

EL PENSAMIENTO MÉTRICO: ÁMBITO DE FORMACIÓN DOCENTE E INNOVACIÓN DIDÁCTICA.

Ninfa Navarro⁹, Sandra Izquierdo¹⁰, José Luis Orozco¹¹, Natalia Morales¹², Paola Mercedes Torres¹³, Vasken Stepanian¹⁴, Edgar Alberto Guacaneme¹⁵

Resumen

En el Colegio Champagnat de Bogotá, el área de Matemáticas cuenta con un espacio de formación, reflexión, creación didáctica e indagación. En este, durante el 2016, se han asumido temáticas del pensamiento métrico como objeto de estudio. Con ello se ha mejorado la comprensión sobre aspectos específicos de la medición, especialmente de longitudes, y sus nexos con aspectos numéricos y estadísticos. Asimismo, el proceso de indagación ha permitido diseñar tareas con potencial generativo de conceptos, cuya implementación genera un ambiente de formación, reflexión y acercamiento de los estudiantes a la solución de situaciones en contexto.

Palabras claves: medición, inconmensurabilidad, instrumentos de medida, irracionales, innovación curricular, pensamiento métrico.

Introducción

En el Colegio Champagnat de Bogotá, el área de Matemáticas cuenta con un espacio de formación, reflexión, creación didáctica e indagación. Para ello el Colegio dispone las condiciones para que semanalmente los profesores de Matemáticas se reúnan, al menos dos horas con un asesor, a estudiar y discutir temáticas de las matemáticas escolares desde perspectivas didácticas, matemáticas, psicológicas, históricas o curriculares.

En este espacio, durante el 2016 y siguiendo las directrices curriculares oficiales (MEN, 1998, 2006), se han asumido temáticas del pensamiento métrico como objeto de

⁹ Profesora del Colegio Champagnat de Bogotá, Licenciada en Educación Básica con énfasis en Matemática de la Universidad de Pamplona, ninfanavarro@colegiochampagnat.edu.co

¹⁰ Profesora del Colegio Champagnat de Bogotá, Licenciada en Matemáticas de la Universidad Pedagógica Nacional, sandraizquierdo@colegiochampagnat.edu.co

¹¹ Profesor del Colegio Champagnat de Bogotá, Licenciado en Matemáticas de la Universidad Distrital “Francisco José de Caldas”, jose Luisorozco@colegiochampagnat.edu.co

¹² Profesora del Colegio Champagnat de Bogotá, Maestría en docencia de la Matemática de la Universidad Pedagógica Nacional, nataliamorales@colegiochampagnat.edu.co

¹³ Profesora del Colegio Champagnat de Bogotá, Licenciada en Matemáticas de la Universidad Distrital “Francisco José Caldas”, mercedestorres@colegiochampagnat.edu.co

¹⁴ Profesor del Colegio Champagnat de Bogotá, Licenciado en Matemáticas de la Universidad Libre, vaskenstepanian@colegiochampagnat.edu.co

¹⁵ Profesor de la Universidad Pedagógica Nacional, Maestría en Educación Matemática de la Universidad del Valle, guacaneme@pedagogica.edu.co

estudio, en tanto que se reconoce que este está subvalorado y sus conexiones con otras expresiones del pensamiento matemático no se hacen evidentes en los currículos escolares. Con ello se ha mejorado la comprensión sobre aspectos específicos de la medición y, bajo los derroteros del proyecto “Juega y construye las Matemáticas” (Grisales y Orozco, 2012), se han diseñado algunas tareas de aula para promover el aprendizaje de los estudiantes. Precisamente estos dos aspectos configuran las dos secciones siguientes de este documento.

Comprensión sobre aspectos específicos de la medición

Algunos de los aspectos relacionados con la medición, especialmente de longitudes, en los que el conjunto de profesores ha mejorado su comprensión son: el uso de instrumentos de medición de magnitudes de objetos del microespacio (v.g., regla graduada, calibrador y tornillo micrométrico) y con ello han logrado reconocer la complejidad del proceso físico de medir; el fuerte nexo entre el resultado de la medición y la ineludible emergencia de números no enteros (v.g., decimales, mixtos); la inexistencia del problema de la inconmensurabilidad en el ámbito de la medición física y su existencia como situación teórica que puede conllevar al surgimiento de los irracionales; la existencia del problema de identificar una medida común a dos magnitudes, como situación básica en los ámbitos geométrico y métrico; la estrecha relación entre un índice que describa una población (v.g., el índice de masa corporal) y las medidas estadísticas y distribuciones normales; y el contexto de formatos de tamaños de hojas de papel (v.g., A_i , B_i) como referente y objeto de estudio de relaciones especiales entre medidas.

