Construcciones Geométricas a través del doblado de papel

Paola Ariza Steven Polo
Corporación Educativa mayor del desarrollo Simon Bolivar

1. Introducción

En este taller se desea presentar en forma didáctica con la ayuda de diferentes materiales las múltiples formas de enseñar las teorías y construcciones geométricas que permitirán al estudiante vencer las dificultades que se pueden presentar con respecto al análisis, interiorización de los conceptos lógico-matemáticos.

Es por ello que en este taller se pretende crear expectativas frente a las ayudas utilizadas en la aplicación de la geometría, partiendo del uso de materiales que permitan a los estudiantes una comprobación tangible de los mismos.

Con el fin de cumplir ampliamente nuestros objetivos no podemos dejar de lado la integración del ámbito geométrico con respecto a nuestra cotidianidad, ya que particularmente es allí donde a partir de su aplicabilidad se puede lograr una mayor apropiación de las teorías y conceptos geométricos.

2. Presentación

Teniendo en cuenta las falencias de los estudiantes, que fueron mencionadas anteriormente, en este taller se realizará un aprendizaje empírica por parte de cada uno de los asistentes, los cuales aprenderán el manejo de los materiales y sus aplicaciones haciéndolo primeramente como una experiencia personal y grupal que se verá reflejada en la construcción de figuras que se le indicaran por medio de ayudas visuales tales como el video beam, acetatos y el doblado de papel en sí que será realizado por cada uno de los grupos de trabajo.

Cada grupo podrá observar en el uso del papel origami no solo el mero hecho de doblar de cierta forma un papel para formar figuras geométricas sino también el porque del doblado del papel en determinadas proporciones que requieren el mostrar los principio elementales en geometría.

Se mostrarán las construcciones geométricas en los materiales que se mencionarán a continuación con la metodología que se explicará se utilizará en el desarrollo del taller

Se iniciará con el Origami o Papiroflexia, más que un arte japonés, es parte integral de su cultura desde hace más de mil años. Su técnica está basada en el doblado de papel para crear estimulantes y bellas figuras bi y tridimensionales. Inicialmente fue practicado por la corte Imperial como recreación y pasatiempo y luego se extendió al resto de la población. Más tarde fue llevado a occidente y ahora es fomentado en círculo de aficionados (jóvenes y adultos) en todo el mundo.

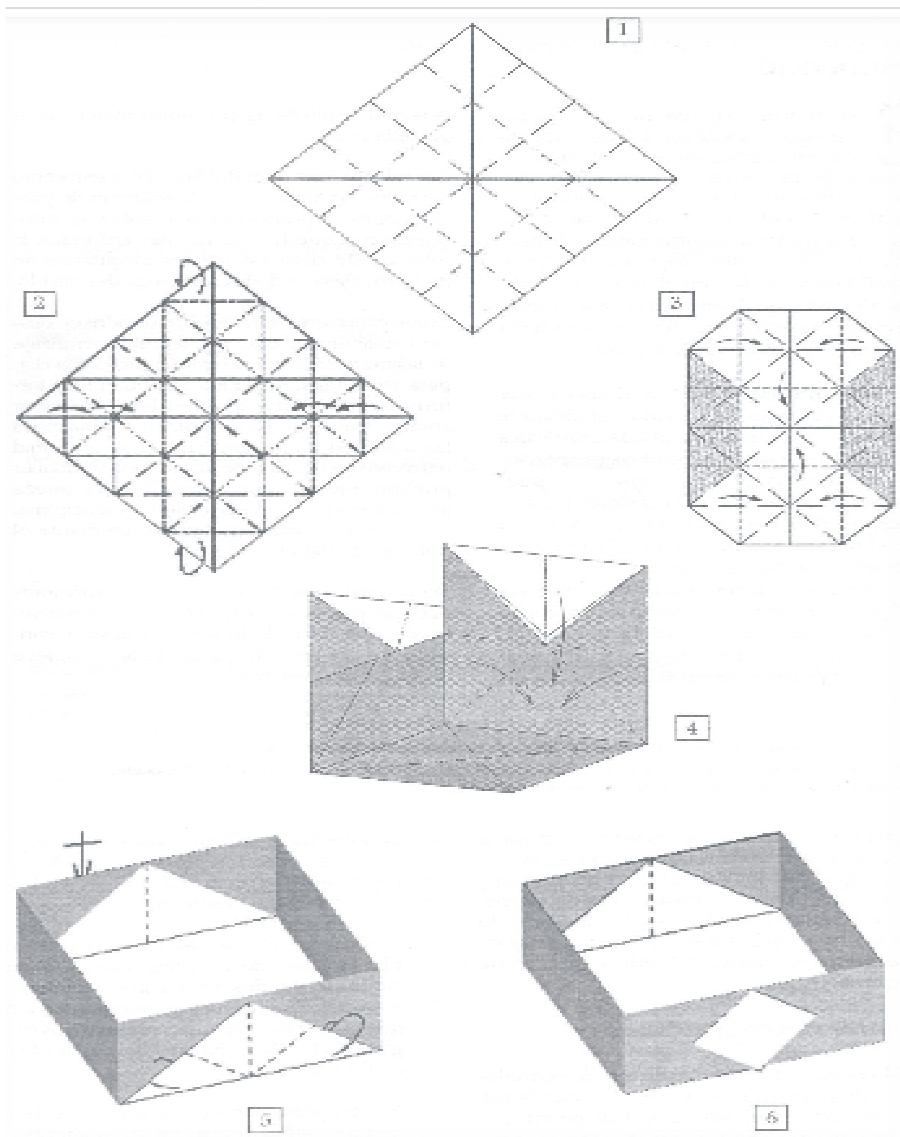
El origami clásico utiliza papel cuadrado y no permite cortes en el papel. Pero en su evolución se han creado movimientos con papel rectangular y otros polígonos iniciales.

