Introducción al cálculo de probabilidades con GeoGebra

Caro Moreno, Andrés Felipe
candres44@hotmail.com
Universidad Distrital. (Colombia)

Resumen

El propósito del taller es llevar a cabo la descripción y caracterización de las distribuciones de probabilidad discreta, por medio del análisis de gráficos y tablas que genera GeoGebra, pues éste software permite profundizar de forma dinámica los conceptos fundamentales o característicos de dichas distribuciones; el taller se encuentra dirigido a estudiantes del último ciclo escolar para la introducción y formalización de las aplicaciones del cálculo probabilístico, que se pueden realizar de manera sencilla con ayuda del software.

Palabras clave: Recurso informático, cálculo probabilístico, distribuciones probabilísticas.

1. Temáticas

Caracterizar las diferencias conceptuales entre las distintas distribuciones discretas mediante el análisis de gráficos, tablas y diagramas, con el fin de integrar la tecnología en la enseñanza de las distribuciones de probabilidad discreta a través del uso de GeoGebra; de esta forma las herramientas tecnológicas en la estocástica cobran un sentido práctico y sencillo de manipular, como lo establece (MEN, 1998) en su apartado: el uso de las TIC para la manipulación y utilización de programas para la enseñanza aprendizaje de la estocástica escolar, permitiendo que las personas interesadas en la probabilidad encuentren una ventaja más que una desventaja al momento de aplicarla a un contexto. Análogamente y de acuerdo con lo que plantea (Badii & Castillo, 2007), desarrollar problemas en distribuciones de probabilidad discreta por medio de herramientas tecnológicas, permiten generar un proceso más específico y real a las necesidades tecnológicas actuales.

2. Objetivos

- Identificar qué condiciones o variables son necesarias para establecer la probabilidad de un evento en cada una de las distribuciones discretas según los valores requeridos por GeoGebra.

- Caracterizar las distribuciones de probabilidad discretas por medio de cambios en las variables a través de GeoGebra.

- Reconocer a partir de la vista gráfica y la tabla de determinada distribución de probabilidad discreta: la media, la desviación estándar y el rango que le corresponde, por medio de la manipulación de datos que permite GeoGebra.

3. Referentes teóricos básicos

El marco referencial se divide en tres campos, el uso de Herramientas Tecnologías en el aula, la metodología del Tallery un apartado para las nociones básicas de las distribuciones probabilísticas a utilizar. Con respecto al primero según (Morrissey, 2007) el uso del Software permite:

> “Promover la cooperación y coordinación entre profesores en la renovación de los recursos docentes, de los métodos de evaluación, y en el uso de las nuevas tecnologías. Considerar al estudiante como verdadero protagonista en el aprendizaje y potenciar enfoques en los que se usen metodologías activas y de colaboración con ellos. Preparar al estudiante no sólo en conocimientos, sino también en destrezas y habilidades. A partir de la manipulación de herramientas virtuales para construcción de saberes”

De lo anterior, se infiere que la intención en la implementación de GeoGebra es dar significado a los conceptos de probabilidad en un entorno de acción distinto, promoviendo la exploración, la experimentación, el desarrollo de ideas y las habilidades de los estudiantes; en otras palabras, es una alternativa de innovación y hacer uso de ella permite explotar los beneficios de la herramienta (como las variaciones de los problemas o la representación gráfica de los mismos que pueden hacerse de manera simultánea) y adecuar la interacción docente-estudiante en un ambiente potencial para la comprensión del cálculo de las distribuciones de probabilidad discretas.

Puesto que con la incorporación del software GeoGebra, se procura lograr la adquisición de conocimientos y la formación óptima de los estudiantes a través de sus habilidades y actitudes, fortaleciendo el desarrollo de sus capacidades en el proceso de aprendizaje de las matemáticas a través del empleo de una metodología activa, la cual según Olga (2009), ofrece múltiples ventajas como, potenciar la comprensión autónoma, posibilitar la retroalimentación de los conceptos trabajados, aportar rapidez en los estudiantes; incluso, resulta ser una manera más efectiva de lograr un aprendizaje significativo.

Respecto a las distribuciones de probabilidad discreta a trabajar, la primera es la de una variable aleatoria discreta, o distribución binomial. Ésta distribución es propia de los procesos que representan datos discretos, donde los resultados de un experimento tiene sólo dos resultados posibles que son mutuamente exclusivos; para (Badii et al., 2007c) sus ejemplos son tales como "muerto o vivo, enfermo o saludable, verdadero y falso, etc., en donde la obtención del resultado deseado se considera como éxito "p" y el resultado no deseado como fracaso "q", donde, q = 1 – p "(Badii et al., 2007c).

