

Julián Ricardo Gómez Niño

- * Licenciado en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas. Universidad Distrital Francisco José de Caldas.
- * Diplomado en estrategias para la enseñanza de las matemáticas. Organización de Estados Americanos. OEA.
- * Docente del Colegio Champagnat de Bogotá.
- * Docente de la Fundación Universitaria Empresarial de la Cámara de Comercio de Bogotá.
- * Autor Cartilla de Juegos para Jardín, Transición y Primero “Mi Maleta Matemática” del proyecto Juega y Construye la Matemática.

UNA EXPERIENCIA BASADA EN JUEGOS QUE PERMITE CREAR ESTRATEGIAS EN LOS NIÑOS PARA RESOLVER PROBLEMAS MULTIPLICATIVOS

PROYECTO JUEGA Y CONSTRUYE LA MATEMÁTICA

ÁREA TEMÁTICA: MATEMÁTICA EDUCATIVA

Por: Julián Ricardo Gómez Niño
jurigoni@hotmail.com

1. CONTEXTUALIZACIÓN

La experiencia de aula que deseo compartirles, es un estudio que describe las estrategias utilizadas por los estudiantes del grado cuarto de primaria para resolver problemas multiplicativos simples de tipo razón y los juegos que permiten crear estas estrategias. Aunque se reconoce a nivel de investigación su importancia en la formación de la educación matemática y el relieve que se le ha dado a nivel de los documentos oficiales, todavía se mantiene en las aulas la enseñanza de la multiplicación a partir de algoritmos y solo algunos se preocupan por indagar sobre el proceso de construcción del pensamiento multiplicativo.

Por consiguiente, la daré a conocer en cuatro momentos: primero, contextualizaré la problemática de la indagación, la formulación del problema, los objetivos y la hipótesis. Segundo, realizaré una breve descripción del marco teórico; mostrando parte de los aspectos semánticos y sintácticos de los problemas multiplicativos de tipo razón. Tercero, presentaré los logros alcanzados, las estrategias encontradas, las conclusiones finales y las limitaciones. Y cuarto, daré a conocer tres juegos que permiten a los niños desarrollar estrategias para resolver problemas multiplicativos simples.

Así pues, durante menos de tres décadas, algunas investigaciones en Educación Matemática han colocado como tópico de estudio los problemas aritméticos, algunas de las razones que se tienen es que los estudiantes no comprenden este tipo de tareas. A su vez, esos estudios han vislumbrado que hay más elementos en los problemas que unos enunciados y una pregunta.

Por esta razón, al analizar las acciones de los estudiantes cuando se enfrentan a problemas aritméticos elementales se ha visto que el fracaso se evidencia a pesar de tener las técnicas de cálculo, que no pueden determinar cuál de ellas deben manejar, ya que los problemas exigen al sujeto comprensión y al modificar elementos como el del contexto, no lo pueden representar en alguno de los cálculos que conocen. Luego, los algoritmos en lugar de ser herramientas para resolver estas situaciones problema se convierten en obstáculos, ya que en la escuela se les dan los atributos de únicos y sistemáticos. De igual manera, la unicidad de los algoritmos hace que se pierdan técnicas de cálculo del contexto socio-cultural que maneja el estudiante, y a la vez, se convierte en algo sistemático de aplicar reglas que se enuncian pero que no se le ha dado razones de su ejecución.

De modo que, se ha decidido solamente abordar las actuaciones que tienen los estudiantes cuando se enfrentan a resolver los problemas multiplicativos simples de razón en el campo de los números naturales, debido a que son los primeros tipos de problemas que resuelven y están ligados a las primeras comprensiones de la multiplicación como suma reiterada. Así mismo, la pregunta de indagación que se aborda es: **¿Cuáles son las estrategias utilizadas por los estudiantes de cuarto de primaria para resolver problemas multiplicativos simples de tipo razón con números naturales? Y ¿Cuáles son los juegos más relevantes que permiten crear estas estrategias?**

1.1 Hipótesis.

El uso de estrategias propias de los estudiantes para resolver problemas multiplicativos simples de razón está ligado a variadas representaciones que identifican momentos de construcción de la estructura multiplicativa, y, éstas a su vez, pueden ser construidas por medio de juegos.

