

Congreso Internacional: Tecnologías Computacionales en el Currículo de Matemáticas

Bibliografía

Ministerio de Educación Nacional (1998). *Lineamientos Curriculares para el Área de Matemáticas*. Serie Lineamientos.

Ministerio de Educación Nacional (2002). *Seminario de Formación de Docentes: Uso de Nuevas Tecnologías en el Aula de Matemáticas*. Serie Memorias.

Cabri o el placer de hacer matemáticas (3 sesiones)

Martin Eduardo Acosta Gempeler

Grupo coordinador MEN

Incorporación Nuevas Tecnologías al Currículo de Matemáticas

Nivel. Intermedio (abierto para todos, pero se recomiendan conocimientos básicos de Cabri y de Geometría plana).

Objetivos. Vivir una experiencia de exploración geométrica con ayuda de Cabri para redescubrir el placer de hacer geometría

Descripción general del taller. ¿Usted piensa saber todo o casi todo sobre el triángulo? ¿Para usted la bisectriz, la altura y la mediana son recuerdos lejanos del colegio? ¿Usted piensa que la geometría plana es algo que se inventó Euclides hace miles de años? Lo invitamos a participar en un zafari en la selva de los triángulos para sorprenderse con el mundo increíble de la geometría.

Conocimientos previos. Se recomienda un manejo básico del Cabri y conocimientos básicos de geometría plana, pero sobre todo, mucha curiosidad y deseos de trabajar.

Programación.

Primer día: de la geometría a secas a la geometría dinámica; algunos principios básicos de supervivencia en el mundo de la geometría dinámica.

Segundo día: construir, explorar, explicar; del mundo de la pantalla al mundo de la geometría.

Tercer día: ¿y las matemáticas qué?

Desarrollo del taller.

Primera Sesión

Realicen la siguiente construcción que a partir de un triángulo y un punto cualquiera produce un segundo punto:

Construcción 1

Sea ABC cualquier triángulo

Congreso Internacional: Tecnologías Computacionales en el Currículo de Matemáticas

Sea P cualquier punto

Construya P1, P2 y P3 simétricos de P con respecto a los lados de ABC.

Construya P', centro de la circunferencia circunscrita del triángulo P1P2P3.

Definan una macro que les permita a partir de cualquier punto P y cualquier triángulo construir la imagen de P. Consideren esta macro como una transformación del plano.

Hagan un listado de las preguntas que consideren importante responder para caracterizar esta transformación.

Dado un triángulo, un punto y su imagen, utilicen el desplazamiento para hacer una primera caracterización de la transformación, e intenten responder a sus preguntas.

Elaboren un informe de la exploración dando cuenta de su trabajo: sus preguntas guía, sus conjeturas, sus dificultades, sus preguntas pendientes...

Segunda Sesión

En la sesión anterior, realizaron una primera exploración para caracterizar la transformación determinada por la construcción 1. Ahora deberán realizar una exploración exhaustiva para responder a sus preguntas, pero también para alcanzar el siguiente objetivo:

Objetivo

Encontrar uno o más procedimientos de construcción para la misma transformación

En la primera exploración, realizaron el desplazamiento del punto P libre en todo el plano. En esta segunda exploración les sugerimos estudiar el desplazamiento de P' cuando P se mueve sobre un objeto determinado.

Familiarícese primero con los siguientes procedimientos Cabri:

- redefinir un punto
- lugar geométrico

Luego escriban una estrategia de exploración, listando los objetos a los cuales quieren ligar P, de manera que puedan obtener sus imágenes por la transformación.

Con esta estrategia comiencen una exploración exhaustiva, teniendo en cuenta:

- su listado de preguntas sobre la transformación
- las consignas de estudio de una figura

Congreso Internacional: Tecnologías Computacionales en el Currículo de Matemáticas

- el objetivo de la sesión

Elaboren un informe escrito y una presentación corta de su exploración. No olviden nombrar su estrategia, las propiedades encontradas, los procedimientos de verificación, los resultados, las preguntas pendientes.

Tercera sesión

Consignas de exploración de una figura :

1. **Dudar de lo que se ve:** desplace los puntos libres para verificar las propiedades invariantes.
2. **Ver más de lo que se ve:** utilice sus conocimientos geométricos para conjeturar relaciones entre los objetos.
3. **Enriquecer la figura :** utilice las herramientas de Cabri para buscar y verificar relaciones. Trace rectas, circunferencias, segmentos, haga mediciones, realice cálculos, compruebe propiedades, trace lugares geométricos ...
4. **Explicar las relaciones verificadas:** el proceso de construcción es el camino privilegiado de la explicación. Explicar es relacionar lo nuevo con lo ya conocido.

