

# **Congreso Internacional: Tecnologías Computacionales en el Currículo de Matemáticas**

---

**Kakihana K., Shimizu K., Nohda N.** (1996). *From Measurement to Conjecture in Geometry Problems. Student' Use of Measurements in the Computer Environment*. IN: *PME 20ème*, Vol. III. pp.161-168.

**MEN** (1999) *Nuevas Tecnologías y Currículo de Matemáticas*, Serie Liniamientos Curriculares.

**M oreno L. y Waldegg G.** (1999) *Fundamentación Cognitiva del Currículo de Matemáticas*. Centro de Investigación y Estudios Avanzados, México.

**M oreno L. and Santos Trigo L. M.** (1998) *An exploration of mathematical qualities of task via the use of technology* . CINVESTAV, México.

**Polya G.** (1978): *Cómo plantear y resolver problemas*. Trillas, México.

**S antos Trigo L. M.** ( 2000): *Students' Approaches to the Use of Technology in Mathematical Problem Solving* IN: *Representation and Mathematics Visualization (1998 – 2001)*.

**Schoenfeld A. H.** (1985): *Mathematical Problem Solving*. Orlando: Academic Press

**Siñeriz L. y Santinelli R.** (1998). *Estrategias espontáneas con uso de CABRI*. En: *Educación Matemática*. Vol. 10 No. 3, pp. 25-36.

**Vadcard L.** (1999). *La Validation en Geometrie au College avec Cabri – Géomètre. Mesures exploratoires et mesures probatoires*. Petit X, No. 50.

---

*La Maloka: un caso de apropiación de nuevas tecnologías computacionales en la promoción del pensamiento variacional*

**Henry Urquina Llanos**

Universidad de la Amazonía, Florencia

**Resumen.** Las representaciones ejecutables de la Calculadora Algebraica TI 92, posibilitan comprensión de la variación y el cambio a partir del abordaje de situaciones problemáticas situadas en el entorno socio cultural del estudiante, aproximando las matemáticas a otros campos de conocimiento. En este reporte se presentan algunos resultados logrados con un grupo estudiantes de grado noveno en el abordaje de una situación problemática vinculada con la construcción de una Maloka, empleando diversas formas de representación ejecutables.

## **Introducción**

El vertiginoso desarrollo científico y tecnológico ha consolidado, como una de las tendencias de investigación en tecnología y medios tecnológicos a nivel mundial, el estudio sistemático de las interacciones simbólicas entre los medios y los procesos cognitivos de los sujetos (Cabero, 1992).

## **Congreso Internacional: Tecnologías Computacionales en el Currículo de Matemáticas**

---

La educación, como proceso multimediado a través del cual se comunica de una generación a otra el legado cultural construido históricamente por la sociedad (que incluye la ciencia y la tecnología), no escapa a esta dinámica global. En el caso específico del conocimiento matemático escolar, que lleva a la formación y desarrollo del pensamiento matemático mediante la elaboración de significados simbólicos compartidos (MEN, 1998), las posibilidades mediadoras que brindan nuevas tecnologías como las calculadoras algebraicas, se encuentran en el centro de interés académico e investigativo.

Atendiendo a este campo de interés, en el desarrollo de un curso de matemáticas en grado noveno del Colegio Juan Bautista la Salle de Florencia Caquetá, una vez se abordaron las temáticas relacionadas con la noción de función, algunas formas de representación (gráfica y tabular especialmente) y su empleo en “ejercicios de aplicación” a través de metodologías y formas de trabajo convencionales o tradicionales, se pasó a incorporar la calculadora gráfica TI 92, con el propósito de estudiar las posibilidades e implicaciones que ella tiene en la comprensión de la función como variación y sus diferentes formas de representación en situaciones o fenómenos de cambio de tipo constante y lineal.

En el presente reporte, se presentan algunos resultados en relación a la comprensión de la función como variación en la situación problemática de construcción de una Maloka (Huitoto). La Maloka es una construcción representativa de las comunidades indígenas de la Amazonía, que sirve como sitio de encuentro e interacción cultural tradicional mítico mágica.

