Revista EJES

Explorando el mundo de los números N-Males

Jhon Alexander Gómez Aponte[1]
María Inés Cano Villamil[2]
Esperanza Lovera de Rincón[3]

Resumen. Dentro de las diferentes representaciones de los números racionales es posible encontrar la de número decimal, y de una manera más general, la de número n-mal, la cual surge a partir de la división de dos números naturales en diferentes bases numéricas. El objetivo de este trabajo es presentar algunas generalizaciones encontradas en cuanto a la división de dos números naturales para obtener un número N-Mal.

En primer lugar, es necesario hacer una contextualización en cuanto a las diferentes representaciones de los números naturales según las bases numéricas, es decir:

Recordemos que el valor posicional de cualquier símbolo en la base 10 está dado por la siguiente estructura:

10^n	...	10^3	10^2	10^1	10^0	,	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	...	10^{-}

Donde un número ubicado en una posición tendrá el valor dado por la tabla. Todo lo anterior puede verse de manera más general así:

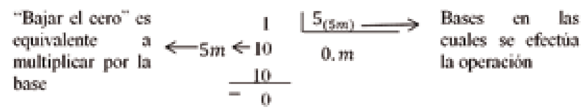
m^n	...	m^3	m^2	m^1	m^0	,	m^{-1}	m^{-2}	m^{-3}	...	m^{-n}

Lo cual representa el valor posicional para una base *m*, siendo *m* un número natural mayor que 1.

Con base en todo lo anterior, el siguiente paso es pensar cómo obtener números de ese tipo (n-males), y un camino para ello es la división, dado que por ejemplo:

$$1/5_{(2)} = 0,\widehat{0011}$$

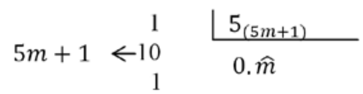
Lo cual es un número n-mal en base 2; por ende el primer paso es generalizar en términos de la base, teniendo en cuenta el siguiente procedimiento (justificado por el algoritmo de la división de Euclides) (Grimaldi, 2004), es decir:



De donde podemos conjeturar que:

$$\boxed{1/5_{(5m)} = 0,m}$$

Así mismo podemos ver que



Por ende:

$$\boxed{1/5_{(5m+1)} = 0,\widehat{m}}$$

y con procedimientos similares podemos ver que:

$$\boxed{1/5_{(5m+2)} = 0,\overbrace{m\ \ 2m\ \ 4m+1\ \ 3m+1}}$$

[1] Estudiante de IV semestre, Licenciatura en Matemáticas, Universidad Pedagógica Nacional, Bogotá, D.C. dma_jgomez946@pedagogica.edu.co
[2] Estudiante de IV semestre, Licenciatura en Matemáticas, Universidad Pedagógica Nacional, Bogotá, D.C.
[3] Estudiante de IV semestre de Licenciatura en Matemáticas, Universidad Pedagógica Nacional, Bogotá, D.C. dma_eloverad912@pedagogica.edu.co

$$\boxed{{}^{1}/_{5_{(5m+3)}} = 0,\overline{m\ 3m+1\ 4m+2\ 2m+1}}$$

$$\boxed{{}^{1}/_{5_{(5m+4)}} = 0,\overline{m\ 4m+3}}$$

Es evidente que este procedimiento funciona para cualquier divisor, por ende podemos considerar el siguiente caso:

$$\begin{array}{rcr|l} & & 1 & x_{(xm)} \\ \cline{4-4} xm & \leftarrow & 10 & 0,m \\ & & 0 & \end{array} \qquad \boxed{x>1}$$

Debido a que nos basamos en el mismo algoritmo, podemos asegurar que este procedimiento también funciona, o sea, podemos conjeturar que:

$$\boxed{{}^{1}/_{x_{(xm)}} = 0,m \qquad si\ x>1}$$

Para continuar con el proceso de generalización podemos considerar el siguiente caso:

$$\begin{array}{rcr|l} & & 1 & x_{(xm+q)} \\ \cline{4-4} xm+q & \leftarrow & 10 & 0,m \\ & & q0 & \end{array} \qquad \boxed{\begin{array}{c} x>1 \\ q<x \end{array}}$$