1.2 Objetivos

- Reconocer y describir las estrategias de los estudiantes de cuarto de primaria para resolver problemas multiplicativos de tipo razón en números naturales y jerarquizar las estrategias en los tipos de representación.
- Presentar algunos juegos del proyecto “Juega y construye la matemática” que permitieron que surgieran algunas estrategias en los estudiantes de grado cuarto cuando se enfrentaban a problemas multiplicativos simples de razón.

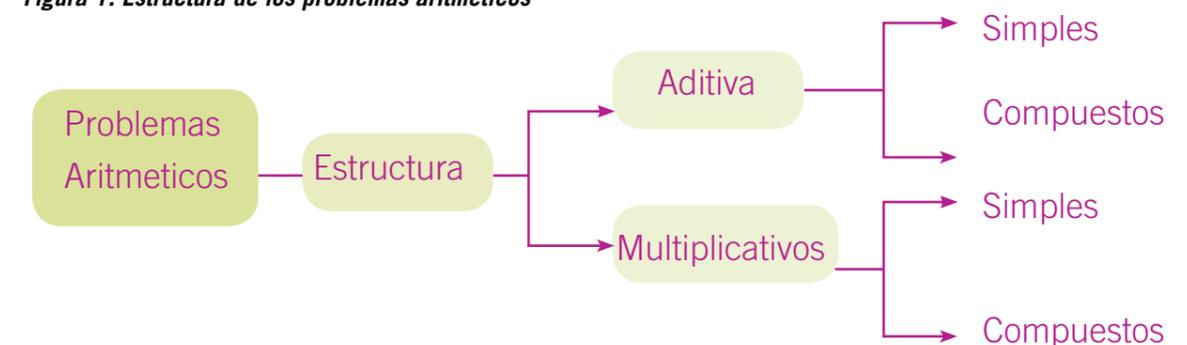
2. REFERENTES TEÓRICO PRÁCTICOS BÁSICOS:

A continuación se dan a conocer los aspectos teóricos en que se basa el presente trabajo de indagación. Se abordaron los problemas multiplicativos desde lo semántico y lo sintáctico.

2.1. Problemas multiplicativos.

Los problemas multiplicativos se pueden representar de diferentes formas a nivel de enunciado verbal o nivel gráfico. La mayoría de estudios sobre problemas multiplicativos simples enfatizan en problemas de enunciado verbal que exigen una operación para resolverlo, estableciéndose dos tipos: los que tienen estructura aditiva o estructura multiplicativa (Véase Figura 1)

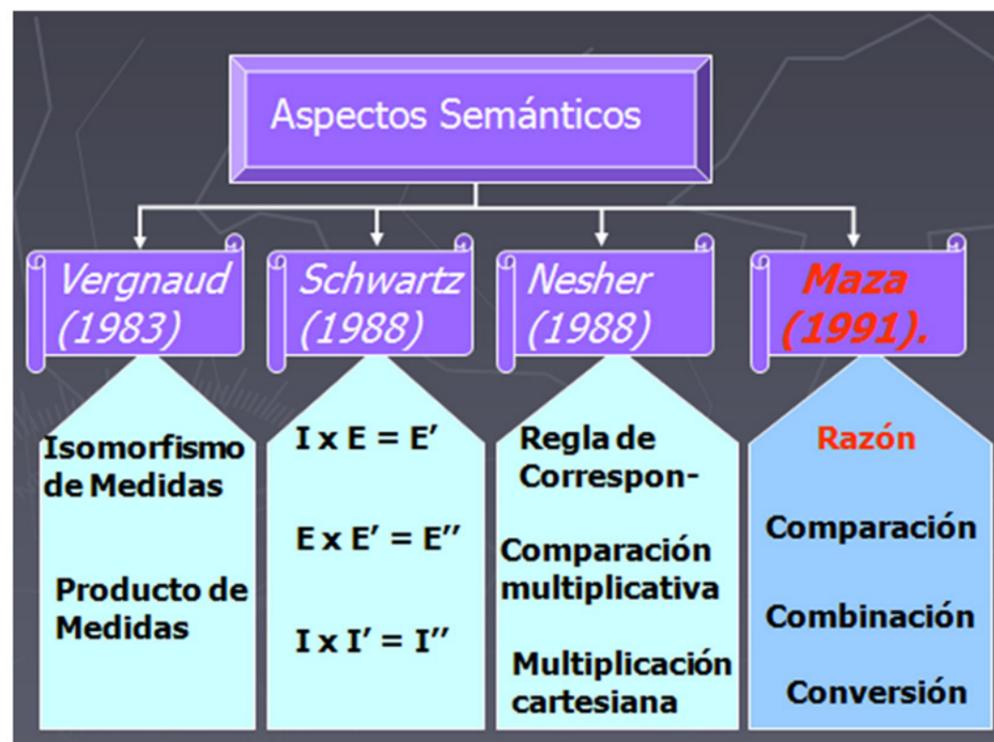
Figura 1. Estructura de los problemas aritméticos