### **Marco teórico: La mediación de las representaciones ejecutables en la cognición matemática situada**

Los avances científicos de las últimas décadas de la humanidad, en procura de superar los límites del sistema sustentado en la energía, la materia y el espacio, han presionado la emergencia de nuevas perspectivas basadas en la abstracción y desmaterialización, en el cual la función prevalece sobre el objeto, es decir, el software, prevalece sobre la hardware, la información reemplaza materia y energía. (Defilippe, 1992)

De igual manera, los diversos estudios acerca de la cognición humana, han llevado a ver la cognición *...no tan sólo como “algo que ocurre en la cabeza del individuo”, sino como algo que tiene indudable connotación sociocultural. La cognición de un individuo se articula dialécticamente con la cognición de los demás...* (Moreno & Waldegg, 2001). Para alcanzar el progreso cognitivo, a partir de la interacción en el abordaje de situaciones problema, se debe generar conflicto sociocognitivo, que moviliza la presentación de diferentes centraciones cognitivas (puntos de vista, métodos, respuestas,...) y la búsqueda de una respuesta común al problema.

La enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas se desarrollan en procesos de interacción social en contextos determinados que influyen y determinan la naturaleza del conocimiento construido (Cognición situada), en donde cobra pertinencia el principio de mediación instrumental, en términos de que *todo acto cognitivo está mediado por un instrumento que puede ser material o simbólico* (Moreno & Waldegg, 2001). De esta forma se asume que el efecto del uso de herramientas en los seres humanos es fundamental, en tanto que ayuda a relacionarse de modo más productivo con su ambiente externo y afecta intensamente las relaciones internas y funcionales del cerebro humano (Vygotski, 1995).

En el principio de mediación (Wertsch, 1993), convergen la naturaleza mediada de la actividad cognitiva y los recursos representacionales para el desarrollo de la cognición. No hay actividad cognitiva al margen de la actividad representacional. Por representaciones se entienden, en al

# Congreso Internacional: Tecnologías Computacionales en el Currículo de Matemáticas

---

ámbito de las matemáticas, nociones simbólicas o gráficas, o bien manifestaciones verbales, mediante las que se expresan los conceptos y procedimientos en esta disciplina así como sus características y propiedades más relevantes (Lupiañez & Moreno, 2001), que se articulan a un sistema representacional o de notación constituido por un sistema de reglas para *identificar o crear caracteres, operar en ellos y determinar relaciones entre ellos (especialmente relaciones de equivalencia)* (Kaput, 1992).

La calculadora TI92 se asume como una herramienta de mediación en la construcción e internalización del conocimiento matemático, que encarna sistemas de representación ejecutables, que permiten trabajar dinámicamente un problema desde diferentes enfoques cognitivos. En este sentido, la educación matemática tiene como propósito central, el lograr fluidez representacional, que consiste fundamentalmente en el abordaje de una situación problema a través de diversos sistemas de representación (gráfico, simbólico, geométrico, numérico) y la capacidad para interpretar los resultados del tratamiento que se da a tales sistemas de representación mediante el instrumento ejecutor de que se dispone (Armella & Waldegg, 2001; Campistrous & López, 2000).

## El Proceso Metodológico

En el desarrollo de un curso de matemáticas en el grado noveno del Colegio Juan Bautista la Salle de Florencia Caquetá orientado por el Profesor Eduardo Polanía, inicialmente se abordaron los temas relacionados con la función constante, lineal y los objetos matemáticos a ellos vinculados a través de metodologías y estrategias convencionales o tradicionales (Uso del tablero, explicación verbal de objetos matemáticos, ejemplos de funciones y sus elementos).

Una vez desarrollado dicho trabajo, se incorporó el trabajo con la calculadora gráfica TI92, para efectos de estudiar las posibilidades de las representaciones ejecutables de esta herramienta en la comprensión de la función como variación en situaciones constantes y lineales, a partir del abordaje de una situación problema relacionada con la construcción de una Maloka. Para ello, previamente los estudiantes hicieron consultas en el centro indigenista acerca de qué son las malokas y las características centrales relacionadas con su construcción.

Posteriormente, se les hizo entrega de un taller de trabajo en el cual, con apoyo del programa Cabri Géométre, se les presentó un esquema general que servía como un referente elemental para diseñar y construir la Maloka (ver figura 1):

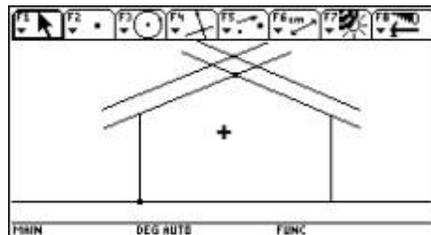


Figura 1: Esquema Gráfico General de la Maloka.