El papel comercializado para la papiroflexia, es fino y colorido, se parece al papel satinado, pero es más liviano. Para hacer prácticas se puede usar papel bond 16 o buscar papel de regalo satinado y liviano, preferiblemente de un solo color o con diseños muy pequeños.

En algunas modalidades se construye la forma con papel blanco o de color y luego se decora,de acuerdo al objeto,ya sea coloreándolo y pegándole otras formas u objetos. Por ejemplo,un ángel de origami se puede adornar con un librito de canto doblado y un halo de metal.

Entre las figuras que se pueden hacer en origami,nos concentramos en la elaboración de una ca ja rectangular utilizando únicamente el doblado de papel;cabe anotar que,en el origami clásico,no se permite rasgar, cortar,pegar,ensamblar,ni dibujar;sólo está autorizado hacer la figura utilizando los diversos dobleces que ella exija.

A continuación se presentará las instrucciones gráficas para la elaboración de la caja:



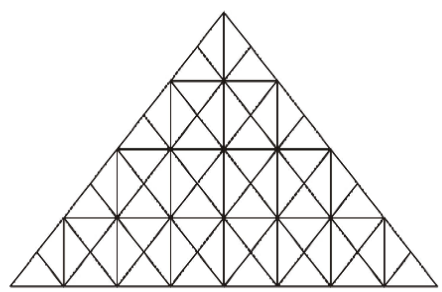
3. Algunas aplicaciones matemáticas del origami

Temas geométricos

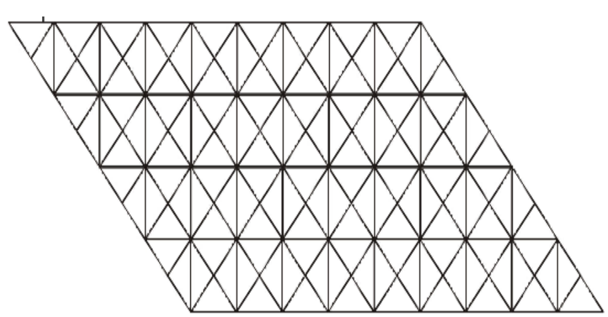
La hoja de papel hace parte de todo el arsenal de ayudas educativas funcionales y económicas que un profesor puede incorporar al quehacer docente dentro de un aula de clase en cualquiera de los niveles escolares. Como cualquier ayuda pedagógica, ella sólo tiene una limitación:la imaginación o la creatividad de quien las use.

El mosaico de dobleces,después de construida la caja,es un material tangible,como también una ayuda pedagógica en al cual mediante la imaginación,la creatividad y un poco de esfuerzo,podemos darle vida a expresiones matemáticas que nos parecería imposible llegar a familiarizarnos con ellas.