Los problemas simples de estructura aditiva son los que exigen para resolverlos una suma o una resta y los problemas simples de la estructura multiplicativa son los que exigen para su resolución una multiplicación o una división. Los problemas compuestos de ambas estructuras son los que exigen de dos o más operaciones para resolverlos, que pueden ser aditivas y/o multiplicativas.

2.1.1. Aspecto semántico de los problemas multiplicativos. Las investigaciones en Educación Matemática han mostrado interés por realizar análisis semánticos de los problemas multiplicativos simples. Para Castro (1995), los aspectos semánticos de los problemas son el estudio del significado de los conceptos y las relaciones implicadas en el problema. También, Se han encontrado varias clasificaciones de los problemas multiplicativos simples como: las de Vergnaud (1983)¹³, Schwartz (1988)¹⁴, Nesher (1988)¹⁵ y Maza (1991). (Véase Figura 2)

Figura 2. Estructura de los problemas aritméticos



2.1.2. Aspecto sintáctico de los problemas multiplicativos Se entiende por sintáctico en esta indagación cualquier característica del problema que tiene que ver con el orden y las relaciones de las palabras que contiene el enunciado del problema. De ahí que para Castro (1995)¹⁶, un aspecto importante en la dificultad de comprensión de los problemas verbales es la formulación lingüística del problema; menciona que investigaciones con problemas de estructura aditiva y multiplicativa han puesto de manifiesto que cambios en la expresión lingüística de un problema

13 VERGNAUD, G. (2000). El niño, la matemática y la realidad. Problemas de la enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria. México: Editorial trillas. Pág. 197.

14 MAZA, C. (1991). Multiplicar y dividir a través de la resolución de problemas. Madrid: Editorial visor. Pág. 20.

15 CASTRO, E. (1995). Niveles De Comprensión En Problemas Verbales De Comparación Multiplicativa. Granada (España): Editorial Comares. Pág. 57.

16 CASTRO, E. (1995). "Niveles de comprensión en problemas verbales de comparación multiplicativa". Granada: Editorial Comares.

de la misma categoría semántica afectan su comprensión (Carpenter, 1985; De Corte, Verschaffel y De Win, 1985; otros), y que por ello hay que tener sumo cuidado al realizar conclusiones de estudios en los que se ha utilizado sólo una versión de los problemas.

Aunque pueden darse numerosas listas que se refieren a los aspectos sintácticos de los problemas aritméticos, aquí sólo se señalan algunos, tales como:

- **El formato del problema:** que se refiere a la presentación del problema, esto es, si es narrativo, telegráfico o jeroglífico - un combinado de palabras y dibujos-.
- **La longitud del enunciado:** se refiere al tamaño del problema que se puede medir por el número de caracteres, de palabras o de frases.
- **La presencia de los datos:** mediante números, símbolos o palabras.
- **La forma de disponer las proposiciones:** se refiere a la situación de la pregunta en el texto del problema, esto es, si está aislada al final del texto y separada de la parte informativa o al comienzo del texto, o bien el texto completo es una interrogación en la que se entremezclan la información y la pregunta del problema.