De una muestra aleatoria de n de una población de N, el número x favorable tendría una distribución binomial cuando el tamaño muestra n es pequeño respecto al número de N, el número x a favor tiene una distribución de probabilidad hipergeométrica, cuya fórmula es:

$$P(x) = \frac{C_x^r C_{N-x}^{N-r}}{C_n^N}$$

Dónde: N = número de elementos en la población. r = número de elementos que tienen una característica específica, por ejemplo el número de personas a favor un producto particular. n = número de elementos en el muestra.

Según (Badii et al., 2000). La distribución de Poisson representa un modelo para la distribución de frecuencias relativas del número de eventos raros que ocurren en una unidad de tiempo, de distancia, de espacio, etc., con la cual pueden ser descritos por una variable aleatoria discreta.

"Utilizamos la letra y mayúscula X para representar a la variable aleatoria puede tomar valores enteros (0, 1, 2, 3, 4, etc.) y la letra minúscula x para señalar un valor específico que dicha variable puede tomar. La probabilidad de tener exactamente x presentaciones en una distribución de Poisson se calcula con la fórmula:"

$$p(x) = f(x) = \frac{e^{-\lambda}\lambda^{x}}{x!}$$

Dónde: Para el caso del programa los valores requeridos por GeoGebra son λ(es el número promedio de ocurrencias del evento aleatorio por intervalo de tiempo) yx = número de eventos raros por unidad de tiempo de distancia de espacio.

4. Propuesta de actividades

La metodología del taller consiste en que por medio de GeoGebra los asistentes logren establecer las ventajas del uso del cálculo de probabilidad es a través de la manipulación y el razonamiento de las siguientes preguntas orientadoras:

- ¿Qué condiciones o variables son necesarias para establecer la probabilidad de un evento en cada una de las distribuciones según los valores requeridos por el programa?

- ¿Se puede a partir de la gráfica y la distribución de probabilidades que tiene determinado evento averiguar la media y la desviación estándar?

Para ello, el taller se divide en dos partes, la primera consiste en el reconocimiento de las herramientas u opciones que trae GeoGebra para el cálculo de probabilidades y la segunda, en la implementación de estas herramientas para la solución de 2 problemas a partir de su uso. Por tanto, se iniciará con el reconocimiento de las herramientas que trae GeoGebra para el cálculo de probabilidades y su uso.

Para las distribuciones de probabilidad es necesario acceder a la ventana de Cálculo de Probabilidades por medio del ícono texto, que se encuentra en la barra de herramientas de GeoGebra. Dentro de dicha ventana, se encuentran distintas distribuciones discretas para trabajar (Binomial, Poisson, Pascal e Hipergeométrica). (Ver anexo 1).

Después de la explicación de las condiciones de uso y utilización de cada una de las distribuciones de probabilidad que se van a utilizar durante el taller, se entregará por grupos de tres o cuatro personas los siguientes problemas, para que por medio de la solución se dé solución a las preguntas orientadoras:

- La probabilidad de que un jugador de golf haga hoyo en un lanzamiento a una cierta distancia es de 0,2. Si lo intenta cinco veces, calcula las siguientes probabilidades: a. No acierte ninguna vez. b. Acierte alguna. c. Acierte dos veces.

- En la inspección de hojalata producida por un proceso electrolítico continuo, se identifican 0.2 imperfecciones en promedio por minuto. Determine las probabilidades de identificar: a) una imperfección en 3 minutos, b) al menos dos imperfecciones en 5 minutos, c) cuando más una imperfección en 15 minutos.

Referencias bibliográficas

- Badii, M.H. & J. Castillo (2007).Técnicas Cuantitativas en la Investigación. 348 pp. UANL, Monterrey. ISBN: 970-694-377-3.
- Martín Pliego FJ, Ruiz-Maya L. Estadística I: Probabilidad. Madrid: Editorial AC; 1997.

- MEN. (1998). Lineamientos Curriculares para el área de matemáticas. Ministerio de Educación Nacional: Bogotá.
- MEN. (2006). Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas Guía sobre lo que los estudiantes deben saber y saber hacer con lo que aprenden. Ministerio de Educación Nacional: Bogotá.
- Morrissey, Jerome (2007), El uso de TIC en la enseñanza y el aprendizaje. Cuestiones y desafíos, http://coleccion.educ.ar/coleccion/CD30/contenido/pdf/morrisey.pdf
- Palmgren J. Poisson Distribution. En: Armitage P, Colton T editores. Encyclopedia of Biostatistics. Vol. 4. Chichester: John Wiley & Sons; 1998. p. 3398-3402.
- Stylianides, A.J. (2007). Proof and proving in school mathematics. Journal for Research in Mathematics Education, 38, 289-321
- Vera, H & Silva, M. (2005.). Una propuesta educativa en informática educacional para la enseñanza de la matemática. Recuperado de: http://www.sadpro.ucv.ve/agenda/online/vo16n17a0.html.
- Olga, Coll, Vicente; Blasco, (2009). Aprendizaje de la estadística económico-empresarial y uso de las TICs. EDUTEC-E, Revista Electrónica de Tecnología Educativa, Nº 28 (marzo). http://edutec.rediris.es/Revelec2/revelec28/articulos_28_pdf/EdutecE_Coll_Blasco_n28.pdf Fecha de consulta: 27/07/2009.