Puesto que q es un número natural fijo pero arbitrario no sabemos el valor de q0, por consiguiente no podemos llegar a una generalidad. Para efectos de lograr nuestro cometido consideremos el siguiente caso:

$$\begin{array}{rcr|l} & & n & x_{(xm)} \\ \cline{4-4} x(nm) & \leftarrow & n0 & 0,(nm) \\ & & 0 & \end{array} \qquad \boxed{x>n}$$

De donde podemos conjeturar lo siguiente:

$$\boxed{{}^{n}/_{x_{(xm)}} = 0,(nm) \qquad si\ x>n}$$

Ahora para continuar con nuestro proceso de generalización consideremos el siguiente caso:

$$\begin{array}{rcr|l} & & n & x_{(xm+q)} \\ \cline{4-4} x(mn)+qn & \leftarrow & n0 & 0,(mn) \\ & & qn & \end{array} \qquad \boxed{\begin{array}{c} x>n \\ q<x \end{array}}$$

Como qn no tiene un valor fijo por la razón expuesta anteriormente, esto sugiere considerar el siguiente caso:

$$\begin{array}{rcr|l} & & n & x_{(xm+q)} \\ \cline{4-4} x(mn)+qn & \leftarrow & n0 & 0,(mn+1) \\ & & 0 & \end{array} \qquad \boxed{\begin{array}{c} x>n \\ q<x \\ qn=x \end{array}}$$

Este hecho nos permite conjeturar lo siguiente:

$$\boxed{{}^{n}/_{x_{(xm+q)}} = 0,nm+1 \qquad \begin{array}{c} n<x \\ q<x \\ qn=x \end{array}}$$

Anteriormente se tuvo en cuenta el caso $qn=x$, lo cual sugiere considerar el siguiente caso:

$$\begin{array}{rr|l} & n & x_{(xm+q)} \\ \cline{3-3} x(mn)+qn & n0 & 0,(mn)(qmn) \\ x(qmn)+q^2n & qn0 & \end{array} \qquad \boxed{\begin{array}{c} x>n \\ qn<x \end{array}}$$

Bajo este caso es evidente ver que el residuo será qn, lo cual nos genera el mismo problema con q^2n, por lo tanto podemos considerar el siguiente caso:

$$\begin{array}{rcr|l} & & n & x_{(xm+q)} \\ \cline{4-4} x(mn)+qn & & n0 & 0,(mn)(qmn) \\ x(qmn)+q^2n & \leftarrow & qn0 & \\ x(q^2mn)+q^3n & & q^2n0 & \end{array} \qquad \boxed{\begin{array}{c} x>n \\ q^2n<x \end{array}}$$

Es evidente que persiste el mismo problema con q^3n, y de manera más general con q^pn, lo cual sugiere el siguiente caso:

$$\begin{array}{rcr|l} & & n & x_{(xm+q)} \\ \cline{4-4} x(mn)+qn & \leftarrow & n0 & 0,(mn)(qmn)(q^2mn)\ldots((q^{p-1}mn)+1) \\ x(qmn)+q^2n & \leftarrow & qn0 & \\ x(q^2mn)+q^3n & \leftarrow & q^2n0 & \\ & & & \\ x(q^{p-1}mn)+q^pn & \leftarrow & q^{p-1}n0 & \\ & & 0 & \end{array} \qquad \boxed{\begin{array}{c} x>n \\ q<x \\ q^pn=x \end{array}}$$

Lo cual nos permite conjeturar lo siguiente:

$${}^{n}/_{x_{(xm+q)}} = 0,(mn)(qmn)(q^2mn)\ldots((q^{p-1}mn)+1) \qquad \begin{array}{c} n<x \\ q<x \\ q^pn=x \end{array}$$

Hasta ahora hemos mostrado un posible camino para la obtención de números n-males a partir de la división de dos números naturales, lo cual se puede seguir explorando a partir de las caracterizaciones hechas en este documento. Invitamos al lector interesado a seguir explorando este mundo tan fascinante.

Referencias

Gómez A., J. A. & Lovera de R., E. (2013). Explorando el mundo de los números n-males. Artículo inédito no públicado

Grimaldi, R. (2004). *Discrete and combinatorial mathematics: An Applied introduction.* United States of America: Pearson Editions.

Luque , C., Páez, J. & Mora , L. (2002). *Actividades matemáticas para el desarrollo de procesos lógicos.* Bogotá: Antropos.