3. LOGROS ALCANZADOS

Primero, identificar las estrategias utilizadas por los estudiantes para resolver problemas multiplicativos de tipo razón y clasificarlas en cuatro grandes categorías, permitiendo evidenciar niveles de comprensión. (Véase Figura 3)

Figura 3. Categorías de estrategias encontradas en los tipos de problemas de razón

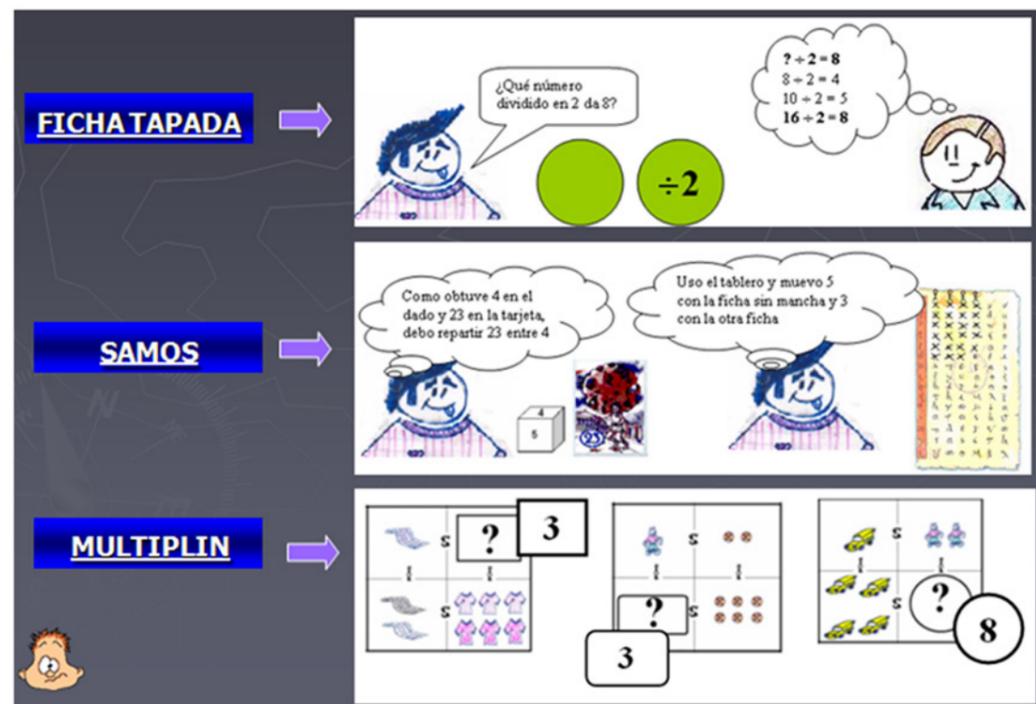
TIPOS DE PROBLEMAS DE RAZÓN			
CATEGORIAS DE ESTRATEGIAS	Multiplicación	Partición	Agrupamiento
Realista	Estrategia realista	Estrategia realista-de reparto	Estrategia realista - de agrupar
Esquemática	Estrategia esquemática	Estrategia esquemática - de reparto	Estrategia esquemática- de agrupar
Aditiva	Estrategia Aditiva - con agrupaciones Estrategia Aditiva - con duplicaciones	Estrategia aditiva - de reparto Estrategia aditiva - de ensayo y error	Estrategia aditiva - con ensayo y error Estrategia aditiva - con agrupamiento Estrategia aditiva - con resta reiterada Estrategia Aditiva - con duplicaciones
Combinación entre estrategias			
Multiplicativa	Estrategia Multiplicativa- con descomposición Estrategia Multiplicativa- con algoritmo	Estrategia Multiplicativa - con mitades Estrategia Multiplicativa - de ensayo y error Estrategia multiplicativa - con división	Estrategia Multiplicativa - de ensayo y error Estrategia multiplicativa - con división

Segundo, comprobar acciones incorrectas que presentan los estudiantes cuando resuelven problemas multiplicativos, tales como:

- **Sin respuestas:** el alumno deja el espacio reservado a la resolución del problema en blanco.
- **Error en la inversión de la relación:** significa que el alumno da una respuesta al problema mediante la relación inversa.
- **Cambio de estructura:** significa que el alumno interpreta el problema como si fuera de estructura aditiva.
- **Error en el significado de las relaciones y/o los verbos:** significa que el alumno asemeja las palabras con el procedimiento a realizar.

Y tercero, utilizar tres juegos que permitieron que surgieran algunas estrategias en los estudiantes del grado cuarto, cuando se enfrentaban a problemas multiplicativos simples de razón: Ficha tapada, Samos y Multiplín¹⁷. (Véase Figura 4)

Figura 4. Juegos encontrados



4. DIFICULTADES

La muestra de niños seleccionada ha sido intencional, esto limita la generalización de los resultados para el trabajo con niños de otros estratos de la ciudad, zona rural, con dificultades físicas o cognitivas.