A continuación se presenta una breve descripción de estos aspectos.

El uso de instrumentos de medición de magnitudes de objetos del microespacio

Bajo la comprensión de que los objetos del espacio, dependiendo de las relaciones y acciones del sujeto con el objeto del espacio físico, se pueden clasificar en varios grupos (microespacio, mesoespacio y macroespacio), se advierte que existen instrumentos específicos para la medición de longitudes de los objetos de cada grupo. Así, la medición de longitudes de objetos del microespacio requiere de algunos instrumentos específicos (v.g., regla graduada, calibrador y tornillo micrométrico) y es deseable que los estudiantes aprendan a medir con estos.

Medir una longitud asociada a un objeto físico, usando un instrumento graduado, puede parecer un proceso sencillo, fácilmente enseñable a los estudiantes y usualmente encargado a las ciencias naturales; sin embargo, una reflexión intencionada sobre esta, conduce a resultados llamativos. Uno de los asuntos interesantes reside en el nexo que existe entre el número de partes en que se divide la unidad de medida y la escritura del número resultante de la medición; así, si la unidad se divide en diez partes, la medida será fácilmente expresable en un número decimal, pero si la unidad no se divide en diez partes

(por ejemplo cuando se divide a la pulgada en partes potencias de dos) la notación decimal de la medida no es inmediata ni transparente. Otros asuntos interesantes, que revelan la complejidad del proceso físico de medir y que se relaciona con el aprendizaje de la lectura de la medida en estos instrumentos, se expresan en aspectos tales como la precisión de la medida, la existencia del margen de error, la estimación en la lectura de la medida o las relaciones entre magnitudes subyacentes en algunos instrumentos.

El fuerte nexo entre el resultado de la medición y la ineludible emergencia de números no enteros

La medición de longitudes suele hacerse a través de instrumentos que permiten determinar la medida con valores enteros; así, por ejemplo, la medida de la altura de una persona usualmente se establece con un número natural de centímetros o la talla del calzado se determina con un número natural. Sin embargo, el uso de instrumentos de mayor precisión o el intento de hacer mediciones y expresar los resultados con notación científica, genera la necesidad de establecer resultados que involucran números decimales, números fraccionarios o números mixtos. De esta manera se reconoce que la medición de longitudes de objetos del microespacio constituye un ambiente no artificial para la emergencia de números no naturales. En un sentido semejante Brousseau y sus colegas (2012) ha propuesto un conjunto muy interesante de situaciones didácticas.

La inexistencia del problema de la inconmensurabilidad en el ámbito de la medición física y su existencia como situación teórica que puede conllevar al surgimiento de los irracionales

Si bien, como se comentó antes, la medición física o empírica puede ser punto de partida para introducir el estudio de los decimales y de los números racionales, no es un contexto o actividad para introducir los números irracionales. En efecto, a través de la medición de la longitud de objetos del microespacio no aparece el problema de la inconmensurabilidad, pues siempre se podrá encontrar una aproximación racional razonable o adecuada. Así, por ejemplo, al realizar el proceso físico de la medición del perímetro de la circunferencia con el radio se advierte que tres radios y un séptimo del radio (o lo que es lo mismo $\frac{22}{7}$ del radio), es una muy buena medida de aquel. Es solo en el ámbito ideal de la racionalidad y argumentación matemática donde surge la inconmensurabilidad como problema y hecho matemático; por ejemplo, es solo a través de un razonamiento matemático, que involucra la reducción al absurdo y un proceso infinito y recursivo, que se infiere la imposibilidad de medir la diagonal de un cuadrado con el lado del mismo.

La existencia del problema de identificar una medida común a dos magnitudes, como situación básica en los ámbitos geométrico y métrico

Ligado a la idea de conmensurabilidad de dos magnitudes aparece el problema de encontrar una magnitud que constituya una medida común a estas. Quizá lo más importante a este respecto sea notar que el máximo común divisor de las dos magnitudes constituye tal magnitud y que la obtención de este no necesariamente recurre a un tratamiento aritmético, es decir a las medidas de las magnitudes, sino que aún con un tratamiento cuantitativo no numérico de las magnitudes –o sencillamente geométrico– es posible construir tal medida común. En esta dirección es interesante también el reconocimiento de que la existencia del mínimo común múltiplo de dos magnitudes, también está relacionada con la conmensurabilidad de estas y con la existencia de una medida común. Igualmente llamativo es el proceso de restas sucesivas (o algoritmo de Euclides) a través del cual se puede encontrar la medida común de dos magnitudes conmensurables.

