parte personal (de quienquiera que hubiere abordado dicho saber, no solo el académico). Diversos autores se han apegado a esta posición. Me limito aquí a sugerir el trabajo de Godino y Batanero (1994) dado que dicho artículo es de extraordinaria importancia para el debate del cual pretendo formar parte, ya que trata precisamente de las relaciones entre significados institucionales y personales de objetos matemáticos.

Ahora bien, distinguir el “concepto”, de su construcción no resulta fácil y tal vez no sea ni posible ni deseable. Un concepto está continuamente en fase de construcción, por decir, y en este proceso radica la parte más problemática, y por tanto más rica, de su significado:



¿Cómo no dar prioridad a este tipo de intereses mientras la investigación empírica sigue una serie de cursos paralelos, en forma ramificada, brindando preciosas alternativas metodológicas?

Me parece que el universo de la investigación en didáctica de las matemáticas se fragmentará definitivamente en dos: aquellos que perennemente emprenderán estudios de carácter “abstracto”, no vinculados a la realidad del salón de clases (“microdidáctica”) y aquellos que continuarán creyendo que toda esta avalancha de investigaciones -incluso teóricas- deberán de confluir en el salón de clases y en las habilidades profesionales del profesor.

Yo pertenezco al segundo grupo y éste es el motivo por el cual de investigador en matemáticas me he convertido en investigador en didáctica de las matemáticas. Y es por esto que escogí entre las posibles líneas de investigación futura aquellas por las que vengo “apostando”, incluso la influencia de la investigación empírica sobre el trabajo concreto y sobre la gestión curricular.

Quizás, tras las grandes revoluciones de la didáctica en los últimos decenios del milenio, se deberá tomar una decisión fundamental, en mi opinión: qué hacer con todos estos resultados de investigación y de todas las teorías ideadas con el fin de mejorar la oferta de la enseñanza. (Sería tanto como hacer descubrimientos en medicina y no desear transformarlos en curas o medicinas.)

Tal vez alguno que otro autor dedique su atención (de investigación, de experimentación) a la empresa que considero fundamental: mejorar la imagen de las matemáticas que poseen los alumnos y las personas en general; aumentar la cultura matemática y, sobre todo, aumentar la educación matemática de todos.

El efecto empírico de la investigación está todavía en la actualidad bastante lejano al salón de clases. Quizás debido a que nuestra disciplina es joven... En el próximo milenio se deberá perseguir una meta más compleja: construir un curriculum consistente con los resultados obtenidos en las investigaciones.

## Bibliografía

- Artigue M. y Douady R. (1986), La didactique des mathématiques en France. *Revue française de pédagogie*, 76, 69-88.
- Audigier F. (1990), *Histoire. Géographie. Éducation civique. Collège Lycée*, 8. Paris, CRDP.
- Bertolini P. (ed.) (1994), *Sulla didattica*. Firenze, La Nuova Italia.
- Boero P. (1992), Sulla specificità delle ricerche in didattica della matematica. Il caso del formalismo algebrico. *L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate*, 15, 10, 964-986.
- Brun J. (1981), À propos de la didactique des mathématiques. *Math-École*, 100-101, 14-21.
- Brun J. (1996), Évolution des rapports entre la psychologie du développement cognitif et la didactique des mathématiques. En: Brun J. (ed.) (1996), *Didactique des mathématiques*. Neuchâtel, Délachaux et Niestlé, 19-43. [Aparece también en: Artigue M., Gras R., Laborde C. & Tavnnot P. (eds.) (1994), *Vingt ans de didactique des mathématiques en France. Hommage à Guy Brousseau et Gérard Vergnaud*. Grenoble, La Pensée Sauvage, 67-83].
- Brun J. y Conne F. (1990), Analyses didactiques de protocoles d'observation du déroulement de situations. *Éducation et recherche*, 3, 261-286.