Teniendo como referente la figura 1, se solicitó a los estudiantes su construcción con apoyo de la Calculadora TI 92, empleando Cabri Géométre. Para ello se les sugirió:

- Construir los ejes de coordenadas.
- Ubicar puntos sobre los ejes x, y para escoger el tamaño de la Maloka.

## **Congreso Internacional: Tecnologías Computacionales en el Currículo de Matemáticas**

---

- c) Trazar las rectas necesarias para la construcción.
- d) Trazar rectas paralelas a las trazadas en c).
- e) Identificar cada recta con la ecuación respectiva.
- f) Ocultar los ejes de coordenadas.

A partir de la representación elaborada por los estudiantes se plantearon interrogantes en relación a las características matemáticas del techo, las paredes y el piso de la Maloka, así como respecto a las relaciones entre esas partes de la construcción.

Finalmente los estudiantes, con acompañamiento del profesor, a partir de las representaciones verbales, simbólicas y gráficas y los referentes matemáticos y geométricos que las sustentan, llegaron al diseño y construcción de la Maloka, argumentando acerca de los objetos matemáticos empleados.

### **Resultados**

Es importante indicar que el grupo de estudiantes con el cual se abordó la situación problemática recién iniciaban su trabajo con la calculadora. Los estudiantes empezaron por ubicar en la calculadora el programa Cabri Géomètre, generando su archivo personal (New).

Teniendo como referente la figura. 1, incluida en el taller o guía de actividad para los estudiantes, reprodujeron la gráfica y con apoyo del asistente de ecuaciones, determinaron la ecuación de las rectas que daban forma al piso, la pared y el techo. Posteriormente construyeron otras rectas para ir dando mayor forma tanto al techo como a la pared, encontrando que el techo se va formando a medida que se varía la pendiente y se preserva un mismo punto de corte con el eje y.

Posteriormente, teniendo como referente las orientaciones dadas en el taller o guía de actividad para los estudiantes, trazaron el eje de coordenadas (F8: 9: Format); trazaron diversas rectas (con F2: 4: Line) para empezar a definir gráficamente la Maloka: una recta paralela al eje x por la parte de abajo y otras rectas paralelas al eje y (una a la derecha y otra a la izquierda) equidistantes al eje y. Tal como se muestra en la figura. 2:

## Congreso Internacional: Tecnologías Computacionales en el Currículo de Matemáticas

---

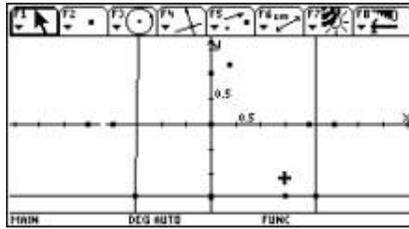


Figura 2. Empezando a definir algunos elementos estructurales para construir la Maloka.

Empleando segmentos (F2: 5: Segment) sobre las rectas trazadas, definieron el tamaño del piso, paredes y el techo de la Maloka, así como los rangos de variación. Aprovechando las posibilidades del asistente de ecuaciones (F6: 5: Equation & Coordinates), indicaron en pantalla las ecuaciones de las semirrectas del techo, las paredes y el piso de la Maloka, tal como se muestra en la figura 3:

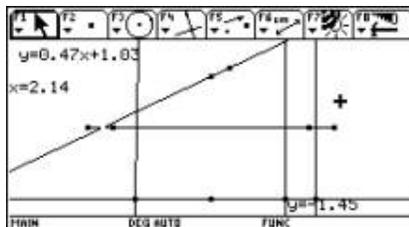


Figura 3: Definiendo piso, paredes y techo de la Maloka.

Seguidamente ocultaron las coordenadas, las rectas y únicamente dejan las semirrectas que al variar y colocarles traza, generen el techo y las paredes de la Maloka, dado que el piso se mantiene constante, como se puede observar en la figura. 4:

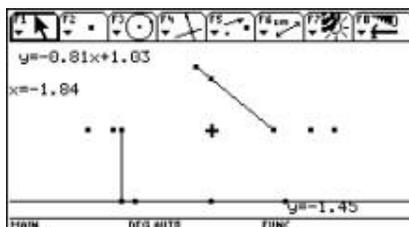


Figura 4: Objetos matemáticos que al variar permiten diseño gráfico de la Maloka.