De igual manera, los números utilizados han sido números naturales relativamente pequeños; por lo tanto, la introducción de números decimales y particularmente decimales menores que la unidad afectarán a las estrategias encontradas.

¹⁷ Juegos implementados en el proyecto "Juega y Construye la Matemática" en el colegio Champagnat de Bogotá. Iniciado en el año 1985 por Castaño Jorge y actualmente asesorado por Grisales Arbey.

5. CONCLUSIONES

- Las variables: naturaleza de la cantidad (continua, discreta), exigencias semánticas y formulación lingüística, entre otras, tienen un efecto significativo en la resolución de problemas, de no controlarse, los estudiantes pueden realizar interpretaciones erróneas y utilizar estrategias que no satisfacen la solución del problema. De esta forma; Si un alumno produce una estrategia correcta, se debe a la asociación entre estas variables. De no ser así, encontraremos acciones incorrectas como: No respuesta, cambio de estructura, error en la inversión de la relación y en el significado de las relaciones y/o los verbos.
- Las estrategias de manera jerárquica que siguen los niños para la construcción de este conocimiento multiplicativo pueden asociarse en cuatro categorías: Realista, esquemática, aditiva y multiplicativa.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

CASTAÑO, J. (2000). Hojas Pedagógicas. Lo numérico N° 3,4,5,9,10. Revista Alegría de Enseñar. Cali. Fundación FES.

CASTRO, E. (1995). "Niveles de comprensión en problemas verbales de comparación multiplicativa". Granada. Editorial Comares,

GRISALES, A. OROZCO, J. (2010). Juega y Construye la Matemática. Aportes y reflexiones. Colegios Maristas. Provincia Norandina – Colombia. Material fotocopiado.

MAZA, C. (1991). Enseñanza de la multiplicación y la división. Madrid: Editorial Síntesis.

MAZA, C. (1991). Multiplicar y dividir a través de la resolución de problemas. Madrid: Editorial Visor.

PUIG, L., y CERDÁN, F. (1995). Problemas aritméticos escolares. Madrid: Editorial Síntesis.

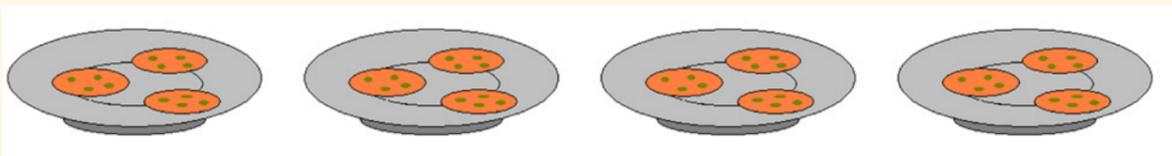
VERGNAUD, G. (2000). El niño, la matemática y la realidad. Problemas de la enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria. México: Editorial Trillas.

GUÍA DE EXPLORACIÓN DEL ESQUEMA MULTIPLICATIVO

1. Invento un problema que para resolverlo tenga que realizar la siguiente operación: 6×5 _____

2. Invento un problema que para resolverlo tenga que realizar la siguiente operación: $20 \div 4$

3. Invento un problema que pueda corresponder a estos dibujos:



4. Invento un problema teniendo en cuenta la siguiente representación y lo resuelvo:



5. Si el profesor Julián compra 4 lápices por niño, y hay 16 niños en clase ¿Cuántos lápices ha comprado?

GUÍA DE COMPLETAR TABLAS NUMÉRICAS

En cada caso completar las tablas numéricas

1 VEZ	2 VECES	3 VECES	4 VECES	5 VECES	6 VECES	7 VECES	8 VECES	9 VECES
6			24					

¿Cómo podrías calcular rápidamente 15 veces 6?

1 VEZ	2 VECES	3 VECES	4 VECES	5 VECES	6 VECES	7 VECES	8 VECES	9 VECES
4				20				

¿Cómo podrías calcular rápidamente 12 veces 4?