1. Construir un triángulo igualmente rectángulo isósceles que tenga la misma área del cuadrado.



2. Construir un paralelogramo de idéntica área al cuadrado.



4. Temas del calculo

4.1. Limites

Al realizar las divisiones por la mitad en forma sucesiva,aparece la sucesión

$$\frac{1}{2}, \ \frac{1}{4} \ \frac{1}{8}, \ \frac{1}{16}, \ \frac{1}{32}, \cdots \frac{1}{2^n}$$

y es precisamente de allí de donde podemos partir para integrar al doblado del papel algunas nociones de limite,sumatoria,seria,convergencia y divergencia.

Las potencias de 2^n cuando n aumenta indefinidamente,nos llevan hacia el infinito,y de allí que podamos decir que la expresión $\frac{1}{2^n}$, cuando n aumenta indefinidamente,se aproxima a cero.

$$\lim_{x\to\infty} 2^x = \infty \qquad\qquad \lim_{x\to\infty} \frac{1}{2^x} = 0$$

Ahora podemos resolver el siguiente problema de cálculo diferencial, como aplicación de lo anterior:

$$\begin{aligned} \lim_{x\to\infty} 1+\frac{1}{x}^{x+5} &= \lim_{x\to\infty} 1+\frac{1}{x}^{x} \cdot \lim_{x\to\infty} 1+\frac{1}{x}^{5} \\ &= e\cdot 1 \\ &= e \end{aligned}$$

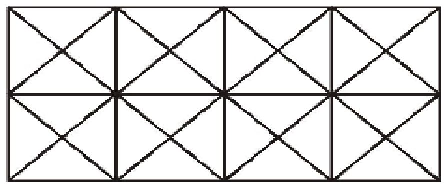
4.2. Sucesiones y series

A los estudiantes de cálculo integral se les dificulta resolver problemas que tienen que ver con sucesiones y series;originado tal vez porque no se exploran otras alternativas en la solución de dichos problemas. Es allí donde el doblado de papel aparece una posibilidad que facilita la comprensión de las series y las sucesiones.

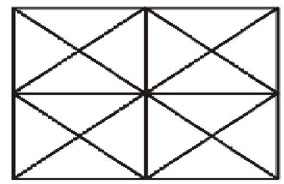
El Conjunto de números que representan hasta el momento el proceso que hemos venido realizando es:

$$\frac{1}{2^1}, \ \frac{1}{2^2}, \ \frac{1}{2^3}, \ \frac{1}{2^4}, \ \frac{1}{2^5}, \ \frac{1}{2^6}$$

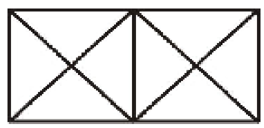
Es decir, del área inicial del cuadrado vamos a ir tomando:



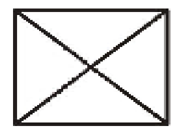
(a) $\frac{1}{2}$ Equivalente a $\frac{1}{2^1}$



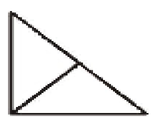
(b) $\frac{1}{4}$ Equivalente a $\frac{1}{2^2}$



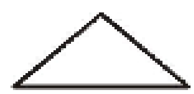
(c) $\frac{1}{8}$ Equivalente a $\frac{1}{2^3}$