Finalmente, definen la traza sobre los segmentos que definen techo y paredes y se anima el punto que hace variar el sistema representado, llegando a la representación de la Maloka, una construcción símbolo de la cultura y las tradiciones de los pueblos indígenas de la Amazonía (ver figura 5).

Las posibilidades de las representaciones ejecutables de la Calculadora TI 92, se constituyen en un escenario sensacional para re - crear y articular diversas formas de pensamiento

## Congreso Internacional: Tecnologías Computacionales en el Currículo de Matemáticas

---

matemático y la visualización (virtual) del comportamiento (variación) de los objetos matemáticos en situaciones determinadas.



Figura 5: La Maloka, símbolo cultural de los pueblos de la Amazonía.

A pesar de que los estudiantes, mediante métodos y estrategias convencionales (tradicionales) de trabajo, habían abordado los objetos matemáticos que emplearon en la construcción de la Maloka, la posibilidad de observar la variación y comparar diferentes sistemas de representación (verbal, simbólico, gráfico, geométrico), posibilitó la comprensión e internalización de la función como variación y la comprensión de los objetos matemáticos vinculados a ella, lo que se constituye en una herramienta poderosa para avanzar posteriormente en el ámbito del cálculo. Cobra sentido, la variación de la pendiente de la función que genera el techo; la preservación constante del punto de corte de dicha función con el eje Y, que al variar genera la familia de funciones que da origen al techo de la Maloka; el comportamiento constante de una función y su razón de ser, como es el caso de las paredes y el piso de la Maloka; la observación y exploración sobre la gráfica, su representación simbólica, geométrica y la articulación de una argumentación verbal y escrita para comunicarse con los demás compañeros.

De igual manera, permitió la exploración, el planteamiento de conjeturas, la comprobación de dichas conjeturas, el establecimiento de conclusiones a nivel personal y colectivo.

Cabe destacar aquí, las posibilidades de comunicación e interacción a partir de los aportes personales al trabajo colectivo. Por lo general, por bien diseñada que esté una situación problemática que se lleve al aula de clase, empleando herramientas mediadoras convencionales, como lápiz, papel, regla, compás, tablero, marcadores, entre otros, las posibilidades de conjeturar, explorar respuestas y colocar en el escenario colectivo las reflexiones y avances es menor y, quizá mucho más limitada, que con la mediación de la calculadora.

La ejecutabilidad y dinamismo de las formas de representación de la calculadora, motivan a la pregunta y reflexión personal, a la pregunta al compañero, a compartir lo que se hace, a explicar lo que se hace, motivando a la generación gradual de formas de argumentación y demostración en una nueva dinámica de hacer matemática escolar. Si esto se acompaña con la elaboración de registros escritos lo más detallado posibles por parte de los estudiantes, permite desde los procesos de enseñanza y de aprendizaje de las matemáticas, contribuir a la producción escrita y al desarrollo de competencias comunicativas en y desde las matemáticas. Algo que incluso hoy, se considera una tarea difícil por parte de los maestros de matemáticas y otro de los retos trascendentales de los sistemas educativos del mundo.

### Conclusiones

## **Congreso Internacional: Tecnologías Computacionales en el Currículo de Matemáticas**

---

Las matemáticas son un saber fundamental de la cultura que circula en ambientes escolares. La cognición humana, tienen connotación socio cultural en tanto que los procesos cognitivos de una persona, se articulan dialécticamente con la cognición de las demás.

Las matemáticas escolares, tienen como propósito central la formación y el desarrollo del pensamiento matemático mediante la elaboración de significados simbólicos compartidos a partir de la mediación instrumental material o simbólica. En la mediación instrumental convergen la naturaleza mediada de la actividad cognitiva y los recursos representacionales para el desarrollo de la cognición.

Las representaciones en matemáticas son nociones simbólicas o gráficas, o bien manifestaciones verbales, mediante las que se expresan los conceptos y procedimientos en esta disciplina así como sus características y propiedades más relevantes que se articulan a un sistema representacional o de notación constituido por un sistema de reglas para: Identificar o crear caracteres, operar en ellos y determinar relaciones entre ellos.

La educación matemática tiene como propósito central, el lograr fluidez representacional, que consiste fundamentalmente en el abordaje de una situación problema a través de diversos sistemas de representación (gráfico, simbólico, geométrico, numérico) y la capacidad para interpretar los resultados del tratamiento que se dé a tales sistemas de representación mediante el instrumento ejecutor de que se dispone

La calculadora es un instrumento de mediación que dispone de sistemas de representación ejecutables, que a través de su interacción permiten promover el desarrollo del pensamiento matemático a partir de la observación dinámica del papel de los objetos matemáticos en el abordaje de una situación problemática determinada.