- Calonghi L. (ed.) (1993), *Nel bosco di Chirone. Contributi per l'identificazione della ricerca didattica*. Napoli, Tecnodid.
- Chervel A. (1988), L'histoire des disciplines scolaires. *Histoire de l'éducation*, 38, 1988.
- Chevallard Y. (1991). Dimension instrumentale, dimension sémiotique de l'activité mathématique. *Séminaire de Didactique des Mathématiques et de l'Informatique de Grenoble*. LSD2, IMAG, Université J. Fourier, Grenoble.
- Chevallard Y. (1992). Concepts fondamentaux de la didactique: perspectives apportées par une approche anthropologique. *Recherches en didactique des mathématiques*, 12, 1, 73-112.
- Conne F. (1996), Savoir et connaissance dans la perspective de la transposition didactique. In: Brun J. (ed.) (1996), *Didactique des mathématiques*. Neuchâtel, Delachaux et Niestlé, 275-338.
- D'Amore B. (1999a). Escolarización del saber y de las relaciones: efectos sobre el aprendizaje de las matemáticas. *Relime*, Mexico D F, en prensa.
- D'Amore B. (1999b). *Elementi di Didattica della Matematica*. Bologna, Pitagora.
- D'Amore B. y Martini B. (1999), Sobre la preparación teórica de los maestros de matemática. *Relime*, 1. [En prensa].
- Douady R. (1984), *Jeux de cadres et dialectique outil-objet dans l'enseignement des mathématiques*. Thèse d'État, Univ. de Paris. [Publicado en: *Recherches en didactique des mathématiques*, 7, 2, 1986, 5-31].
- Duval R. (1988a). Ecartis sémantiques et cohérence mathématique. *Annales de Didactique et de Sciences cognitives*, 1, 7-25.
- Duval R. (1988b). Approche cognitive des problèmes de géométrie en termes de congruence. *Annales de Didactique et de Sciences cognitives*, 1, 57-74.
- Duval R. (1988c). Graphiques et équations. *Annales de Didactique et de Sciences cognitives*, 1, 235-253.
- Duval R. (1993). Registres de représentations sémiotiques et fonctionnement cognitif de la pensée. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, ULP, IREM Strasbourg, 5, 37-65.
- Duval R. (1995). *Sémiosis et pensée humaine. Registres sémiotiques et apprentissages intellectuels*. Berne, Peter Lang.
- Genovesi G. (1996), La Didattica Generale, scienza della traslocazione delle conoscenze disciplinari. *La didattica*, 3, 35-37.
- Godino J.D. (1996), Relaciones entre la investigación en didáctica de las matemáticas y la práctica de la enseñanza. In: Puig L. & Calderon J. (eds.) (1996), *Investigación y Didáctica de las Matemáticas*. Madrid, CIDE (Ministerio de Educación y Ciencia), 119-137.
- Godino J.D. y Batanero C. (1994). Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 3, 325-355.
- Kintzler C. (1989), Éléments. En: AA. VV. (eds.), *Écrits de Condorcet*. Paris, Edilig.
- Lacombe D. (1985), La didactique des disciplines. En: AA. VV. (1985), *Encyclopedia Universalis*, Paris, 394-396.
- Loria G. (1933), Commission internationale de l'enseignement mathématique. La préparation théorique et pratique des professeurs de mathématiques de l'enseignement secondaire dans les divers pays. I. Rapport général. L'enseignement mathématique, XXXII, 5-20.
- Mialaret G. (1982), *Les sciences de l'éducation pour l'ère nouvelle*. Caen, Cerse.
- Schubauer-Leoni M.L. (1996), Il contratto didattico come luogo di incontro, di insegnamento e di apprendimento. In: Gallo E., Giacardi L. & Roero C.S. (eds.) (1996), *Conferenze e seminari 1995-1996*. Associazione Subalpina Mathesis - Seminario di Storia delle Matematiche "T. Viola", Torino, 21-32.
- Vergnaud G. (1985a), Psicología cognitiva ed evolutiva. Ricerca in didattica della matematica: alcune questioni teoriche e metodologiche. En: Chini Artusi L. (ed.) (1985), *Numeri e operazioni nella scuola di base*. Bologna, Zanichelli-UMI, 20-45.
- Vergnaud G., Holbwachs F., Rouchier A. (1977), Structure de la matière enseignée, histoire des sciences et développement conceptuel chez l'élève. *Revue française de pédagogie*, 45, 7-15.
- Vygotskij L.S. (1977), *Pensamiento y Lengua*. Buenos Aires, La Pléyade.