Aproximación a los grafos de Voronoi y diagramas de Delaunay

Yancel Orlando Soto
yancelk@hotmail.es
Universidad Distrital Francisco José de Caldas, (Bogotá, Colombia)
Claudia Castro Cortés
mathclaudiacastro@yahoo.com
Universidad Distrital Francisco José de Caldas, (Bogotá, Colombia)

Resumen

El desarrollo contemporáneo que se ha llevado a cabo en la teoría de grafos, gesta la necesidad de comunicar algunas potencialidades de los diagramas de Voronoi y la triangulación de Delaunay. Este trabajo tiene como propósito presentar algunas construcciones de estos grafos y la reflexión sobre la aplicación de los mismos en correspondencia con el pensamiento geométrico.

Aspectos claves del póster

La teoría de grafos surge en el siglo XVIII con el problema de los puentes de Königsberg, ciudad en la que era costumbre salir a pasear y recorrer las cuatro regiones de la ciudad que estaban conectadas por siete puentes, con el tiempo se planteó el siguiente problema: *determinar si una persona puede realizar un paseo por la ciudad, de tal forma que cruce cada uno de estos puentes una sola vez*. En 1736 Euler publica la solución al problema mostrando un modelo matemático en el que representa las regiones con puntos y los puentes con líneas (ver figura 1), la solución se redujo a construir el grafo sin levantar el lápiz (Combariza; 2003); de esta manera, se concibe una nueva teoría en el campo de la matemática discreta que está asociada a los grafos. Castro y Díaz (1997) afirman que un grafo es un conjunto de puntos (llamados vértices) unidos entre sí por líneas (aristas). Formalmente, un grafo es una terna $G=(V_G, A_G, f_G)$ donde V_G y A_G son conjuntos con $V_G \neq \phi$ y f_G es la función: $f_G : A_G \rightarrow p_2(V_G)$

$a \rightarrow f_G(a)$, donde $p_2(V_G)=\{B \subseteq V_G \,/\, \# B \in \{1,2\}\}$

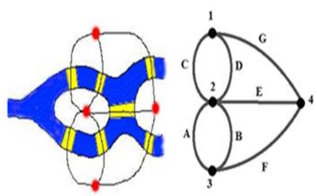	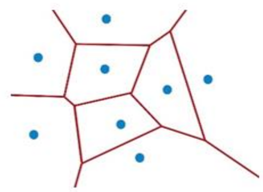	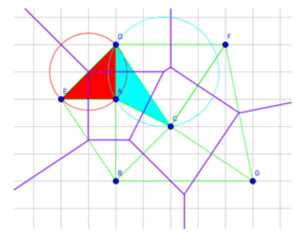	
Figura 1. Puentes de Königsberg.	Figura 2. Grafo de Voronoi.	Figura 3. Triangulación de Delaunay.	Figura 4. Aplicación de los grafos presentados.

El grafo de Voronoi viene a ser un elemento de la teoría de grafos y está a disposición en el estudio de geometría computacional. Un grafo de Voronoi se define de la siguiente manera: *"Dado un conjunto de vértices V en el plano, el diagrama de Voronoi de V, es una descomposición en el plano en regiones relacionadas a cada uno de los V"* (Moreno & Ordóñez; 2009).

Interpretando el grafo de Voronoi, se evidencia una representación de proximidad de un conjunto de vértices (ver figura 2) en donde se descompone el plano en regiones poligonales convexas (Braicovich, Caro & Yobrán; 2016). Por otro lado, las aristas del diagrama de Voronoi son porciones de mediatrices de pares de puntos y pueden ser de 3 tipos; *rectas* cuando todos los puntos están alineados, *semirrectas* cuando los 2 puntos que determinan la arista son consecutivos en la envolvente convexa, (cuando los puntos están contenidos en el plano de Delaunay, figura 3) y *segmento* cuando uno de los puntos que conforma la arista es interior a la envolvente convexa como en el caso de *A* y *C*, (ver figura 3).

De acuerdo a Delaunay, se dice que esta es una red de conformación de triángulos que cumplen con las características de Delaunay, en donde dos puntos conforman una arista de Delaunay sí y solo sí existe un círculo vacío de vértices V cuya frontera o límite pasa por los puntos mencionados

(Moreno & Ordóñez; 2009) y que tres puntos conforman un triángulo de Delaunay sí y solo sí el círculo que define la figura está vacío de puntos.

En relación con las aplicaciones de los grafos presentados, se puede trabajar sobre situaciones como las siguientes:

Dificultades que se presentan en vuelos aéreos (toma de decisiones sobre la posibilidad de aterrizaje) y estudio de optimización de distancias para realizar escalas de acuerdo a las paradas en cada una de las ciudades capitales (ver figura 4).

Análisis de estrategias y tácticas en un partido de fútbol en las que se puede dinamizar el movimiento de los puntos (siendo cada punto un jugador), distancias y ocupación de las regiones en el campo para predecir acciones y resultados en el juego.

Referencias bibliográficas

Braicovich, T; Caro, P & Yobrán, N. (2016). Grafos con GeoGebra. Actas CUREM (6), pág. 133-137.

Castro, C & Diaz, L. (1997). Teoría de grafos:algunos conceptos básicos (tesis de pregrado). Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Bogotá, Colombia.

Combariza, G. (2003). Una introducción a la teoría de grafos. Memorías XIV encuentro de geometría, pág; 565-591.

Moreno, J & Ordóñez, S (2009). Diagramas de Voronoi de alcance limitado (tesis de pregrado). Departamento de matemática aplicada, Barcelona, España.