1 VEZ	2 VECES	3 VECES	4 VECES	5 VECES	6 VECES	7 VECES	8 VECES	9 VECES
9						63		

¿Cómo podrías calcular rápidamente 20 veces 9?

1 VEZ	2 VECES	3 VECES	4 VECES	5 VECES	6 VECES	7 VECES	8 VECES	9 VECES
12					72			

¿Cómo podrías calcular rápidamente 12 veces 12?

GUÍA DEL NAPE DE LA MULTIPLICACIÓN

PROBLEMA 1:

INTERPRETACIÓN:

Si en cierta buseta caben 20 personas. Cuántas busetas de las mismas se necesitan para transportar 80 personas, (encontrar el número de unidades).

R: _____

Niños 1	Balones 3
5	?

PROBLEMA 2:

INTERPRETACIÓN:

Si en 4 canoas se transportan 20 personas. Cuántas personas se transportan en una canoa, si en cada carga viaja un número igual de personas? (encontrar el valor unitario).

R: _____

Buses 1	Persona 20
?	80

PROBLEMA 3:

INTERPRETACIÓN:

Si un niño tiene 3 balones. Cinco niños cuántos balones tendrán? (Encontrar el total).

R: _____

Canoas 1	Personas ?
5	80

4. De manera similar a los problemas planteados anteriormente, inventar una situación para cada naipe multiplicativo que se proporciona.

5. Resolver los siguientes problemas con base en el Naipe de la multiplicación:

5	1	2	4	?	3
7	?	?	8	8	24

- En una caja de gaseosas caben 30 envases, ¿Cuántas cajas se necesitan para poder empacar 540 gaseosas?
- Si en un tarro caben 30 canicas. ¿Cuántos tarros necesito para guardar 120 canicas?
- En 7 buses caben 224 personas sentadas cómodamente. ¿Cuántas personas caben en un bus, si en cada bus viaja igual número de personas?
- A un triángulo de madera le caben 15 bolas de billar. ¿Cuántos triángulos de madera se necesitan para empacar 180 bolas?.

GUÍA DE LOS DADOS MULTIPLICATIVOS

Leer con atención los enunciados dados y responder las preguntas en cada caso

1. Representar el número que se da de acuerdo al ejemplo



Resolver:

- a) $30 \rightarrow \square \times \square$
- b) $36 \rightarrow \square \times \square$
- c) $18 \rightarrow \square \times \square$
- d) $15 \rightarrow \square \times \square$
- e) $20 \rightarrow \square \times \square$
- f) $1 \rightarrow \square \times \square$

2. Encerrar con lápiz o color la respuesta correcta

a)  x  →

b)  x  →

c)  x  →

d)  x  →

e)  x  →

3. Relacionar la columna de los ejercicios, con la columna de las respuestas, de tal manera que la repuesta sea la solución correcta del ejercicio.

a)  x 

b)  x 

c)  x 

d)  x 

4. Resolver los problemas que se proponen y en el respectivo espacio colocar la respuesta

PROBLEMAS	SOLUCIÓN
¿Cuánto hay que pagar por 8 gaseosas, si cada una cuesta \$600?	<input type="text"/> x <input type="text"/> = <input type="text"/>
Si una canica cuesta \$50, ¿cuánto cuesta una docena de las mismas canicas?	<input type="text"/> x <input type="text"/> = <input type="text"/>
Si un panal de huevos contiene 30 huevos, ¿cuántos huevos hay en total si se tienen 6 panales?	<input type="text"/> x <input type="text"/> = <input type="text"/>
Si en un salón hay 15 pupitres, ¿cuántos pupitres hay en 8 salones, si todos los salones tienen la misma cantidad de pupitres?	<input type="text"/> x <input type="text"/> = <input type="text"/>

5. Completar la tabla con base en el juego del bingo multiplicativo:

DIANA	RESPUESTA	EDWIN	RESPUESTA
<input type="text" value="4"/> x <input type="text" value="6"/>		<input type="text" value="6"/> x <input type="text" value="6"/>	
<input type="text" value="5"/> x <input type="text" value="2"/>		<input type="text" value="5"/> x <input type="text" value="6"/>	
<input type="text" value="1"/> x <input type="text" value="6"/>		<input type="text" value="4"/> x <input type="text" value="2"/>	
<input type="text" value="3"/> x <input type="text" value="4"/>		<input type="text" value="4"/> x <input type="text" value="1"/>	
<input type="text" value="2"/> x <input type="text" value="3"/>		<input type="text" value="3"/> x <input type="text" value="3"/>	