Anexo 1: Introducción a las herramientas de GeoGebra para el cálculo de probabilidades

Las herramientas y su uso:

Acceso a la plataforma de cálculo de probabilidades:

Para acceder al cálculo de probabilidades hay dos opciones que dependen del tipo de problema, la primera es por medio de la vista Gráfica en donde el ícono de cálculo de probabilidades se encuentra en la barra de herramientas en el submenú del ícono ABC; la segunda opción es mediante la hoja de cálculo, en la cual el cálculo de probabilidades se encuentra en el submenú de Análisis

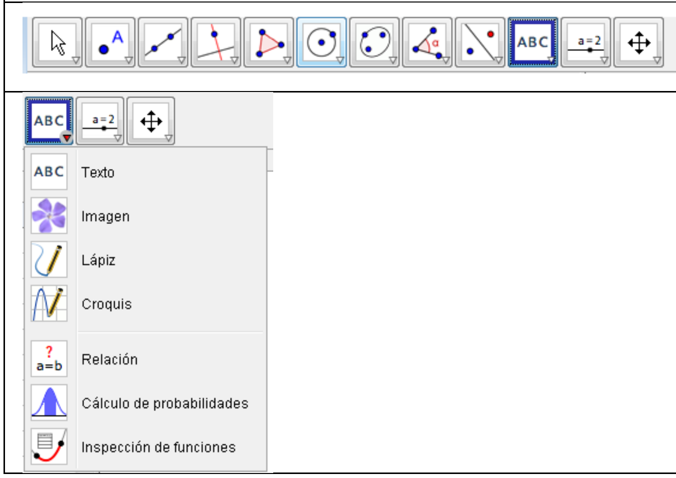
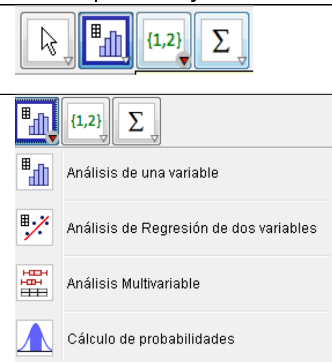
Acceso por la vista Grafica	Acceso por la Hoja de Calculo
	

Figura 1.

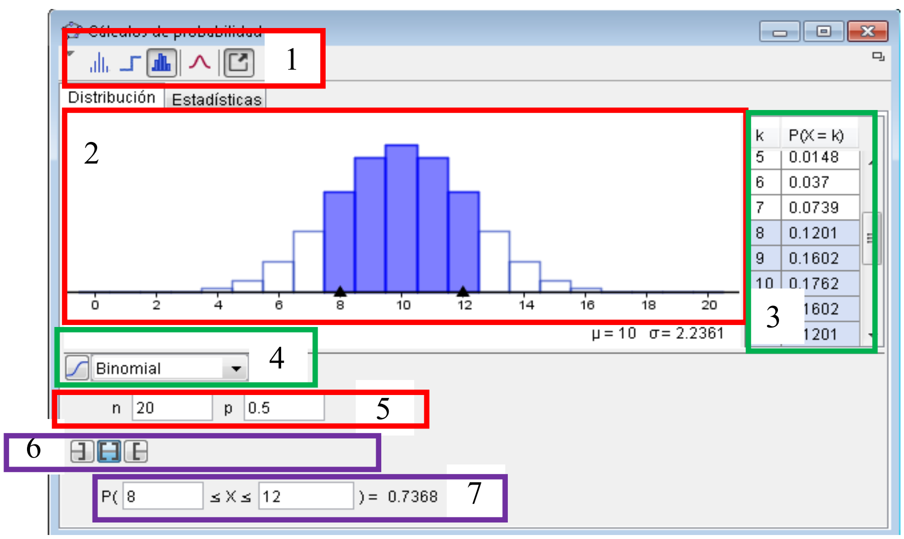


Figura 2.