La estrecha relación entre un índice que describa una población y las medidas estadísticas y distribuciones normales

Inicialmente, la reflexión sobre la existencia de índices lleva a la discusión de si estos son números, medidas o razones entre magnitudes. Adicionalmente, la reflexión revela que es habitual que a través de los índices se logre una medida de una magnitud (no necesariamente geométrica) que describe un individuo y lo ubica en relación con los demás individuos de una población.

Así, por ejemplo, con el índice de masa corporal (IMC), el cual representa la relación entre la masa corporal (peso) y la talla (estatura) de un individuo, se pretende determinar el grado de obesidad de un individuo, así como su bienestar físico. Este índice se fundamenta en el supuesto de que la masa corporal posee una correlación positiva con el porcentaje de grasa corporal; así, al interpretar los valores del IMC como una medida directa para establecer la cantidad de grasa que posee un individuo, se debe suponer que entre más alto sea, mayor será el porcentaje de grasa corporal. Más allá de ello, se debe reconocer que el IMC de un individuo tiene sentido en tanto se relaciona con la distribución de los IMC de la población a la que pertenece (es decir los individuos del mismo género y edad); es precisamente la ubicación en esta distribución (expresada en gráficas o en tablas) la que permite establecer el nivel de obesidad del individuo, la cual deberá confirmarse con otros exámenes e índices.

Bajo esta óptica aparece una interesante relación entre la medición y la distribución normal que describe a la población.

El contexto de formatos de tamaños de hojas de papel como referente y objeto de estudio de relaciones especiales entre medidas

La reflexión sobre el tamaño de algunos objetos y la correspondiente asignación de números o códigos, lleva a considerar los formatos de papel como un interesante caso. Así, por ejemplo, un tamaño específico de una hoja de papel puede ser establecido con

el código “DIN A₄” y a esta se le asigna 210 mm. y 297 mm. como medidas de sus lados. Al consultar información al respecto se identifica que DIN es el acrónimo del *Deutsches Institut für Normung* [Instituto Alemán de Normalización], organismo con función semejante al ICONTEC en Colombia. También, la información consultada lleva a comprender la existencia de una serie A y dentro de ella la existencia de una secuencia A₀, A₁, A₂, A₃, A₄, etc., donde el papel de tamaño A₀ corresponde a un rectángulo equivalente a un metro cuadrado y todos los formatos A_i satisfacen la condición de que el cociente entre las medidas de sus lados sea $\sqrt{2}$. Bajo estas condiciones se advierte que la semejanza entre dos o más tamaños de papel del mismo formato es una característica asociada a las medidas de estos. Esto hace que se favorezcan los procesos de ampliación o reducción entre los tamaños de la misma serie A_i.

Tareas diseñadas para promover el pensamiento métrico en los estudiantes

El proceso de indagación ha permitido diseñar tareas con potencial generativo de conceptos, cuya implementación genera un ambiente de formación, reflexión y acercamiento de los estudiantes a la solución de situaciones en contexto. Las tareas son: Un cuento que implica comparar los resultados de medidas que tienen la misma unidad pero no el mismo patrón, lo cual enfrenta a los estudiantes al problema de encontrar una medida común; un taller que busca sensibilizar sobre la contaminación del medio ambiente con el reciclaje de tapas de plástico y que compromete a los estudiantes con el uso de instrumentos de medida y la toma de datos; una guía acerca de la forma correcta de medir las partes del cuerpo humano, con el fin de caracterizar los integrantes de una comunidad y las diferentes relaciones con su entorno físico, resaltando la importancia del cuidado corporal a través de la ejercitación y la sana alimentación; un ejercicio en el que se proponen tareas con medidas del cuerpo humano, utilizando la serie de Fibonacci para acercar a los estudiantes al número áureo, a su uso en el diseño y a su aparición en la naturaleza.

A continuación se expone una sucinta descripción de las tareas.

La capa de Alexander

“La capa de Alexander” es un cuento que pretende involucrar a los niños en el trabajo académico con el propósito de desarrollar pensamiento matemático y construir conocimiento. Centra su atención en que los estudiantes vean la necesidad de medir en diferentes contextos. La propuesta se desarrolla en cuatro momentos:

- a) En un primer momento los estudiantes leen un cuento titulado “La capa de Alexander”, donde se narra la historia de una familia que va a participar de las fiestas de su pueblo y para esto la madre confeccionará una capa para su hijo. Ella toma la medida de la tela requerida utilizando el palmo de su mano y le indica a su hijo que vaya a la tienda del gigante Patricluk y compré seis palmos de tela roja;

al regresar Alexander su madre lo regaña por la cantidad exagerada de tela que trajo. La discusión propuesta como actividad del aula pretende que los niños adviertan que la medida del palmo de la madre no era la misma que la del gigante dueño de la tienda, y que a partir de ello respondan unas preguntas relacionadas con el cuento y el concepto medida.