Sugerencia (incompleta) de relaciones a verificar en una figura:

Puntos y rectas :

- ¿Tres puntos están alineados?
- ¿Tres rectas son concurrentes?
- ¿Un punto pertenece a una recta? ¿Una recta pasa por un punto?
- ¿Dos rectas son paralelas (perpendiculares)?

Puntos y circunferencias:

- ¿Cuatro puntos están en una circunferencia?
- ¿Dados tres o más puntos, dos de ellos son equidistantes del tercero?
- ¿Dos circunferencias son concéntricas (tangentes)?

Rectas y circunferencias:

- ¿Una recta es tangente a una circunferencia?
- ¿Una recta es diámetro de una circunferencia?

Longitudes y ángulos:

- ¿Dos o más segmentos son congruentes (proporcionales)?

Congreso Internacional: Tecnologías Computacionales en el Currículo de Matemáticas

- ¿Dos ángulos son congruentes (proporcionales, complementarios, suplementarios)?
- Proporciones: media aritmética, media geométrica, proporción áurea, media armónica.

Polígonos:

- Triángulos: equilátero, isósceles, rectángulo?
- Cuadrilátero: paralelogramo, rectángulo, trapecio, cuadrado?
- ¿Polígono regular?

Transformaciones :

- ¿Dos objetos son simétricos?
- ¿Dos objetos son homotéticos?
- ¿Dos puntos son inversos?
- ¿Conserva las longitudes (los ángulos, el paralelismo, la incidencia)?

Definiciones e instrucciones de construcción

Para construir la circunferencia circunscrita de un triángulo :

La circunferencia circunscrita de un triángulo ABC es la circunferencia que contiene los tres vértices del triángulo. Como una circunferencia es el lugar de todos los puntos equidistantes del centro, entonces el centro de la circunferencia circunscrita debe ser equidistante de los tres vértices A, B y C. Sabiendo que la mediatriz de un segmento es el lugar de todos los puntos equidistantes de sus extremos, el punto de corte de las mediatrices del triángulo ABC será el centro de la circunferencia circunscrita.

Para construir la circunferencia inscrita de un triángulo:

La circunferencia inscrita es la circunferencia tangente a los tres lados del triángulo. Por lo tanto, los lados del triángulo son equidistantes del centro de la circunferencia inscrita.

Sabiendo que la bisectriz de un ángulo es el lugar de todos los puntos equidistantes de las rectas que forman el ángulo, el punto de corte de las bisectrices del triángulo ABC será el centro de la circunferencia inscrita.

Bibliografía

G. Onofrio . (1924) *Les Foyers du triangle*. Lyon, Societé anonyme de l'imprimerie A.Rey .

Eugene Rouche et Charles de Comberousse . (1900) *Traité de Géométrie*. Editions Jacques Gabay.

Congreso Internacional: Tecnologías Computacionales en el Currículo de Matemáticas

R.Cuppens . *Faire de la geometrie en jouant avec Cabri Géomètre*, V 2.

Rectas y circunferencias tangentes (3 sesiones)

Ernesto Acosta Gempeler

Grupo Coordinador MEN

Incorporación Nuevas Tecnologías al Currículo de Matemáticas

Escuela Colombiana de Ingeniería

Nivel. Intermedio (abierto para todos, pero se recomiendan conocimientos básicos de Cabri y de geometría plana).

Objetivos. Descubrimiento de relaciones inesperadas mediante la exploración de problemas de tangencia de rectas y circunferencias en Cabri con el propósito de generar estrategias de solución de problemas en geometría dinámica.

Descripción general del taller. Haremos una exploración de algunos problemas de tangencia entre circunferencias y rectas. Comenzaremos por plantear problemas muy elementales y a medida que adquiramos destreza con el uso de la calculadora y las estrategias de solución de problemas en geometría dinámica, resolveremos problemas cada vez más complejos.

Conocimientos previos: Se recomienda un manejo básico del Cabri y conocimientos básicos de geometría plana.

Programación.

Primer día: manejo de las herramientas que usaremos en el planteamiento, exploración y solución de problemas. La traza y el lugar geométrico. Circunferencia tangente a una recta y recta tangente a una circunferencia.

Segundo día: rectas tangentes a dos circunferencias y circunferencias tangentes a dos rectas.

Tercer día: rectas tangentes a tres circunferencias y circunferencias tangentes a tres rectas.

Desarrollo del taller.

Primera sesión

Circunferencias tangentes a una recta y rectas tangentes a una circunferencia.

1. Se plantea el problema de construir una circunferencia tangente a una recta dada r . Éste se puede resolver fácilmente debido a que no se han impuesto condiciones adicionales. Por ejemplo, construir una recta p perpendicular a r , tomar un punto P sobre p y construir la circunferencia c con centro en P que pasa por el punto I de intersección entre p y r . Hemos usado aquí que la recta tangente a una circunferencia en un punto I es una recta que:

a. pasa por I