- a. ¿Cuál fue el puntaje obtenido por Diana? _____
 b. ¿Cuál fue el puntaje obtenido por Edwin? _____

6. Escribir en cada círculo el dato correspondiente:

a) $\xrightarrow{3X}$ $\xrightarrow{6X}$

b) $\xrightarrow{\div 3}$ $\xrightarrow{\div 2}$

c) $\xrightarrow{4X}$ $\xrightarrow{\div 6}$

d) $\xrightarrow{2X}$ $\xrightarrow{\div 12}$

e) $\xrightarrow{3X}$ $\xrightarrow{\div 4}$

f) $\xrightarrow{\div 5}$ $\xrightarrow{8X}$

1. Un niño tiene 9 caramelos. ¿Cuántos caramelos tendrán 8 niños, si cada uno tiene la misma cantidad de caramelos?
2. Una gallina pone 10 huevos en una semana. ¿Cuántos huevos pondrán 8 gallinas, si cada una pone la misma cantidad de huevos?
3. Si un helado cuesta \$600. ¿Cuánto costarán 7 helados?
4. Un niño compró una camiseta por \$6.500. ¿Cuánto costarán 8 camisetas de las mismas?
5. Si en una caja caben 25 canicas. ¿Cuántas canicas cabrán en 8 cajas?
6. Si en una carpeta hay 16 hojas de papel. ¿Cuántas hojas de papel contienen 8 carpetas idénticas?
7. Con un martillo se clavan 15 puntillas. ¿Cuántas puntillas clavarán 9 martillos con las mismas condiciones?
8. Un par de zapatos vale \$12.000. ¿Cuánto costarán 8 pares de zapatos de los mismos?
9. En una caja hay 52 monedas de \$500. ¿Cuánto dinero hay en total?
10. Formular 2 problemas en los que para resolverlos tenga que utilizar una multiplicación.

Jhon Jermay Arias Olmos

- * Asesor de Matemáticas Colegio de San Luis Gonzaga Cali.
- * Docente Colegio Oficial Institución Educativa Técnico Comercial “José María Vivas Balcázar”.
- * Docente Universitario, Corporación Universitaria Minuto de Dios. UNIMINUTO.
- * Especialista en Informática Educativa.
- * Diplomado en estrategias para la enseñanza de las matemáticas, Organización de Estados Americanos OEA.

Mauricio Enrique Olaya Gaitán

- * Coordinador Académico del Colegio de San Luis Gonzaga.
- * Director de Investigación de la Corporación Universitaria Minuto de Dios. UNIMINUTO.
- * Especialista en Ambientes de Aprendizaje.
- * Especialista en Informática Educativa.
- * Jefe del Departamento de Matemáticas de UNIMINUTO.
- * Diplomado en estrategias para la enseñanza de las matemáticas, Organización de Estados Americanos. OEA.

CÁLCULO MENTAL

PROYECTO JUEGA Y CONSTRUYE LA MATEMÁTICA

ÁREA TEMÁTICA: MATEMÁTICA EDUCATIVA

Jhon Jermay Arias Olmos
jhonprofe@gmail.com

Mauricio Enrique Olaya Gaitán
maoprofe@gmail.com

1. CONTEXTUALIZACIÓN

En el curso de la historia, la humanidad se ha preocupado por transmitir valores, actitudes y habilidades de una generación a otra. Estos tres tipos de conocimiento ya se enseñaban tiempo antes de que se inventara la escuela formal. Aún en la actualidad, es evidente que la familia, la religión, los compañeros, los libros, los medios de comunicación y entretenimiento, y las experiencias generales de la vida son las principales influencias que determinan las opiniones de la gente acerca del conocimiento, el aprendizaje y otros aspectos humanos.

La ciencia, las matemáticas y la tecnología en el contexto de la escolaridad también pueden desempeñar un papel clave en el proceso, ya que se erigen sobre un conjunto claro de valores, reflejan y responden a los de la sociedad en general y tienen una influencia creciente en la conformación de riqueza cultural compartida. Así, en el grado en que la escuela se preocupe por valores y actitudes un