(d) $\frac{1}{16}$ Equivalente a $\frac{1}{2^4}$



(e) $\frac{1}{32}$ Equivalente a $\frac{1}{2^5}$



(f) $\frac{1}{64}$ Equivalente a $\frac{1}{2^6}$

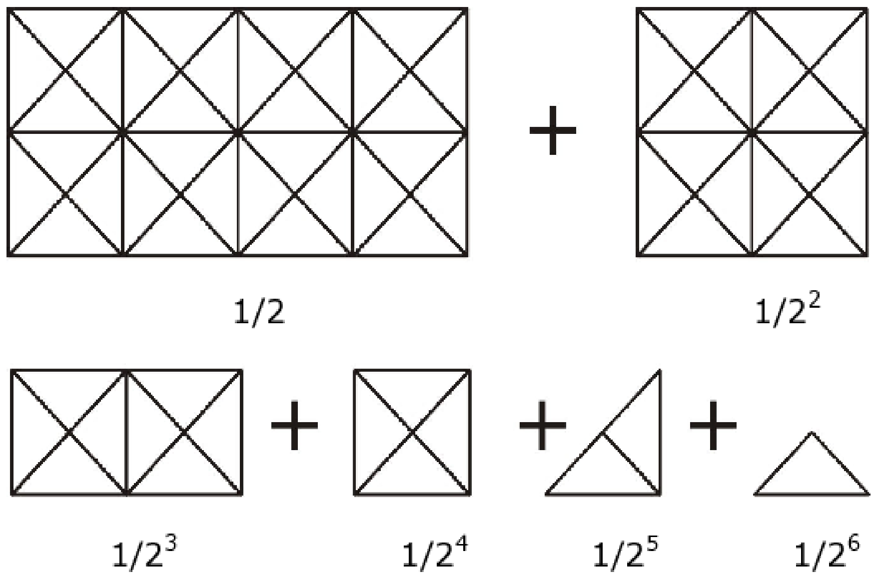
El proceso que hemos venido realizando se puede seguir repitiendo de manera indefinida; entonces la secuencia que obtenemos a medida que descomponemos el área del cuadrado en cada una de sus partes también es indefinida y la escribimos así:

$$\frac{1}{2^1}, \frac{1}{2^2}, \frac{1}{2^3}, \frac{1}{2^4}, \frac{1}{2^5}, \frac{1}{2^6}, \frac{1}{2^7}, \ldots$$

Podemos observar en la anterior representación como el exponente del denominador va aumentando de una fracción a otra, permitiendo de esta manera expresar el termino n-ésimo como $\frac{1}{2^n}$,en donde n es un numero natural;asociando todo esto a un concepto matemático llamado sucesión o progresión aritmético encontramos que cumple ciertas condiciones que nos permiten determinar una razón común $\frac{1}{2}$, que se representa por $\frac{1}{2^n}$ y que se denomina el termino n-ésimo de dicha sucesión.

Esta sucesión donde n va tomando valores mayores cada vez hace que la expresión matemática $\frac{1}{2^n}$ va siendo cada vez mas pequeño que el anterior,tanto que se acerca al valor cero; es decir la sucesión converge a cero cuando n toma valores bastante grandes.

Si quisiéramos sumar cada una de las descomposiciones del área del cuadrado podríamos decir:



Al juntar cada una de las descomposiciones podemos observar la figura que se forma:

$$\frac{1}{2^1}+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{2^3}+\frac{1}{2^4}+\frac{1}{2^5}+\frac{1}{2^6}$$

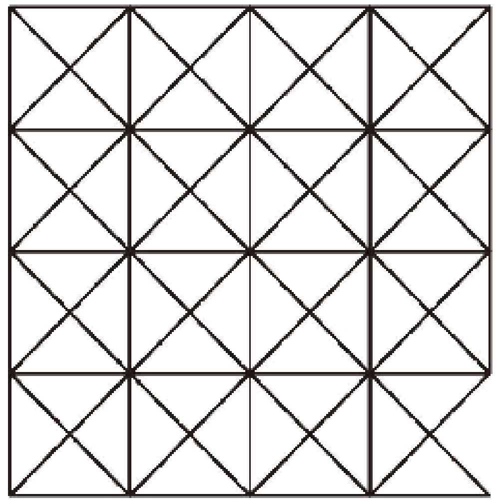
El área que se forma es aproximadamente el cuadrado original de área uno,Ósea que la suma es aproximadamente uno.

Cuando las descomposiciones del área del cuadrado son indefinidas, la suma que aparece es:

$$\frac{1}{2^1}+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{2^3}+\frac{1}{2^4}+\frac{1}{2^5}+\frac{1}{2^6}+...+\frac{1}{2^n}+...$$

Que en otras palabras, es la suma indefinida de cada uno de los términos de la secuencia $\frac{1}{2^n}$, cuya representación matemática es: $\displaystyle\sum_{k=1}^{N}\frac{1}{2^n}$ y esta expresión se considera un serie infinita.

Luego de todo haber demostrado mediante el doblado del papel la representación de una



serie $\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{2^n}$ para este caso geométrica y que converge a uno vemos una vez más como la técnica del doblado del papel dinamiza el proceso de comprensión de conceptos matemáticos.

Referencias

[1] REVISTA EDUCACION Y PEDAGOGIA. Universidad de Antioquía - Facultad de Educación Vol XV

[2] www.uaq.mx/matemátematicas/origami

[3] www.netverkl.com.ar/halgall/origami1.htm