- b) En un segundo momento los estudiantes, trabajando en parejas, miden los diferentes objetos propuestos en una guía, utilizando unidades antropométricas de medida; ellos tienen que elegir la unidad que más les sirva para medir cada objeto, para luego realizar un proceso de comparación de los resultados. Además, la actividad incorpora medir los objetos con un instrumento no estandarizado (como un trozo de lana o una vara), con el propósito de concluir la necesidad de unificar el patrón de medida.
- c) En un tercer momento se observa un video sobre la historia de la medición y se elaborará un mapa conceptual acerca de los sistemas de medida.
- d) En un cuarto momento los estudiantes estiman medidas y practican con el juego “Estima–estimador”, a partir del cual los estudiantes utilizaran el metro como patrón de medida.

Esta serie de tareas implica comparar los resultados de dos medidas que tienen la misma unidad pero no el mismo patrón; de esta forma los estudiantes se enfrentan al problema de encontrar una medida común, proceso que implica medir, registrar datos numéricos y darles un tratamiento estadístico. Además, puesto que los datos son elementos de un conjunto de medidas, es necesario reconocer que existe una fuerte relación entre lo numérico, lo estadístico y lo métrico.

Índice de masa corporal

Esta tarea busca identificar características de algunas partes del cuerpo humano, a partir de adecuadas mediciones que permiten la comprensión de la necesidad de una sana alimentación y ejercitación, de acuerdo con el análisis de algunas medidas estadísticas que interpretan las tablas de Índice de Masa Corporal y las de peso y estatura. Además relaciona algunas características como la estatura y peso de una comunidad con su entorno físico, para comprender el tamaño y forma de las estructuras ergonómicamente adecuadas que nos rodean.

El reciclaje de tapas de plástico

La situación contextual refiere a una campaña de reciclaje en la que hipotéticamente se pedirá que cada estudiante del colegio traiga 50 tapas plásticas.

En este taller se pretende propiciar un ambiente de estudio colectivo en relación con el pensamiento métrico, para estudiantes de grado octavo y noveno, con el fin de que ellos se apropien de conceptos y procedimientos tales como: la estimación de la medida de cantidades de distintas magnitudes; la selección de unidades de medida, de patrones y

de instrumentos y procesos de medición; y, el papel del trasfondo social de la medición. En este sentido, los objetivos de aprendizaje propuestos versan sobre las competencias esperadas en los procesos cognitivos de los estudiantes al concluir el estudio, específicamente: (i) generalizar los procedimientos de cálculo válidos para encontrar el área de regiones planas y el volumen de sólidos y (ii) seleccionar, usar y justificar técnicas e instrumentos para medir longitudes, áreas de superficies, volúmenes y ángulos con niveles de precisión apropiados.

El número áureo

La tarea el número áureo, es un ejercicio en el cual se proponen dos actividades para acercar a los estudiantes a la historia de cómo apareció el número áureo y cómo lo utiliza la industria moderna en el diseño, además de su utilización para explicar aspectos de la naturaleza. En esta dirección se explora el número como una cociente entre dos medidas de longitud específicas en el cuerpo humano, o también como una relación de la sucesión de Fibonacci con el número de oro, lo cual consiste en que al dividir cada número por el anterior de la serie se obtiene una cifra cada vez más cercana a 1,61803, quedando el resultado alternativamente por debajo y por encima del número preciso, sin llegar nunca a alcanzarlo absolutamente.

Asimismo se trabajan detalles sorprendentes que desde hace siglos rodean al número áureo, como por ejemplo la fascinación por la proporción áurea que en 1509 lleva al matemático y teólogo italiano Luca Pacioli a publicar publicó un libro titulado “La Divina Proporción” en el que expresaba cinco razones por los que el número áureo era divino (La unicidad del número, que asemeja a la de Dios. El hecho de que esté definido por tres segmentos de una recta, que asemeja a la Trinidad. La inconmensurabilidad del número, igual que Dios es inconmensurable. Dios es omnipresente e invariable, igual que lo es este número. Dios dio ser al universo a través de la quinta esencia, representada por un dodecaedro, y el número áureo dio ser al dodecaedro).

Bibliografía

- Brousseau, G., Brousseau, N. & Warfield, V. (2012). *Teaching Fractions Through Situations: A Fundamental Experiment*. Springer Science & Business Media.
- Grisales, A. F. y Orozco, J. L. (2012). *Juega y construye la matemática. Aportes y reflexiones*. Bogotá: Ediciones Maristas.
- MEN. (1998). *Lineamientos Curriculares de Matemáticas*. Bogotá: Ministerio de Educación Nacional.
- MEN. (2006). *Estándares básicos de competencias*. Bogotá: Ministerio de Educación Nacional.