Las representaciones ejecutables (simbólicas, gráficas, geométricas, gráficas, tabulares) de la TI 92, permiten visualizar, comprender e internalizar la función como variación en situaciones problemáticas situadas en el contexto socio cultural en el cual se desarrollan los procesos de enseñanza y de aprendizaje.

La Maloka es una construcción representativa de la cultura de los pueblos indígenas amazónicos, cuyo proceso de modelación matemática implica la comprensión de la función como variación a partir del empleo de las representaciones ejecutables de la calculadora.

La sistematización escrita de los procesos de exploración, conjeturación, reflexión personal, colectivización de los aportes personales y conclusiones colectivas, permite desde los procesos de enseñanza y de aprendizaje de las matemáticas contribuir a la producción escrita y al desarrollo de competencias comunicativas en y desde las matemáticas escolares.

### **Referencias**

**Cabero Almenara J.** (1992) *Investigación Audiovisual y Nuevas Tecnologías*, Universidad de Sevilla. Sevilla, España.

**Campistrous Pérez L.A. & López Fernández, J.M.**(2000) *La calculadora como herramienta heurística*, La Habana Cuba.

## **Congreso Internacional: Tecnologías Computacionales en el Currículo de Matemáticas**

---

**Defilippe M** (1992) *Alianza entre ciencia, tecnología e industria*, Segunda Edición, Trillas, México D.F.

**Kaput J .** (2001) *Technology and Mathematics Education*, e n: Gómez P. & Carulla C. *Sistemas de representación y mapas conceptuales como herramientas para la construcción de modelos pedagógicos en matemáticas*, ASOCOLME – GAIA. Santafé de Bogotá D.C. Colombia.

**Lupiáñez J.L. & Moreno Armella L.E.** (2001) *Estudios de Doctorado: Iniciación a la Investigación en Didáctica de la Matemática*, Universidad de Granada. España.

**Ministerio de Educación Nacional.** (1998) *Matemáticas: Lineamientos Curriculares*, Primera Edición. Santafé de Bogotá D.C, Colombia.

**Moreno Armella L. & Waldegg G.** (2001) *Fundamentación Cognitiva del Currículo de Matemáticas*, CINVESTAV – IPN, México, D.F. 2001. En prensa.

**Vygotski, L. S.** (1995) *El desarrollo de los procesos psicológicos superiores*, Crítica, Barcelona, España.

**Wertsh J.** (1993) *Voces de la mente*. Madrid. España, e n: Moreno Armella, L. & Waldegg, G.(2001) *Fundamentación Cognitiva del Currículo de Matemática*, . CINVESTAV – IPN, México D.F.

---

Exploraciones acerca de ángulos congruentes a partir de *ambientes de aprendizaje dinámicos*

**Lorenza Lozano Moreno**

Colegio Distrital República de Costa Rica, Bogotá

**Leonor Camargo Uribe**

Universidad Pedagógica Nacional, Bogotá

**Resumen.** El artículo presenta una experiencia de aula sobre un tema geométrico abordado como una propuesta de Situación Problema. Se plantearon importantes estrategias de solución en la exploración de ángulos congruentes, en el contexto de Geometría Dinámica del programa Cabri. Este nuevo ambiente hizo que los roles de los estudiantes y el profesor fueran más dinámicos, haciendo del aprendizaje en geometría un proceso más significativo.

### **Introducción**

La enseñanza de la geometría en la educación tradicional se aborda generalmente mediante la presentación de un compendio de definiciones y fórmulas proporcionadas por el maestro, seguidas de algunos ejemplos. El papel de los alumnos consiste en consignar lo que el profesor explica para luego memorizar dichas definiciones y fórmulas y responder las preguntas en las evaluaciones. En este ámbito, nociones como la de ángulo, son asociadas frecuentemente por los estudiantes con apreciaciones de tipo perceptual, como posición y tamaño y la congruencia de ángulos con igualdad en la medida. Esto debido quizás, a la pobreza del tratamiento de los objetos de estudio, ya que el ambiente rígido de trabajo en el aula de clase limita el tratamiento de los objetos de estudio a unas pocas representaciones, propuestas por