La ventana de cálculo de probabilidades cuenta con:

- Tipo de gráfica
- Vista de la distribución
- Tabla de probabilidades
- Tipo de distribución
- Entrada de variables
- Tipo de probabilidad
- Rangos de probabilidad y resultado

Anexo 2: Ejemplo del uso del cálculo de probabilidades con GeoGebra en una distribución de Poisson

Para hacer uso de las herramientas se recurrirá al siguiente problema:

La probabilidad de encontrarse una moneda en la calle es de 0,0002 cada vez que se desplaza por la ciudad, si se realizan 3000 desplazamientos por la cuidad:

- ¿Cuál es la probabilidad de encontrar 3 monedas?
- ¿Cuál es la probabilidad de encontrarse de 2 a 6 monedas en los 3000 desplazamientos?
- ¿Cuál es la probabilidad de encontrarse menos de 5 monedas?

Para resolver el problema es necesario establecer las variables en los términos que son requeridas para este tipo de distribución por Geogebra; para un periodo de tamaño n la distribución de la media muestral seguirá una distribución Poisson con respecto a una probabilidad de evento p.

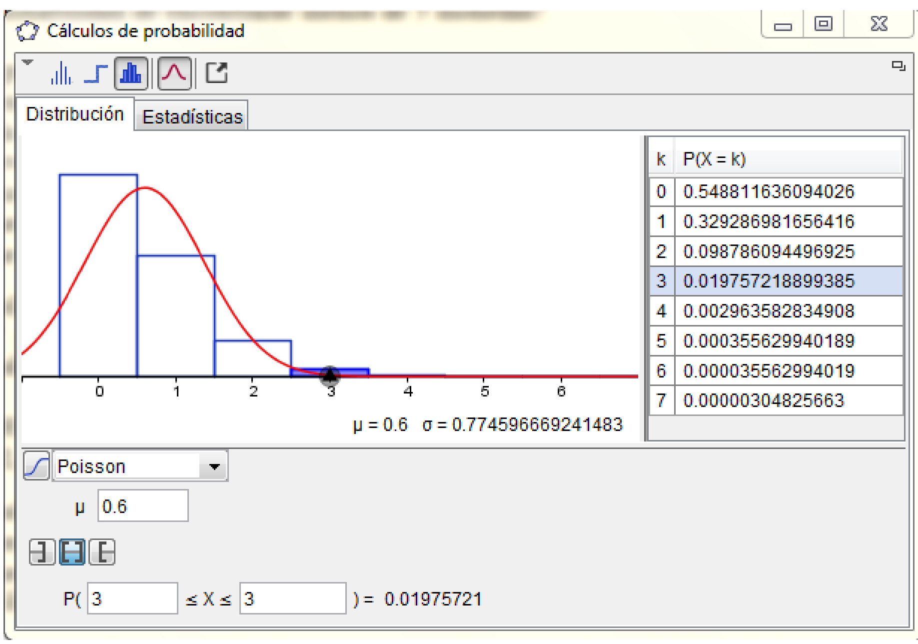


Figura 3.

Una vez seleccionada la herramienta Cálculo de probabilidades, indicamos que la distribución sigue (4) una Poisson e introducimos el valor de μ (5), que en nuestro ejemplo será.

Como la probabilidad "p" es menor que 0,1, y el producto " n * p " es menor que 100, entonces aplicamos el modelo de distribución de Poisson para su solución.

$\mu = n * p = 3000 * 0.0002 = 0.6$

$$Po(3000; 0.0002, x = 3) = Po(0.6, x = 3)$$

Lo siguiente es indicar el tipo de probabilidad (6) que para la primera pregunta es intervalo, y establecer los parámetros (7) que en nuestro ejemplo son 3 y 3 como se observa en la ilustración 3.

Por tanto, $Po\,(0.6, x = 3) = 0{,}0892$. Lo que quiere decir qué, la probabilidad de encontrar 3 monedas en los 3000 desplazamientospor la cuidad es del 8,9%

Simultáneamente al desarrollo de los otros ítems del problema, se desarrollara por medio de la herramienta cálculo de probabilidades la solución de las siguientes preguntas, a partir de la manipulación de la herramienta cálculo de probabilidades como lo describe Morrissey (2007):

- ¿Qué condiciones o variables son necesarias para establecer la probabilidad de un evento en cada una de las distribuciones según los valores requeridos por el programa?

- ¿Qué permite evidenciar la vista de probabilidades acumuladas, en la solución de los problemas planteados?

- ¿Se puede a partir de las gráficas de probabilidades y la distribución que tiene averiguar la media y la desviación estándar? Y ¿Por medio de la media y desviación con ayuda de las gráficas determinar la distribución a la que corresponde?